

# Forschungsbericht 2016-21

## **Energiebasierte Korrelation von strukturdynamischen Messungen mit numerischen Modellen für Strukturen mit hoher modaler Dichte**

Jörn Biedermann

Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt  
Institut für Aeroelastik  
Göttingen



DLR

Deutsches Zentrum  
für Luft- und Raumfahrt



# **Forschungsbericht 2016-21**

## **Energiebasierte Korrelation von strukturdynamischen Messungen mit numerischen Modellen für Strukturen mit hoher modaler Dichte**

Jörn Biedermann

Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt  
Institut für Aeroelastik  
Göttingen

252 Seiten  
71 Bilder  
4 Tabellen  
134 Literaturstellen



DLR

Deutsches Zentrum  
für Luft- und Raumfahrt





Energiebasierte Korrelation von strukturdynamischen Messungen mit numerischen Modellen für  
Strukturen mit hoher modaler Dichte

Von der Fakultät für Maschinenbau  
der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig

zur Erlangung der Würde

eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation

von: Jörn Young-Cheol Biedermann  
aus: Hamburg

eingereicht: 26.01.2016  
mündliche Prüfung am: 19.05.2016

Vorsitzender der Promotionskommission:  
Prof. Dr.-Ing. Christian Hühne

Gutachter:  
Prof. Dr.-Ing. Michael Sinapius  
Prof. Dr.-Ing. Lorenz Tichy

2016



# Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Patenschaft als Jungwissenschaftler im Institut für Aeroelastik des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt e.V. (DLR) in Göttingen und der Airbus Operations GmbH in Hamburg.

Als erstes möchte ich gerne Prof. Dr.-Ing. Michael Sinapius für die Betreuung dieser Arbeit danken. Das starke Interesse an meiner Forschungsarbeit spiegelte sich auch in den vielen intensiven Diskussionen wider. Gerade diese Diskussionen waren für ein Gelingen dieser Dissertation wegweisend. In diesem Zusammenhang möchte ich mich auch bei Prof. Dr.-Ing. Lorenz Tichy für die bereitwillige Übernahme des Zweitgutachtens bedanken. Zudem wurde mir unter seiner Leitung im Institut der berufliche Freiraum gewährt, um mich ausführlich und gewissenhaft mit den Forschungsthemen dieser Arbeit auseinandersetzen zu können.

Des Weiteren möchte ich mich bei Prof. Dr.-Ing. Christian Hühne bedanken, dass er den Vorsitz der Promotionskommission übernommen hat.

Ein besonderer Dank gilt auch meinem Abteilungsleiter Dr.-Ing. Marc Böswald, welcher mich mit seinem Wissen auf dem Gebiet der Strukturmechanik und Systemidentifikation tatkräftige unterstützt hat. Aber auch im Kreise meiner Kollegen beim DLR gilt mein Dank Dr.rer.nat. René Winter, Dr.-Ing. Yves Govers, Dr.-Ing. Jan Schwochow, Dr.-Ing. Marco Norambuena, M.Sc. Ralf Buchbach, M.Eng. Julian Sinske, M.Eng. Jan Hinnerk Henze, M.Eng. Goran Jeličić, Dipl.-Phys. Bernd Will, B.Eng. Julian Springer, B.Eng. Simon Heyen, Herrn Tobias Meier und Herrn Holger Haupt für ihre Hilfsbereitschaft in den letzten Jahren und insbesondere bei der Durchführung der Experimente.

Ein drittes Mal möchte ich mich bei Dipl.Ing. Martin Wandel bedanken, welcher mich auch schon während meiner Bachelor- und Masterarbeit mit seiner jahrelangen Erfahrung in der Vibroakustik betreut hat. Auch möchte ich Dipl.Ing. Klaus Renger und Dr.-Ing. Ralf Kemme danken, welche die Patenschaft zwischen Airbus und dem DLR ermöglicht haben. Hennig Scheel (M.A) danke ich für die Zusammenarbeit in den vielen Forschungsprojekten.

Ein ganz besonderer Dank geht an meine Eltern, Lutz Biedermann und Myung Soon Choi-Biedermann, die mich von klein auf ermutigt haben meinen eigenen Weg zugehen. Als letztes möchte ich mich bei meiner Frau Sandra Fensch-Biedermann von Herzen bedanken. Ohne ihre kompromisslose Unterstützung hätte ich meine und jetzt unsere Träume nie verwirklichen können.

Jörn Biedermann

Göttingen, Juni 2016



# **Energiebasierte Korrelation von strukturdynamischen Messungen mit numerischen Modellen für Strukturen mit hoher modaler Dichte**

*Dissertation Technische Universität Braunschweig*

Diese Arbeit stellt eine Methode vor, welche eine aussagekräftige Korrelation zwischen den Ergebnissen eines Vibrationstests einer Flugzeugrumpfstruktur und deren numerischen Vorhersagen sowohl im tiefen als auch im mittleren bis hohen Frequenzbereich liefert. Die in dieser Arbeit angewendete und neue Methode zur Modellkorrelation wurde von der Statistical Energy Analysis (SEA) inspiriert. Die SEA ist eine auf kinetischen Energien basierende Methode für die Vorhersage von Lärm- und Schwingungspegeln im hohen Frequenzbereich. Bei der SEA wird die Struktur in leicht gekoppelte Substrukturen unterteilt und der kinetische Energiegehalt der Substrukturen in zuvor definierten Frequenzbändern ermittelt. Bei der Vorhersage des kinetischen Energiegehalts einer Substruktur wird eine Analogie zum Wärmeaustausch zweier Strukturen genutzt. Denn auch die kinetische Energie der leicht gekoppelten Substrukturen folgt dem Energieerhaltungssatz. Grundsätzlich wird ein Ausgleich der Energieniveaus der einzelnen Substrukturen angestrebt. Der kinetische Energietransfer zwischen den Substrukturen lässt sich mit Hilfe von Kopplungsverlustfaktoren bestimmen. Diese Kopplungsverlustfaktoren lassen sich nicht nur modellieren, sondern auch experimentell aus der Anregungsenergie und den kinetischen Gesamtenergien der Substrukturen einer invarianten Gesamtstruktur ermitteln. Um die kinetische Gesamtenergie einer Substruktur experimentell zu analysieren, wird die diskrete kinetische Energie räumlich über Substrukturen und spektral über Frequenzbänder aufintegriert. Bei der in dieser Arbeit vorgestellten Methode zur Korrelation von experimentellen und simulierten Daten wird analog vorgegangen. Die räumlich und spektral integrierten kinetischen Energien dienen dem Korrelationskriterium als Korrelationsgröße.

Das neue Korrelationskriterium gibt dem Anwender die Möglichkeit, weniger gut korrelierende Frequenzbänder zu identifizieren. In diesen Frequenzbändern muss das numerische strukturdynamische Modell angepasst werden, um die Korrelation zu den Testergebnissen im mittleren und hohen Frequenzbereich zu erhöhen. Auch zeigt die Methode, in welchen Bereichen der Struktur eine solche Anpassung notwendig ist. Mit den räumlich und spektral integrierten Energieverteilungen ist es zudem möglich, stark lokales Schwingungsverhalten einfacher zu interpretieren. Energietransferpfade und kinetisch energiereiche Bereiche einer Struktur sind aufgrund des unregelmäßigen Charakters des lokalen Schwingungsverhaltens oft schwierig zu identifizieren. Die integrierten Energieverteilungen liefern eine gemittelte bzw. globale Betrachtung des lokalen Schwingungsverhaltens. Große Abweichungen in einzelnen Bereichen der integrierten kinetischen Energieverteilung zwischen numerischen Modellen und Testmodellen deuten auf nicht berücksichtigte Transferpfade hin. Diese sowohl räumlich als auch spektral globalisierende und mittelnende Eigenschaft der integrierten kinetischen Energieverteilungen ermöglicht eine gezielte Anpassung, der für die Vorhersage struktureller und akustischer Eigenschaften bzw. Schwingungsverhalten verwendeten numerischen Modelle auch im Frequenzbereich hoher modaler Dichte und starker modaler Überlappung.

Ein weiteres Thema dieser Arbeit ist die Einteilung des gemessenen Frequenzbereichs in tiefen, mittleren und hohen Frequenzbereich. Eine solche Einteilung ist wichtig, um den Gültigkeitsbereich einzelner Verfahren und Vorhersagemethoden, bezüglich vibroakustischer Problemstellungen, aus den gemessenen Übertragungsfunktionen einer realen Strukturen zu identifizieren. Der tiefe Frequenzbereich ist geprägt von einzelnen, eindeutig trennbaren Resonanzstellen und einem globalen Schwingungsverhalten der Struktur. Den hohen Frequenzbereich wiederum kennzeichnet meist eine hohe modale Dichte, starke modale Überlappung und zudem ein stark lokales Schwingungsverhalten. Der Übergangsbereich zwischen tiefem und hohem Frequenzbereich definiert den mittleren Frequenzbereich. Die in dieser Arbeit neu vorgestellte Methode zur Einteilung des gemessenen Frequenzbereichs in einen tiefen, mittleren und hohen Frequenzbereich basiert auf einer Strukturwellenzahlanalyse. Die Strukturwellen einzelner gemessener Betriebsschwingungsformen lassen sich mit Hilfe einer 2D-Fourier-Transformation identifizieren. Eine Analyse dieser Strukturwellen gibt Rückschlüsse auf das Schwingungsverhalten einzelner Strukturkomponenten und ermöglicht sowohl eine Charakterisierung des Schwingungsverhaltens der Gesamtstruktur als auch die Einteilung des gemessenen Frequenzbereichs. Mit Hilfe der Wellenzahlanalyse lassen sich die Frequenzbereiche globalen und lokalen Schwingungsverhaltens voneinander trennen. Diese Arbeit erörtert, anhand der gemessenen Schwingungsantworten einer Flugzeugrumpf-ähnlichen Laborstruktur, das Prinzip der Wellenzahlanalyse und nimmt eine Einteilung des gemessenen Frequenzbereichs vor.



# **Energy based correlation of structural dynamic measurements and numerical models of structures with high modal density**

*Doctoral Thesis Technische Universität Braunschweig*

This dissertation proposes a new method providing a meaningful correlation between the experimental results of a vibration test of an aircraft and its corresponding numerical predictions in the low-, mid- and high-frequency range. This new method is inspired by the Statistical Energy Analysis (SEA). SEA is an energy-based method for the prediction of sound and vibration levels at higher frequencies. The structure is divided into weakly coupled substructures and kinetic energy levels of each are determined in predefined frequency bands employing an analogy to heat exchange. Naturally the kinetic energies of the weakly coupled substructures obey the principle of conservation of energy, i.e. a balance between the kinetic energy levels of each substructure is sought. The kinetic energy transfer between the substructures can be determined by coupling loss factors that can be modelled for a numerical prediction, but also experimentally identified using the input energy excitation and the total kinetic energies inside the substructures of an invariant overall structure. In order to analyse the total kinetic energy of a substructure experimentally, the discrete kinetic energies of the substructure are integrated spatially over the substructure and spectrally over frequency bands. The newly proposed method for the correlation of experimental and simulated data uses a similar approach. The spatial and spectral integrated kinetic energy are used as a correlating quantity.

The new correlation criterion based on the integrated kinetic energy gives the opportunity to identify the frequency bands not correlating well. At these frequency bands the numerical structural-dynamical model needs to be adjusted to better match with experimental observations in the mid- to high-frequency ranges. The method is also able to locate areas where these adjustments should be applied. With the spatial and spectral integrated kinetic energy distributions it is easier to interpret strong local dynamic behaviour since energy transfer paths and areas with high kinetic energy are often difficult to identify due to the irregular nature of the local dynamic behaviour. The integrated kinetic energy distributions provide a more global view or specifically an average view of the local dynamic behaviour. Large deviations of the integrated kinetic energy distributions at some areas of the structure between two models indicate that some energy transfer paths are not considered in the numerical model. The globalising and averaging property of the spatial and spectral integrated kinetic energy distributions allows for a directed adjustment of the numerical model, which is used for the prediction of structural and acoustic responses, even in a frequency range of high modal density and strong modal overlap.

A complementary topic of this dissertation is the classification of the low-, mid- and high-frequency range. Such a classification is vital in order to identify the frequency ranges of different experimental and numerical methods, as well as in prediction methods concerning vibroacoustic problems based on the measured frequency responses of a real test-structure. From the structural point of view, in general, the low-frequency range shows distinct resonance peaks and a global spatial response. The high-frequency range is characterised by a high modal density and overlap and in this range structures usually show a strong local dynamic behaviour. The transition between the low- and high-frequency ranges defines the mid-frequency range. The new method proposed in this dissertation for the classification of the low-, mid- and high-frequency range is based on a structural wavenumber analysis. The structural wavenumbers of each measured operational deflection shape can be identified using a two-dimensional Fourier transform. An analysis of these identified structural wavenumbers allows a separation of the dynamic response of different structural components and a characterisation of the dynamical behaviour of the overall structure. Using the characterisation of latter, the measured frequency range can be classified into low-, mid- and high-frequency range, while employing wavenumber analysis a separation of frequency ranges of global and local spatial response behaviour is possible. This dissertation demonstrates the principle of wavenumber analysis using the measured response data of an aircraft fuselage-shaped test-structure and characterises the measured frequency range.





# Kurzfassung

Aufgrund der stark wachsenden Weltbevölkerung und zunehmenden Globalisierung in Verbindung mit einem meist hohen Lebensstandard ist auch ein Anstieg des Luftverkehrs aufkommens über die letzten Jahrzehnte zu beobachten. Der Luftverkehr ist die schnellste und bequemste Art und Weise, um Güter und Personen über große Distanzen zu befördern. Eine Stagnation dieses Trends ist auch in Zukunft nicht zu erwarten. Die mit dem Luftverkehr steigenden Schadstoffemissionen haben einen zunehmend negativen Einfluss auf Umwelt und Atmosphäre. Durch das wachsende Umweltbewusstsein der heutigen Gesellschaft hat sowohl der Schutz der Umwelt als auch des Klimas einen hohen Stellenwert. Fehlende alternative Energiequellen zwingen die Luftfahrtforschung und -industrie neue und revolutionäre Technologien zu erforschen, um eine nachhaltige Energieversorgung auch in Zukunft zu sichern und die heutigen fossilen Brennstoffe zu ersetzen. Ein gesetztes Ziel der Luftfahrtforschung und -industrie ist eine Reduktion der Kohlenstoffdioxid- und Stickstoffemissionen um 75 % und 90 % pro Passagier und Kilometer bis zum Jahr 2050. Nicht nur die Schadstoffemissionen haben einen negativen Einfluss auf die Umwelt, sondern auch der von den Flugzeugtriebwerken erzeugte Lärm. Aus diesem Grund ist ein weiteres und nicht weniger wichtiges Ziel bis zum Jahr 2050 die Reduktion des wahrnehmbaren Schalllärms um 65 %. Diese Ziele sind Bestandteil der Luftfahrtstrategie des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt e.V. (DLR) auf Basis der *Strategic Research and Innovation Agenda* der Advisory Council for Aviation Research and Innovation in Europe (ACARE).

Zudem fordert die Luftfahrtindustrie, aufgrund gestiegener Energiekosten, neue energieeffiziente Alternativen zu herkömmlichen Strahltriebwerken. Bezüglich des Treibstoffverbrauchs und der Schadstoffemission sind moderne Turboproptriebwerke eine solche energieeffiziente Alternative im Bereich der Kurzstreckenflugzeuge. Jedoch wird die Reduktion der Schadstoffemission durch erhöhte Lärmabstrahlung an den Triebwerken teuer eingekauft. Deshalb besteht ein Handlungsbedarf der Forschung, um das Ziel der Lärminderung bis zum Jahr 2050 bei dieser alternativen Antriebstechnik zu gewährleisten. Eine weitere und unabdingbare Herausforderung, welche mit dem erhöhten Lärmpegel einhergeht, betrifft den Komfort der Flugzeugpassagiere. Durch die starke akustische Anregung auf der Außenhaut der Flugzeugkabine ist auch ein erhöhter Lärmpegel innerhalb der Flugzeugkabine unausweichlich. Dieser Zustand kann, ohne weitere Gegenmaßnahmen, auch gesundheitliche Folgen für die Passagiere haben. Ein besseres Verständnis des dynamischen und akustischen Verhaltens einer Flugzeugstruktur ermöglicht es, neue und kommerziell erfolgreiche Lärminderungsmaßnahmen zu entwickeln. Zu diesem Zweck werden schon frühzeitig in der Entwicklungsphase numerische Modelle eingesetzt.

Der für die Akustik relevante Frequenzbereich bei tonaler Anregung durch die Turbopropeller ist der sogenannte mittlere Frequenzbereich. Numerische strukturdynamische Modelle, welche für vibroakustische Vorhersagen und Analysen eingesetzt werden, zeigen in dem mittleren Frequenzbereich oft signifikante Abweichungen zu experimentell ermittelten Daten. Die übliche Modellkorrelation, basierend auf experimentell ermittelten modalen Parametern, ist aufgrund der hohen modalen Dichte, die eine solche Flugzeugrumpfstruktur in diesem Frequenzbereich aufweist, fast unmöglich.

Diese Arbeit stellt eine Methode vor, welche eine aussagekräftige Korrelation zwischen den Ergebnissen eines Vibrationstests einer Flugzeugrumpfstruktur und deren numerischen Vorhersagen sowohl im tiefen als auch im mittleren bis hohen Frequenzbereich liefert. Die in dieser Arbeit angewendete und neue Methode zur Modellkorrelation wurde von der Statistical Energy Analysis (SEA) inspiriert. Die SEA ist eine auf kinetischen Energien basierende Methode für die Vorhersage von Lärm- und Schwingungspegeln im hohen Frequenzbereich. Bei der SEA wird die Struktur in leicht gekoppelte Substrukturen unterteilt und der kinetische Energiegehalt der Substrukturen in zuvor definierten Frequenzbändern ermittelt. Bei der Vorhersage des kinetischen Energiegehalts einer Substruktur wird eine Analogie zum Wärmeaustausch zweier Strukturen genutzt. Denn auch die kinetische Energie der leicht gekoppelten Substrukturen folgt dem Energieerhaltungssatz. Grundsätzlich wird ein Ausgleich der Energieniveaus der einzelnen Substrukturen angestrebt. Der kinetische Energietransfer zwischen den Substrukturen lässt sich mit Hilfe von Kopplungsverlustfaktoren bestimmen. Diese Kopplungsverlustfaktoren lassen sich nicht nur modellieren, sondern auch experimentell aus der Anregungsenergie und den kinetischen Gesamtenergien der Substrukturen einer invarianten Gesamtstruktur ermitteln. Um die kinetische Gesamtenergie einer Substruktur experimentell zu analysieren, wird die diskrete kinetische Energie räumlich über Substrukturen und spektral über Frequenzbänder aufintegriert. Bei der in dieser Arbeit vorgestellten Methode zur Korrelation von experimentellen und simulierten Daten wird analog vorgegangen. Die räumlich und spektral integrierten kinetischen Energien dienen dem Korrelationskriterium als Korrelationsgröße.

Das neue Korrelationskriterium gibt dem Anwender die Möglichkeit, weniger gut korrelierende Frequenzbänder zu identifizieren. In diesen Frequenzbändern muss das numerische strukturdynamische Modell angepasst werden, um die Korrelation zu den Testergebnissen im mittleren und hohen Frequenzbereich zu erhöhen. Auch zeigt die Methode, in welchen Bereichen der Struktur eine solche Anpassung notwendig ist. Mit den räumlich und spektral integrierten Energieverteilungen ist es zudem möglich, stark lokales Schwingungsverhalten einfacher zu interpretieren. Energietransferpfade und kinetisch energiereiche Bereiche einer Struktur sind aufgrund des unregelmäßigen Charakters des lokalen Schwingungsverhaltens oft schwierig zu identifizieren. Die integrierten Energieverteilungen liefern eine gemittelte bzw. globale Betrachtung des lokalen Schwingungsverhaltens. Große Abweichungen in einzelnen Bereichen der integrierten kinetischen Energieverteilung zwischen numerischen Modellen und Testmodellen deuten auf nicht berücksichtigte Transferpfade hin. Diese sowohl räumlich als auch spektral globalisierende und mittelnde Eigenschaft der integrierten kinetischen Energieverteilungen ermöglicht eine gezielte Anpassung, der für die Vorhersage struktureller und akustischer Eigenschaften bzw. Schwingungs-

verhalten verwendeten numerischen Modelle auch im Frequenzbereich hoher modaler Dichte und starker modaler Überlappung.

Nicht nur eine gezielte Anpassung des numerischen Modells durch den Anwender ist möglich, sondern auch die Verwendung der integrierten kinetischen Energieverteilungen zur automatischen Modellanpassung des numerischen Modells. In der Realität sind die Unsicherheiten in den Modellparametern meist unbekannt. Mit Hilfe eines iterativen und automatischen Optimierungsprozesses lässt sich der Grad der Korrelation zwischen zwei Modellen durch die Variation zuvor definierter Modellparameter erhöhen. Diese Arbeit demonstriert die prinzipielle Möglichkeit einer automatischen Modellanpassung auf Basis räumlich und spektral integrierter kinetischer Energien. Durch die integrierten kinetischen Energieverteilungen lassen sich die numerischen strukturdynamischen Modelle auch ohne die Hilfe modaler Parameter anpassen. Dies ist relevant, wenn eine Optimierung der Vorhersagegenauigkeit der numerischen Struktur- und Akustikmodelle in Frequenzbereichen hoher modaler Dichte und Überlappung angestrebt wird.

Eine weitere und meist unterschätzte Herausforderung betrifft die Korrelation zweier räumlich unterschiedlich fein aufgelöster Modelle. Auf diese Herausforderung stößt man, wenn das sehr fein aufgelöste numerische Modell mit dem weniger fein aufgelösten Experiment korreliert werden soll. Das numerische Modell ist aufgrund des Detailgrads der Struktur meist sehr viel feiner aufgelöst, während der zeitliche Aufwand beim Experiment durch möglichst wenige Messpunkte klein gehalten werden soll. Bei den meisten Korrelationsmethoden wird nur eine Untermenge der Simulationsfreiheitsgrade verwendet. Diese Untermenge entspricht meist den Positionen und Raumrichtungen der Messfreiheitsgrade. Der räumliche Informationsgehalt, z.B. einer Schwingungsform, an den nicht zur Untermenge gehörenden Simulationsfreiheitsgraden wird bei der Korrelation nicht berücksichtigt und ist für die Korrelation verlorene Information. Eine weitere Herausforderung, welche mitberücksichtigt werden muss, betrifft die Unsicherheit in der Position der Mess- bzw. Simulationspunkte. Große Abweichungen in Amplitude und Phasenwinkel der lokalen Schwingungsantworten im höheren Frequenzbereich bei leichten Unsicherheiten in der Position sind ein häufig vorkommendes Problem für die meisten Korrelationskriterien. Die lokalen Abweichungen in der Amplitude und Phase wirken sich negativ auf das Korrelationsergebnis aus. Mit der, in dieser Arbeit vorgestellten, neuen Methode zur Modellkorrelation ist es möglich, zwei räumlich unterschiedlich fein aufgelöste Modelle miteinander zu korrelieren. Die räumliche Integration der kinetischen Energie lässt sich für beide unterschiedlich fein aufgelöste Modelle durchführen und ermöglicht eine Korrelation beider Modelle auch ohne Verlust der vorhandenen, räumlich diskret gemessenen und simulierten Schwingungsantworten. Unsicherheiten in der Position der Mess- bzw. Simulationsfreiheitsgrade haben zudem weniger Einfluss auf den Grad der Korrelation. Lokale Abweichungen in den Schwingungsantworten werden durch die Integration der kinetischen Energie gemittelt.

Die Auswirkungen von Unsicherheiten in den Modellparametern auf das neu vorgestellte Korrelationskriterium werden anhand eines analytischen Modells untersucht. Auch das Prinzip der energiebasierten automatischen Modellanpassung wird anhand dieses analytischen Modells demonstriert. Experimentelle Untersuchungen an zwei Laborstrukturen zeigen zudem die Anwend-

barkeit des neuen Korrelationskriteriums mit realen Testdaten. Die Ergebnisse zeigen, dass das neue Korrelationskriterium zu einer robusten und aussagekräftigen Korrelation führt, auch in Gegenwart von Unsicherheiten in Modellparametern oder aufgrund von Fertigungstoleranzen der verwendeten Bauteile.

Ein weiteres Thema dieser Arbeit ist die Einteilung des gemessenen Frequenzbereichs in tiefen, mittleren und hohen Frequenzbereich. Eine solche Einteilung ist wichtig, um den Gültigkeitsbereich einzelner Verfahren und Vorhersagemethoden, bezüglich vibroakustischer Problemstellungen, aus den gemessenen Übertragungsfunktionen einer realen Strukturen zu identifizieren. Der tiefe Frequenzbereich ist geprägt von einzelnen, eindeutig trennbaren Resonanzstellen und einem globalen Schwingungsverhalten der Struktur. Den hohen Frequenzbereich wiederum kennzeichnet meist eine hohe modale Dichte, starke modale Überlappung und zudem ein stark lokales Schwingungsverhalten. Der Übergangsbereich zwischen tiefem und hohem Frequenzbereich definiert den mittleren Frequenzbereich. Die in dieser Arbeit neu vorgestellte Methode zur Einteilung des gemessenen Frequenzbereichs in einen tiefen, mittleren und hohen Frequenzbereich basiert auf einer Strukturwellenzahlanalyse. Die Strukturwellen einzeln gemessener Betriebsschwingungsformen lassen sich mit Hilfe einer 2D-Fourier-Transformation identifizieren. Eine Analyse dieser Strukturwellen gibt Rückschlüsse auf das Schwingungsverhalten einzelner Strukturkomponenten und ermöglicht sowohl eine Charakterisierung des Schwingungsverhaltens der Gesamtstruktur als auch die Einteilung des gemessenen Frequenzbereichs. Mit Hilfe der Wellenzahlanalyse lassen sich die Frequenzbereiche globalen und lokalen Schwingungsverhaltens voneinander trennen. Diese Arbeit erörtert, anhand der gemessenen Schwingungsantworten einer Flugzeugrumpf-ähnlichen Laborstruktur, das Prinzip der Wellenzahlanalyse und nimmt eine Einteilung des gemessenen Frequenzbereichs vor.

# Nomenklatur

## Akronyme

$\mathcal{FFT}$	Fast-Fourier-Transformation
2D	Zweidimensional
2D- $\mathcal{FFT}$	2D-Fast-Fourier-Transformation
3D	Dreidimensional
ACARE	Advisory Council for Aviation Research and Innovation in Europe
CAD	Computer-Aided Design
CCF	Complex Correlation Coefficient
CEV	Complex Envelope Vectorization
COMAC	Coordinate Modal Assurance Criterion
COMEF	Coordinate Modal Error Function
CORTHOG	Coordinate Orthogonality Check
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.
ECC	Energy Correlation Criterion
ECOMAC	Enhanced Coordinate Modal Assurance Criterion
EDA	Energy Distribution Analysis
EMA	Experimentelle Modalanalyse
FDAC	Frequency Domain Assurance Criterion
FE	Finite Elemente

FEA	Finite Elemente Analyse
FEM	Finite Elemente Methode
FMAC	Frequency Scaled Modal Assurance Criterion
FRAC	Frequency Response Assurance Criterion
FRF	Übertragungsfunktion (engl. Frequency Response Function)
FRSF	Frequency Response Scale Factor
ICP	Integrated Circuit Piezoelectric
IMAC	Inverse Modal Assurance Criterion
KOR	Vektorkorrelation
MAC	Modal Assurance Criterion
MACSR	Modal Assurance Criterion Squared Root
MC	Modal Correlation Coefficient
MCC	Mutal Correspondance Criterion
MFAC	Modal FRF Assurance Criterion
MOF	Modal Overlap Factor
MSF	Modal Scale Factor
NI	National Instruments
PIM	Power Injection Method
PIV	Particle Image Velocimetry
PMAC	Partial Modal Assurance Criterion
SEA	Statistical Energy Analysis
SMAC	Scaled Modal Assurance Criterion
SmEdA	Statistical Modal Energy Distribution Analysis
SNR	Signal zu Rausch Verhältnis
WBM	Wave Based Method

WMAC                      Weighted Modal Analysis Criterion

### Symbole

$\Delta\Omega$	Frequenzauflösung
$\Delta p$	Parameteränderung
$\Delta t$	Zeitintervall bei äquidistant abgetasteten Signalen
$\hat{A}$	Amplitude
$\hat{R}$	Amplitude Bildrauschen
$\hat{U}$	Amplitude einer Betriebsschwingungsform im Wellenzahlspektrum ( $\hat{U}(k_x, k_y)$ )
$\infty$	Unendlich Zeichen
$a$	Untere Intervallgrenze
$b$	Obere Intervallgrenze
$d\Omega$	Differential der Kreisfrequenz $\Omega$
$dS$	Differential der Oberfläche $S$
$dt$	Differential der Zeit $t$
$dx$	Differential der Raumkoordinate $x$
$dy$	Differential der Raumkoordinate $y$
$I, N, K, L, O$	Diskrete natürliche Zahlen
$j$	Imaginäre Einheit
$p$	Parameter
$t$	Variable (Zeit)
$u$	Dynamische Antwort (Schwingungsantwort)
$x, y, z$	Kartesische Raumkoordinaten
$x_0, y_0$	Raumkoordinaten der Kraft $F$

**Abkürzung**

Abb.	Abbildung
deg	Grad (engl. degree)
Gl.	Gleichung
kin.	Kinetisch
S.	Seite
Tab.	Tabelle

**Funktionen**

$\cos(\cdot)$	Kosinusfunktion
$\gamma_{xy}(\tau)$	Zeitliche und räumliche Kohärenz in Abhängig der relativen Zeit $\tau$ zwischen Signal $x(t)$ und $y(t)$
$\hat{\gamma}_{xy}^2(f)$	Spektrale quadratische Kohärenz in Abhängig von $f$
$\hat{G}_{xx}(f)$	Autoleistungsspektrum des Signals $x(t)$ in Abhängigkeit der Frequenz $f$ (nach Fourier-Transformation)
$\hat{G}_{xy}(f)$	Kreuzleistungsspektrum der Signale $x(t)$ und $y(t)$ in Abhängigkeit der Frequenz $f$ (nach Fourier-Transformation)
$\hat{G}_{yy}(f)$	Autoleistungsspektrum des Signals $y(t)$ in Abhängigkeit der Frequenz $f$ (nach Fourier-Transformation)
$\hat{u}(\Omega)$	Schwingungsantwort in Abhängigkeit der Kreisfrequenz $\Omega$
$\hat{v}(\Omega)$	Geschwindigkeit in Abhängigkeit der Kreisfrequenz $\Omega$
$\sin(\cdot)$	Sinusfunktion
$\tan^{-1}(\cdot)$	Arkustangensfunktion (Umkehrfunktionen der trigonometrischen Tangensfunktion)
$\varepsilon_{\varphi}(\tau)$	Phasenfehler in Abhängig von $\tau$ zwischen Signal $x(t)$ und $y(t)$
$\varepsilon_A(\tau)$	Amplitudenfehler in Abhängig von $\tau$ zwischen Signal $x(t)$ und $y(t)$
$e(\cdot)$	Exponentialfunktion auf Basis der Eulerzahl $e$



$f(\cdot)$	Funktion
$H(\Omega)$	Übertragungsfunktion in Abhängigkeit der Kreisfrequenz $\Omega$
$J_\varepsilon(\cdot)$	Zielfunktion
$P_f(\Omega_c)$	Eingangsleistung in Abhängigkeit der Kreismittenfrequenz $\Omega_c$
$R_{xx}(\tau)$	Autokorrelation des Signals $x(t)$ in Abhängigkeit der relativen Zeit $\tau$
$R_{xy}(\tau)$	Kreuzkorrelation der Signale $x(t)$ und $y(t)$ in Abhängigkeit der relativen Zeit $\tau$
$v(t)$	Geschwindigkeit in Abhängigkeit der Zeit $t$
$x(t)$	Funktion $x$ (Raumkoordinate) in Abhängigkeit der Zeit $t$
$y(t)$	Funktion $y$ (Raumkoordinate) in Abhängigkeit der Zeit $t$
$u(t)$	Schwingungsantwort in Abhängigkeit der Zeit $t$

### Indizes

$\{\cdot\}^{exp}$	Experiment
$\{\cdot\}^{num}$	Numerische Simulation
$\{\cdot\}_s$	Skalierter Vektor
$\{\cdot\}_{ges}$	Gesamt
$\{\cdot\}_{kin}$	Kinetik
$i,n,k,l,o$	Laufindex

### Skalare

$\alpha$	Winkel
$\Delta f$	Frequenzbandbreite
$\Delta k_x$	Wellenzahlauflösung in Raumrichtung $x$
$\Delta k_y$	Wellenzahlauflösung in Raumrichtung $y$
$\Delta V^{exp}$	Diskretes Volumen um Freiheitsgrad des Testmodells (Experiment)

$\Delta V^{num}$	Diskretes Volumen um Freiheitsgrad des numerischen Modells
$\eta$	Strukturdämpfung
$\Lambda$	Modale Masse
$\mathcal{M}$	Modale Dichte
$\nu$	Querkontraktionszahl
$\Omega$	Kreisfrequenz
$\omega$	Eigenkreisfrequenz
$\Omega_c$	Mittenkreisfrequenz
$\pi$	Kreiszahl (3.14159... )
$\rho$	Dichte
$\tau$	Relative Zeit
$\varepsilon_{kin}$	Fehler der kinetischen Gesamtenergie
$\varphi$	Phasenwinkel
$\xi$	Modale Dämpfung
$D$	Biegesteifigkeit
$E$	Elastizitätsmodul
$e$	Eulerzahl (2.71828 ...), Basis der natürlichen Logarithmen
$E_{ges}$	Kinetische Gesamtenergie
$E_{kin}$	Kinetische Energie
$F$	Kraft
$f$	Frequenz
$h$	Dicke
$k_x$	Wellenzahl in Raumrichtung x
$k_y$	Wellenzahl in Raumrichtung y
$L_x$	Kantenlänge in Raumrichtung x

$L_y$	Kantenlänge in Raumrichtung y
$m$	Masse (Massenpunkt)
$m''$	Massenverteilung
$M^{exp}$	Gesamtmasse des Testmodells
$m^{exp}$	Reduzierte (kondensierte) diskrete Masse des Testmodells
$M^{num}$	Gesamtmasse des numerischen Modells
$m^{num}$	Diskrete Masse des numerischen Modells
$P_f$	Eingangsleistung
$S$	Oberfläche
$t$	Zeit (Variable)
$V$	Volumen
$v$	Geschwindigkeit

### Matrizen und Vektoren

$[\cdot]$	Matrix
$[\Phi]$	Reelle Modalmatrix
$[G]_k$	Sensitivitätsmatrix oder Gradientenmatrix bezüglich der Parameter $p$ am k-ten Iterationsschritt
$[I]$	Einheitsmatrix
$[M]$	Massenmatrix
$\{\cdot\}$	Vektor
$\{\Delta p\}_k$	Vektor der Parameteränderungen am k-ten Iterationsschritt
$\{\Gamma\}_j$	j-ter Vektor mit beliebigem Inhalt (z.B. Schwingungsform oder Übertragungsfunktion)
$\{\hat{\Theta}\}$	Einheitsvektor von $\{\Theta\}$ , $  \{\hat{\Theta}\}   = 1$
$\{\hat{u}(\Omega)\}$	Betriebsschwingungsform in Abhängigkeit der Kreisfrequenz

$\{\Phi\}$	Reeler Eigenvektor
$\{\Phi\}_{i,n}$	i-ter und n-ter reeller Eigenvektor
$\{\Theta\}_i$	i-ter Vektor mit beliebigen Inhalt Schwingungsform oder Übertragungsfunktion
$\{E_{kin}^{num}(p)\}$	Räumlich und spektral diskret verteilte Kinetische Energie des numerischen Modells in Abhängigkeit der Parameter $p$
$\{r\}$	Residuumsvektor
$\{u(t)\}$	Antwortvektor in Abhängigkeit der Zeit
$\{u\}$	Vektor mit räumlich diskreter Schwingungsantwort einer Struktur (Betriebschwingungsform)
$\{x\}$	Vektor mit diskreten Raumkoordinaten in Raumrichtung $x$
$\{y\}$	Vektor mit diskreten Raumkoordinaten in Raumrichtung $y$

### Mathematische Operatoren

$(\cdot)$	Klammer
$(\cdot)^2$	Zweite Potenz (Zum Quadrat)
$(\cdot)^4$	Vierte Potenz
$+$	Sonderzeichen als Darstellung des mathematischen Operators für Addition oder als Vorzeichen
$-$	Sonderzeichen als Darstellung des mathematischen Operators für Subtraktion oder als Vorzeichen
$[\cdot, \cdot]$	Intervall
$\div$	Bruch, Quotient
$\frac{\partial}{\partial \rho}$	Partielle Ableitung nach der Dichte $\rho$
$\frac{\partial}{\partial \xi}$	Partielle Ableitung nach der modalen Dämpfung $\xi$
$\frac{\partial}{\partial h}$	Partielle Ableitung nach der Dicke $h$
$\frac{\partial}{\partial L_x}$	Partielle Ableitung nach der Kantenlänge $L_x$

$\frac{\partial}{\partial L_y}$	Partielle Ableitung nach der Kantenlänge $L_y$
$\iint_S$	Doppelintegral über die Oberfläche $S$
$\Im$	Imaginärteil
$\int_a^b$	Bestimmtes Integral im Intervall $[a,b]$
$\lim$	Grenzwert einer Zahlenfolge
$\Re$	Realteil
$\sqrt{\cdot}$	Wurzel
$\sum$	Summe
$\sum_{n=1}^N$	Summe von $n=1$ (Laufvariable) bis Endwert $N$ (Natürliche Zahl)
$\times$	Darstellung des mathematischen Operators für die Multiplikation (Malkreuz) im Text bei der Angabe von Abmaßen (Höhe, Breite) oder für die Anzahl an Flächen in x- bzw. y-Richtung)
$ \cdot $	Betrag
$\Delta$	Differenz

### Matrix- und Vektoroperationen

$[\cdot]^+$	Pseudoinverse Matrix (Moore-Penrose-Inverse)
$[\cdot]^{-1}$	Inverse Matrix
$\nabla$	Nabla-Operator beinhaltet die partiellen Ableitungsoperatoren
$\{\cdot\}^*$	Konjugiert komplexer Vektor
$\{\cdot\}^H$	Hermitisch transponierter Vektor
$\{\cdot\}^T$	Transponierter Vektor
$\ \cdot\ $	Vektorbetrag, Euklidische Norm



# Inhaltsverzeichnis

<b>Nomenklatur</b>	<b>xix</b>
<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2. Begriffsdefinitionen</b>	<b>9</b>
<b>3. Übersicht der Korrelationsmethoden</b>	<b>17</b>
3.1. Allgemeine Definition der Vektorkorrelationskriterien . . . . .	20
3.2. Definition: Zeitbereich und tiefer, mittlerer und hoher Frequenzbereich . . . . .	21
3.2.1. Einteilung des Frequenzbereichs mit dem Modal Overlap Factor . . . . .	27
3.2.2. Einteilung des Frequenzbereichs über Eingangsleistung . . . . .	27
3.3. Methoden der Signalkorrelation im Zeitbereich . . . . .	28
3.4. Methoden der Modellkorrelation auf Basis von modalen Parametern . . . . .	30
3.4.1. Vergleich von Eigenfrequenzen . . . . .	31
3.4.2. Graphischer Vergleich der Eigenschwingungsformen . . . . .	32
3.4.3. Orthogonalitätsvergleich von Eigenvektoren . . . . .	32
3.4.4. Modal Assurance Criterion . . . . .	34
3.5. Methoden der Signalkorrelation und Modellkorrelation im Frequenzbereich . . . . .	37
3.5.1. Graphischer Vergleich von Übertragungsfunktionen . . . . .	37
3.5.2. Frequency Response Assurance Criterion . . . . .	39
3.5.3. Frequency Domain Assurance Criterion . . . . .	41
3.5.4. Modal Scale Factor und Frequency Response Scale Factor . . . . .	42
3.6. Zusammenfassung . . . . .	44
<b>4. SEA: Eine Vorhersagemethode auf Basis von kinetischer Energie</b>	<b>47</b>
4.1. Ansätze der Statistical Energy Analysis . . . . .	48
4.2. Experimentelle Ermittlung der SEA Modellparameter . . . . .	49
4.3. Zusammenfassung . . . . .	50
<b>5. Thesen dieser Dissertation</b>	<b>51</b>
<b>6. Diskussion des Vektorkorrelationskriteriums</b>	<b>57</b>
6.1. Graphische Darstellung der Vektorkorrelation . . . . .	57
6.2. Beispiele zur Korrelation reeller und komplexer Vektoren . . . . .	59
6.3. Zusammenfassung . . . . .	63

<b>7. Theoretische Grundlagen für eine kinetische Energiekorrelation</b>	<b>65</b>
7.1. Kinetische Energie . . . . .	66
7.2. Ermittlung der Massenverteilung einer dynamischen Struktur . . . . .	67
7.3. Räumliche und spektrale Integration der kinetischen Energie . . . . .	70
7.4. Korrelation der kinetischen Energieverteilung . . . . .	73
7.5. Fehler in der kinetischen Gesamtenergie . . . . .	74
7.6. Räumliche und spektrale Abtastung . . . . .	75
7.7. Eigenschaften der kinetischen Energiekorrelation . . . . .	78
7.8. Zusammenfassung . . . . .	79
<b>8. Wellenzahlanalyse der Betriebsschwingungsformen einer Struktur</b>	<b>81</b>
8.1. Ermittlung der Betriebsschwingungsform . . . . .	81
8.2. 2D-Fourier-Transformation . . . . .	82
8.3. Wellenzahlspektrum . . . . .	84
8.4. Zusammenfassung . . . . .	85
<b>9. Analytische Untersuchung des Energiekorrelationskriteriums</b>	<b>87</b>
9.1. Analytische Beschreibung einer einfach gelagerten Platte . . . . .	89
9.2. Korrelation des analytischen Modells mit Unsicherheiten im Elastizitätsmodul . . . . .	92
9.3. Korrelation des analytischen Modells mit Unsicherheiten in der Kantenlänge . . . . .	93
9.4. Korrelation des analytischen Modells mit Unsicherheiten in der Dämpfung . . . . .	96
9.5. Korrelation des analytischen Modells mit lokalen Messfehlern . . . . .	98
9.6. Korrelation unterschiedlicher Oberflächenbereiche und Frequenzbänder . . . . .	101
9.7. Zusammenfassung . . . . .	103
<b>10. Experimentelle Untersuchung des Energiekorrelationskriteriums</b>	<b>105</b>
10.1. Vorstellung der zylindrischen Teststruktur . . . . .	105
10.2. Testaufbau und Testdurchführung . . . . .	106
10.3. FE-Simulation der zylindrischen Teststruktur . . . . .	109
10.4. Vergleich der kinetischen Gesamtenergie im Frequenzbereich . . . . .	111
10.5. Analyse der modalen Dichte der zylindrischen Teststruktur . . . . .	112
10.6. Korrelation der Betriebsschwingungsformen . . . . .	113
10.7. Korrelation der Eigenformen . . . . .	115
10.8. Korrelation der kinetischen Energieverteilungen . . . . .	117
10.9. Zusammenfassung . . . . .	119
<b>11. Frequenzbereichseinteilung des Schwingungsverhaltens</b>	<b>121</b>
11.1. Beschreibung des Schwingungsverhaltens im Frequenzbereich . . . . .	122
11.2. Testaufbau und Testdurchführung . . . . .	122
11.3. Interpretation der gemessenen Übertragungsfunktionen . . . . .	125
11.4. Interpretation der gemessenen Betriebsschwingungsformen . . . . .	126
11.5. Einteilung des Frequenzbereichs mit dem Phasenwinkel der Eingangsleistung . . . . .	128
11.6. Wellenzahlbasierte Einteilung des Frequenzbereichs . . . . .	129
11.7. Tiefer Frequenzbereich . . . . .	132



11.8. Mittlerer Frequenzbereich . . . . .	132
11.9. Hoher Frequenzbereich . . . . .	133
11.10 Räumlich getrennte Betrachtung der Schwingungsantwort . . . . .	134
11.11 Vergleich der Frequenzeinteilungen mit der Literatur . . . . .	136
11.12 Zusammenfassung . . . . .	139
<b>12. Energiekorrelation einer versteiften Kreiszyinderschale</b>	<b>143</b>
12.1. FE-Simulation der versteiften Kreiszyinderschale . . . . .	143
12.2. Vergleich der kinetischen Gesamtenergie im Frequenzbereich . . . . .	146
12.3. Korrelation der Betriebsschwingungsformen . . . . .	148
12.4. Korrelation der Eigenformen . . . . .	149
12.5. Korrelation der kinetischen Energieverteilungen . . . . .	150
12.6. Interpretation der kinetischen Energieverteilungen . . . . .	154
12.7. Zusammenfassung . . . . .	155
<b>13. Ansätze zur energiebasierten automatischen Modellanpassung</b>	<b>157</b>
13.1. Theoretische Grundlagen der Parameteroptimierung . . . . .	158
13.2. Energiebasierte Parameteroptimierung des analytischen Modells einer Platte . . . . .	159
13.3. Korrelation beider Modelle vor dem Optimierungsprozess . . . . .	161
13.4. Korrelation beider Modelle nach dem Optimierungsprozess . . . . .	163
13.5. Diskussion: Parameteroptimierung mit kinetischen Energieverteilungen . . . . .	163
13.5.1. Diskussion der Zielfunktion . . . . .	166
13.5.2. Diskussion einer inkonsistenten Parameteroptimierung . . . . .	172
13.6. Zusammenfassung . . . . .	174
<b>14. Fazit dieser Arbeit und Ausblick auf zukünftige Forschungsarbeiten</b>	<b>177</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>181</b>
<b>Bilderverzeichnis</b>	<b>192</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>197</b>
<b>A. Anhang</b>	<b>A</b>
A.1. Liste numerischer Vorhersagemethoden im mittleren Frequenzbereich . . . . .	A
A.2. Weitere Korrelationskriterien auf Basis von MAC . . . . .	C
A.3. Detaillierte Beschreibung des Testaufbaus . . . . .	F



# 1. Einleitung

Der Treibstoffverbrauch und die Schadstoffemissionen sind stark von der Gesamtmasse des Flugzeugs abhängig. Um die Ziele der ACARE Strategic Research and Innovation Agenda eines sauberen Flugtransportverkehrs bis zum Jahr 2050 einzuhalten und den Treibstoffverbrauch und die Schadstoffemissionen zu senken, wird bei jedem Optimierungsschritt der Flugzeugentwicklung die Gesamtmasse des Flugzeugs berücksichtigt und ein möglichst leichtes Strukturgewicht angestrebt.

Flugzeugrumpfstrukturen sind daher geprägt von ihrem Leichtbau und der damit verbundenen Anfälligkeit für Strukturschwingungen. Im mittleren und hohen Frequenzbereich ist eine starke Kopplung zwischen den Strukturschwingungen und dem umgebenden Fluid vorhanden. Diese Kopplung zwischen Struktur und Fluid führt zu einer Abstrahlung von Schallwellen in das umgebene Fluid. Die Schallabstrahlung findet über die Oberfläche der Struktur statt. Dabei ist die Bewegung der Struktur normal zu Oberfläche mit den Rändern des Fluides gekoppelt. Durch die Schwingungen der Struktur wird das Fluid angeregt und es breiten sich Schallwellen im Fluid aus. Liegt der Fokus auf dem akustischen Kabinenkomfort eines Passagierflugzeugs, ist die betrachtete Struktur im Allgemeinen eine versteifte Kreiszylinderschale. Diese Kreiszylinderschale ist an beiden Enden geschlossen und umschließt auf diese Art und Weise eine Luftkavität. Die genaue Vorhersage der Strukturschwingungen, der Fluid-Struktur-Kopplung und der Druckschwankungen in der Luftkavität sind besonders für eine Optimierung des akustischen Komforts in der Flugzeugkabine wichtig.

Die Standardwerkzeuge für die Analyse von Strukturschwingungen im tiefen Frequenzbereich sind die Finite Elemente Methode (FEM) [Bathe u. Zimmermann 2002] auf numerischer Seite und die experimentelle Modalanalyse (EMA) [Ewins 2000a; Heylen u. a. 1998; Maia u. Silva 1997] auf experimenteller Seite. Eine Modellvalidierung des Finite Elemente Modells für den tiefen Frequenzbereich basiert hauptsächlich auf der Korrelation von Eigenfrequenzen und Eigenformen aus Experiment und Simulation. Die modalen Parameter sind für jede Struktur einzigartig und beschreiben deren Schwingungsverhalten. Durch eine Anpassung der Modellparameter lassen sich die Abweichungen zwischen Experiment und Simulation minimieren und die Korrelation verbessern. Der Grad der Korrelation (Quantität) zwischen den numerisch und experimentell ermittelten modalen Parametern lässt sich üblicherweise durch die Abweichung der Eigenfrequenzen und dem Modal Assurance Criterion (MAC) [Allemang u. Brown 1982] beschreiben. MAC ist eine normierte und skalare Größe, welche den Grad der linearen Abhängigkeit zweier Vektoren beschreibt.

Im hohen Frequenzbereich ist die Statistical Energy Analysis (SEA) [Lyon 1975] eine weit verbreitete Methode, um die Vibrations- und Schalldruckpegel in den leicht gekoppelten Subsystemen eines Gesamtsystems zu ermitteln. Diese Methode analysiert die Energietransmission zwischen den Subsystemen, welche bei hinreichend hoher modaler Dichte in jedem Subsystem statistisch beschrieben werden kann. Auch wenn diese Methode keine exakten lokalen Informationen zur Verfügung stellt, kann die SEA das statistische Mittel der kinetischen Energie in einem Subsystem und innerhalb eines diskreten Frequenzbands (z.B. Terzbänder) vorhersagen.

Sowohl mit Hilfe der FEM als auch der SEA lässt sich in den numerischen Modellen eine Kopplung der Luftkavität mit der Struktur realisieren und sowohl die Schalldrücke als auch die kinetische Energie in der Luftkavität vorhersagen. Für einen qualitativen Vergleich im hohen Frequenzbereich werden die Schalldruck- und Vibrationspegel an zuvor definierten Positionen gemessen und mit simulierten Pegeln verglichen.

Im mittleren bis hohen Frequenzbereich ist eine Korrelation zwischen Simulation und Experiment auf Basis modaler Parameter, wie Eigenfrequenz und Eigenform, nicht mehr möglich. Die hohe modale Dichte der Flugzeugstruktur in diesem Frequenzbereich macht eine exakte und vollständige experimentelle Modalanalyse unmöglich. Einzelne Resonanzstellen lassen sich aufgrund der hohen modalen Dichte und Überlappung nicht mehr aus den gemessenen Übertragungsfunktionen identifizieren. Übertragungsfunktionen beschreiben die Schwingungsantwort einer Struktur bezüglich einer Erregerkraft. Dabei können die Schwingungsantworten unter anderem Verschiebungen, Geschwindigkeiten oder Beschleunigungen einer Struktur sein. Auch eine Korrelation der aus den Übertragungsfunktionen zusammengesetzten Betriebsschwingungsformen ist aufgrund ihrer Komplexität in diesem Frequenzbereich schwierig.

Abb. 1.1 zeigt den Betrag einer künstlich erzeugten, analytischen Übertragungsfunktion einer Geschwindigkeitsantwort auf eine Punktkraftanregung. Die Übertragungsfunktion weist alle 10 Hz eine Resonanzstelle auf. Dabei besitzen alle Resonanzstellen eine modale Konstante von eins und eine modale Dämpfung von 2 %. Durch die modale Dämpfung, obwohl diese für alle Resonanzstellen identisch ist, ist eine Aufweitung und Abflachen der Resonanzspitzen mit steigender Frequenz zu beobachten. Bei hohen Frequenzen ist nur noch ein flacher Verlauf der Übertragungsfunktion zu erkennen. Allein diese Eigenschaft der Übertragungsfunktionen macht eine experimentelle Modalanalyse im hohen Frequenzbereich unmöglich.

Ohne die Kopplung eines Strukturmodells mit einem Fluidmodell (Akustikmodell) und der daraus resultierenden wechselseitigen Anregung sind vibroakustische Vorhersagen nicht möglich. Die strukturdynamischen Modelle sind daher Grundlage einer jeden akustischen Vorhersage innerhalb der eingeschlossenen Luftkavität, wenn es um vibroakustische Problemstellungen geht. Eine genaue akustische Vorhersage scheitert, wenn das strukturdynamische Modell eine geringe Korrelation zu den realen Testdaten aufweist. In dem für den akustischen Komfort meist relevanten Frequenzbereich ist eine experimentelle Modalanalyse aufgrund der hohen modalen Dichte bzw. Überlappung und der sich verbreiternden und abflachenden Resonanzspitzen nicht mehr möglich. Dieser für die akustischen Vorhersagen wichtige Frequenzbereich ist nicht nur durch eine

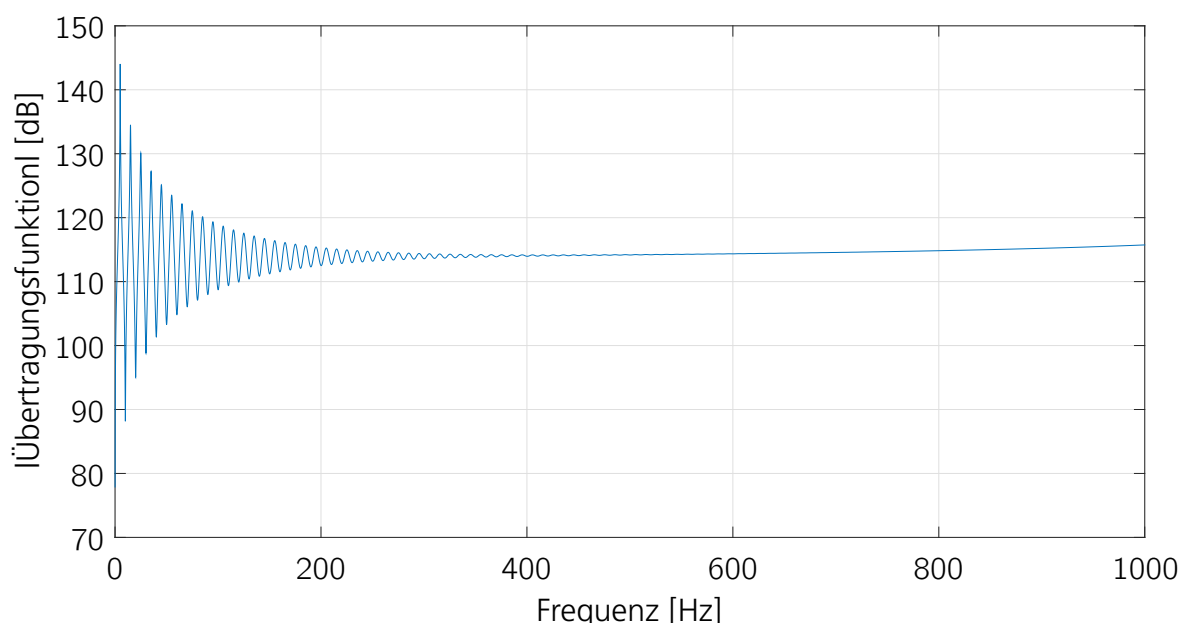


Abbildung 1.1.: Analytisches Beispiel einer Übertragungsfunktion mit konstanter modaler Dämpfung. Die Abbildung zeigt den Betrag der Übertragungsfunktion.

hohe modale Dichte gekennzeichnet, sondern auch durch ein zunehmend lokales Schwingungsverhalten. Da die strukturdynamischen Modelle Voraussetzung der vibroakustischen Vorhersagen sind, liegt der Fokus dieser Arbeit auf der Modellkorrelation strukturdynamischer Modelle jenseits des Anwendungsbereichs der experimentellen Modalanalyse. Eine Korrelation der akustischen Modelle wird in dieser Arbeit nicht betrachtet und wird Bestandteil weiterer und auf dieser Arbeit basierender Forschung sein.

Numerische Modelle, basierend auf der Finite Elemente Methode, zeigen oft signifikante Abweichungen zwischen den berechneten und gemessenen Übertragungsfunktionen, wenn der mittlere und hohe Frequenzbereich betrachtet wird. Validierte Modelle in diesem Frequenzbereich sind für die strukturdynamischen und akustischen Vorhersagen einer Flugzeugkabine notwendig. Aus diesem Grund präsentiert diese Arbeit eine Methode zur Modellkorrelation auf Basis kinetischer Energieverteilungen. Diese neue Methode wird zur Korrelation der Testergebnisse und Finite Elemente Modelle verwendet. Dabei unterstützt die neue Korrelationsmethode die Modellvalidierung des numerischen Modells und ermöglicht die Nutzung der numerischen strukturdynamischen Modelle bezüglich einer akustischen Problemstellung in dem mittleren bis hohen Frequenzbereich. Inspiriert von der SEA werden räumlich und spektral integrierte kinetische Energien einzelner Bereiche der Struktur zur Korrelation verwendet. Ziel ist es, Frequenzbänder zu identifizieren, in welchen das Finite Elemente Modell eine Anpassung von Modellparametern benötigt. Diese Anpassungen sind nötig, um besser mit experimentell ermittelten Daten überein-

zustimmen. Auch ist es mit der neuen Methode möglich, räumliche Bereiche zu lokalisieren, in welchen eine große Abweichung in der kinetischen Energie zwischen Simulation und Experiment vorhanden ist.

Bevor eine Modellkorrelation im mittleren bis hohen Frequenzbereich möglich ist, müssen diese Frequenzbereiche für jede Struktur identifiziert werden. Die Fragestellung, an welcher Stelle der mittlere Frequenzbereich beginnt und an welcher Stelle dieser in den hohen Frequenzbereich übergeht, ist nicht einfach zu beantworten. Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit eine neue Methode vorgestellt, mit welcher der Anfang und das Ende des tiefen, mittleren und hohen Frequenzbereichs identifiziert werden kann. Demonstriert wird diese Methode anhand gemessener Schwingungsantworten eines skalierten Modells einer zylindrischen Rumpfsektion. Dieses Testmodell ist eine versteifte Kreiszylinderschale mit einem globalen und lokalen Schwingungsverhalten, welches dem Schwingungsverhalten eines Flugzeugs im tiefen, mittleren und hohen Frequenzbereich ähnelt. Die neue Methode nutzt das Wellenzahlspektrum der Betriebschwingungsformen einzelner Frequenzen des skalierten Modells. Die Strukturwellenzahlen der Betriebsschwingungsformen werden mit Hilfe einer 2D-Fourier-Transformation identifiziert. Eine Analyse des Wellenzahlspektrums über den gemessenen Frequenzbereich gibt Aufschluss über die Schwingungscharakteristik einzelner Strukturkomponenten und der Gesamtstruktur. Eine Interpretation dieser Schwingungscharakteristik ermöglicht die Einteilung des gemessenen Frequenzbereichs in tiefen, mittleren und hohen Frequenzbereich.

Die Verbesserung des akustischen Kabinenkomforts wird seit mehr als 20 Jahren durch Vibrations- und Akustiktests an Flugzeugrumpfstrukturen begleitet. 1990 wurden Flugtestergebnisse von akustischen und strukturellen Schwingungsmessungen einer SAAB 340 präsentiert [Emborg u. Halvorsen 1990]. Dabei lag der Fokus auf der tonalen Propelleranregung, deren Einkopplung in die Struktur und der daraus resultierenden Akustik in der Flugzeugkabine. Verglichen wurden insbesondere die Betriebsschwingungsformen der diskreten Frequenzen der tonalen Propelleranregung.

1998 wurden daraufhin Akustik- und Vibrationstest mit 154 Beschleunigungssensoren und 105 Mikrofonen an einer SAAB 340 Rumpfsektion im mittleren Frequenzbereich durchgeführt und vorgestellt [Tengzelius u. a. 1998]. Auch eine Korrelation mit numerischen Ergebnissen wurde präsentiert. Der Fokus lag bei dieser Rumpfsektion auf dem Schwingungsverhalten zwischen 60 Hz und 130 Hz. Numerisch beschrieben wurde das strukturdynamische und akustische Modell der SAAB 340 mit Hilfe der FEM. Eine Anregung des Flugzeugrumpfs fand am Boden mit acht dynamischen Schwingungserregern und vier Lautsprechern statt. Aufgrund der hohen modalen Dichte war eine Korrelation der modalen Parameter zwischen Simulation und Experiment nicht möglich. Auch die Korrelation der einzelnen Übertragungsfunktionen war aufgrund der hohen Anzahl nicht möglich. Dafür zeigte die Korrelation der Singulärvektoren der gemessenen Übertragungsfunktionsmatrix zwischen allen 255 Antwortpunkten und 173 Anregungspunkten ein relativ gutes Ergebnis.

Um eine solche Korrelation bei noch höheren Frequenzen zu ermöglichen, ist aufgrund der hohen

Strukturwellenzahlen eine höhere räumliche Auflösung nötig. Der experimentelle Aufwand, eine komplette Übertragungsfunktionsmatrix zu messen, steigt mit der Frequenz. Aus diesem Grund wird eine alternative Korrelationsmethode benötigt, die auch mit weniger Anregungspunkten auskommt.

Erste räumlich hoch aufgelöste Messungen zur Charakterisierung des Schwingungsverhaltens eines Flugzeugrumpfs im tiefen und mittleren Frequenzbereich wurden vom DLR im Februar 2014 an der Helmut-Schmidt-Universität (HSU) in Hamburg an einem A400M Rumpf durchgeführt. Der A400M ist ein militärisches Transportflugzeug von Airbus Operations. Die durchgeführten Messungen am A400M dienten der Erfassung der globalen und der lokalen Schwingungsantworten einer komplexen, versteiften Zylinderstruktur im mittleren Frequenzbereich. Die Ergebnisse wurden auf der ISMA 2014 in Leuven präsentiert [Winter u. a. 2014]. Abb. 1.2 zeigt den A400M Rumpf in der Testhalle der HSU.



Abbildung 1.2.: A400M Rumpf in der Testhalle der Helmut-Schmidt-Universität in Hamburg © AIRBUS S.A.S. 2014. All rights reserved.

Die räumlichen Strukturschwingungen des A400M Flugzeugrumpfs wurden an beinahe 3000 Messpunkten erfasst. Um das lokale Schwingungsverhalten des A400M Flugzeugrumpfs im mittleren Frequenzbereich auflösen zu können, wird eine solch hohe räumliche Auflösung benötigt.

Die Messungen am A400M zeigen ein globales Schwingungsverhalten des Flugzeugrumpfs im tiefen Frequenzbereich. Ein stark lokales Schwingungsverhalten des A400M ist im mittleren und

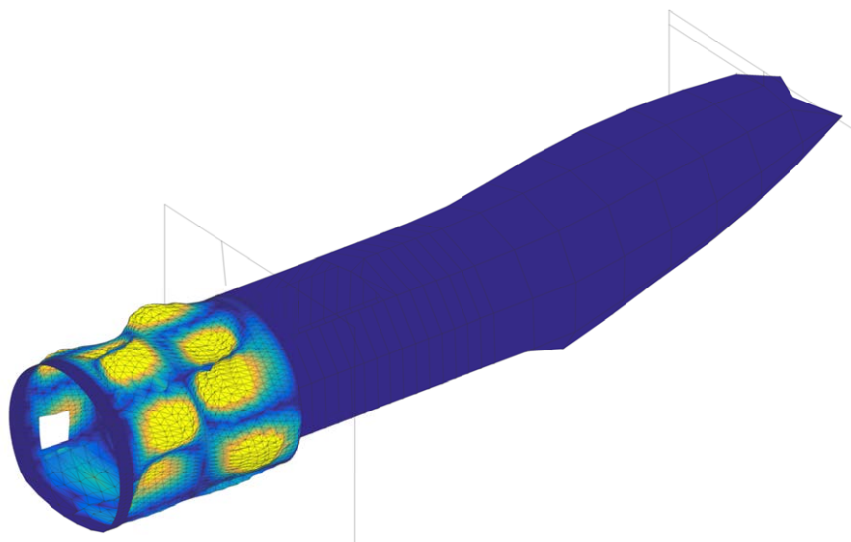
hohen Frequenzbereich zu beobachten. Besonders im mittleren Frequenzbereich weist der Flugzeugrumpf eine Überlagerung von globalen Schwingungsformen und lokalen Schwingungen auf. Diese lokalen Schwingungen lassen sich meist auf die Schwingungen der Hautfelder zurückführen. Hautfelder sind gekrümmte Schalen, die von den Versteifungen (Stringer und Spanten) in Längs- und Umfangsrichtung eingerahmt werden. Dieser Übergang von globalen Schwingungsverhalten zu lokalen Schwingungsverhalten zeichnet den mittleren Frequenzbereich aus. Die globalen Schwingungsformen sind an einzelnen lokalen Stellen starken Hautfeldschwingungen überlagert. Diese starken Hautfeldschwingungen verschwinden außerhalb ihrer Resonanzfrequenz und eine rein globale Schwingungsform ist zu beobachten. Mit steigender Frequenz zeigen immer mehr Hautfelder eine Resonanz und eine globale Schwingungsform lässt sich kaum noch erkennen. Ab diesem Punkt ist ein rein lokales Schwingungsverhalten zu beobachten. Mit deterministischen Methoden lässt sich das globale Schwingungsverhalten meist hinreichend genau vorhersagen. Das lokale Schwingungsverhalten ist, bedingt durch Fertigungs-, Montagetoleranzen und Unsicherheiten in der Modellierung des numerischen Modells, oft nur mit Hilfe statistischer Methoden beschreibbar.

Hautfelder haben den Charakter einer zyklisch symmetrischen Struktur, ähnlich wie die Beschaukelung einer Turbomaschine. Auch hier können die Eigenschwingungsformen stark lokalen Charakter haben und reagieren im Allgemeinen sehr sensibel bezüglich der Instrumentierung mit Sensoren.

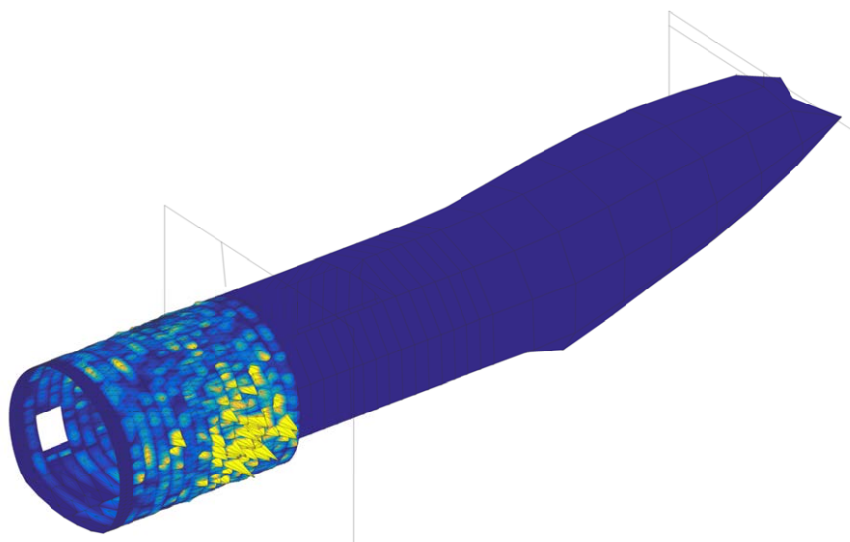
Abb. 1.3 zeigt zwei gemessene Betriebsschwingungsformen des A400M Flugzeugrumpfs zwischen 80 Hz und 90 Hz und 480 Hz und 500 Hz. Abb. 1.3 (a) zeigt ein globales Schwingungsverhalten des A400M Flugzeugrumpfs bei tiefen Frequenzen. Eine globale Strukturwelle ist deutlich im vorderen Bereich des Flugzeugrumpfs zu erkennen. Ein solches Schwingungsverhalten einer Kreiszylinderschale ist im tiefen Frequenzbereich zu erwarten. Abb. 1.3 (b) zeigt wiederum ein stark lokales Schwingungsverhalten bei hohen Frequenzen. Insbesondere sind viele lokale Schwingungen der Hautfelder zu erkennen. Dabei deutet die quasistochastische Verteilung der großen lokalen Amplituden auf hohe kinetische Energie in den Hautfeldern hin. Der Flugzeugrumpf besitzt eine hohe Anzahl an Hautfeldern ähnlicher Abmessungen. Ähnliche Eigenfrequenzen dieser Hautfelder sind daher zu erwarten. Aufgrund des stark lokalen Schwingungsverhaltens der Hautfelder lässt sich auf eine hohe modale Dichte schließen.

Dieser Rückblick auf die Versuchsdaten vom A400M dient der Einführung und der Beschreibung des Schwingungsverhaltens einer komplexen Struktur im tiefen und mittleren Frequenzbereich. Die Bearbeitung der A400M Testergebnisse ist nicht Gegenstand dieser Arbeit. Ziele dieser Arbeit sind neue Methoden zur Modellkorrelation und der Einteilung des gemessenen Frequenzbereichs für strukturdynamische Modelle. Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit auf ein analytisches Modell und zwei reale Teststrukturen zurückgegriffen. Eine der Teststrukturen ist einem skalierten Flugzeugrumpf nachempfunden und zeigt ähnliche Schwingungseigenschaften. Die neuen Methoden zur Modellkorrelation und zur Einteilung des analysierten Frequenzbereichs in tiefen, mittleren und hohen Frequenzbereich lassen sich anhand dieser Anwendungen im Detail vorstellen und diskutieren.





(a)



(b)

Abbildung 1.3.: A400M Rumpf: (a) globale Schwingungsform zwischen 80 Hz und 90 Hz (b) und lokale Schwingungsform zwischen 480 Hz und 500 Hz.



## 2. Begriffsdefinitionen

Dieser Abschnitt der Arbeit stellt Begriffe vor, welche in dieser Arbeit des Öfteren vorkommen und für ein besseres Verständnis dieser Arbeit unverzichtbar sind. Der Autor möchte deshalb dem Leser an dieser Stelle der Arbeit eine eindeutige Definition der Begriffe zur Verfügung stellen.

### **Methode**

Eine Methode ist eine planmäßige und konsequente Verfahrensweise zur sicheren und optimalen Verwirklichung theoretischer und praktischer Ziele wissenschaftlicher Art und um an wissenschaftliche Erkenntnisse zu gelangen [Brockhaus 1979; Göttert 2011].

In dieser Arbeit beschreiben die neu vorgestellten Methoden das schrittweise Vorgehen zur Ermittlung der Wellenzahlen aus den Betriebsschwingungsformen mit Hilfe einer 2D-Fourier-Transformation und die Berechnung der räumlich und spektral integrierten kinetischen Energien, welche als Korrelationsgröße von dem neuen Korrelationskriterium verwendet werden.

### **Verfahren**

Ein Verfahren ist die Art und Weise eines bestimmten Vorgehens oder einer Arbeitsweise [Drosowski u. a. 1971].

### **Kriterium**

Ein Kriterium ist ein unterscheidendes Merkmal oder ein Kennzeichen als Bedingung für einen Sachverhalt, ein Urteil oder eine Entscheidung [Brockhaus 1979; Göttert 2011].

In dieser Arbeit wird das neue Korrelationskriterium die prozentuale Ähnlichkeit zweier Modelle anhand von kinetischen Energieverteilungen ermitteln.

## Qualität und Quantität

Qualität ist die Bezeichnung für die Gesamtheit charakteristischer Eigenschaften, wie z.B. eines Systems, Prozesses oder Objektes. Dabei gibt die Qualität deren Beschaffenheit und Güte an [Brockhaus 1979; Göttert 2011].

Die Quantität ist eine durch Zahlen erfassbare, mengenmäßige Bestimmtheit der Dinge [Brockhaus 1979]. Sie ordnet der Güte der Qualität einen numerischen Wert zu.

## Korrelation

Ewins beschreibt in seinem Buch [Ewins 2000a, S. 448] den Begriff Korrelation als einen Prozess zur quantitativen Bestimmung der Ähnlichkeiten bzw. Unähnlichkeiten zweier Modelle. Bei der Korrelation dürfen auch Wichtungsfaktoren verwendet werden, um eine gute und nutzbare Korrelation der Modelle zu erhalten. Dies setzt voraus, dass die nachfolgende Verwendung dieser Modelle eine solche Wichtung erlaubt oder benötigt.

## Vergleich

Im Gegensatz zur Korrelation beschreibt Ewins [Ewins 2000a, S. 448] einen Vergleich als den Prozess, zwei Datensätze in ein und derselben Form direkt nebeneinander darzustellen. Ein solcher Vergleich erlaubt, eine objektive und qualitative Aussage über die Ähnlichkeit der Datensätze zu treffen. Sie erlaubt keine quantitative Aussage im Gegensatz zur Korrelation.

## Kollinearität zweier Vektoren

Zwei Vektoren sind kollinear, wenn sie parallel oder antiparallel zueinander sind [Papula 2009b, S. 46]. Damit ist ihre Wirkungslinie identisch. Betrag und Vorzeichen sind dabei irrelevant. Kollinearitätskriterien geben daher nur den Grad der Übereinstimmung der Wirkungslinie an und somit den Grad der Ähnlichkeit der beiden Vektoren. Der Betrag der Vektoren wird durch eine Normierung der Vektoren meist nicht mitberücksichtigt. Auch die Vorzeichen der Vektoren werden oft vernachlässigt. Daher sind zwei Vektoren nach Definition identisch, wenn beide Vektoren dieselbe Wirkungslinie besitzen.

## Orthogonalität zweier Vektoren

Im Gegensatz zur Kollinearität sind zwei Vektoren orthogonal zueinander, wenn sie senkrecht aufeinander stehen [Papula 2009b, S. 61]. Diese Vektoren weisen laut Definition keine Ähnlichkeit miteinander auf.

## Robustheit und Sensibilität

Verfahren und Methoden sind robust, wenn sie weniger sensibel (unempfindlich) auf kleinere Abweichungen reagieren. Mit Abweichungen sind Differenzen gemeint, die durch Unsicherheiten und Unwissen bei den getroffenen Annahmen der zugrundeliegenden Verfahren und Methoden auftreten. Robust steht für kräftig und widerstandsfähig [Drosdowski u. a. 1971]. Sensibel stammt von dem lateinischen Wort „sensibilis“ ab und steht für empfindlich oder empfindsam [Brockhaus 1979].

Im Falle einer Modellkorrelation können die verwendeten Methoden und Kriterien höchst sensibel auf Messfehler oder kleinere Unsicherheiten in der Modellierung und Fertigungstoleranzen reagieren. Ein robustes Korrelationskriterium reagiert daher nach Definition weniger empfindlich auf diese Unsicherheiten.

„In robustness, Tukey’s most decisive contribution was his clear conceptual recognition of the main underlying problem. He apparently was the first to recognize the extreme sensitivity of some conventional statistical procedures to seemingly minor deviations from the assumptions, and he elaborated on this theme in his 1960 paper, ‘A survey of sampling from contaminated distributions.’“ [Huber 2002, S. 1640]

## Modale Dichte

Die modale Dichte ist die Anzahl an Eigenformen oder Eigenfrequenzen in einem definierten Frequenzband [Fahy 2007, S. 65].

## Räumliche Diskretisierung

Bei der Diskretisierung wird ein kontinuierliches Gebiet (Kontinuum) in eine endliche Anzahl an Teilgebieten (Punkte) unterteilt. Diese Teilgebiete werden z.B. gemessen oder berechnet und ap-

proximieren (annähern) auf diese Art und Weise das kontinuierliche Gesamtgebiet [Schäfer 1999, S. 7].

## **Schwingungen**

Schwingungen sind periodische Vorgänge (Auslenkung) um eine Gleichgewichtslage. Es findet ein Energieaustausch zwischen kinetischer und potentieller Energie statt. Eigenformen zeigen z.B. diese Charakteristik. Dabei sind Schwingungen ortsfest, aber abhängig von der Zeit [Hahn 2014, S. 355].

## **Wellen**

Periodische Vorgänge um eine Gleichgewichtslage, welche sich über die Zeit durch ein Medium mit einer bestimmten Geschwindigkeit ausbreitet, werden als Wellen bezeichnet. Anders als Schwingungen sind Wellen nicht ortsfest. [Hahn 2014, S. 355].

## **Eigenform**

Eigenformen sind, wie Eigenfrequenz und modale Dämpfung, einzigartige Eigenschaften einer dynamischen Struktur. Diese Eigenschaften werden mit den Resonanzen einer Struktur in Verbindung gebracht. Die Schwingungsform in einer solchen Resonanz definiert die Eigenform [Richardson 1997, S. 1]. In der Resonanz schwingen alle Bereiche einer Struktur (Kontinuum) mit derselben Eigenfrequenz. Die Eigenform gibt den relativen Bezug der Strukturpunkte (Diskretisierung des Kontinuums) zueinander an. Dieser Bezug ist relativ, da Eigenformen dimensionslos und beliebig skalierbar sind.

Bei einer proportionalen Dämpfung findet in einer Resonanz kein Energietransport innerhalb der Struktur mehr statt, sondern ein Energieaustausch zwischen kinetischer und potentieller Energie. Kinetische und potentielle Energie gehen wechselseitig ineinander über. Es bildet sich eine stehende Welle. Die Eigenform ist somit eine reine Schwingung. In einer Eigenform besitzen alle Strukturpunkte eine feste räumliche Phasenbeziehung zueinander. Ist die Struktur ungedämpft, d.h. keine Dissipationsenergie ist vorhanden, bleibt die Energie erhalten [Hiersig 1995, S. 185]. In der Realität ist ein solcher Fall meist nicht existent und eine nicht proportionale Dämpfung ist vorhanden. Die gemessenen Eigenformen sind daher meist komplex.

## Betriebsschwingungsform

Anders als Eigenformen sind Betriebsschwingungsformen abhängig von der Anregung. Sie sind keine Eigenschaft der Struktur, sondern Antwortgrößen auf eine harmonische Anregung. Die Schwingungsform setzt sich aus einer diskreten Anzahl an Frequenzantworten gleichzeitig gemessener Strukturpunkte zusammen [Schwarz u. Richardson 1999, S. 2].

**„Operating Deflection Shape:** The values of a set of simultaneously sampled time domain responses at a specific time, or the values of a set of frequency domain responses at a specific frequency.“ [McHargue u. Richardson 1993, S. 2]

Dabei kann eine Betriebsschwingungsform sowohl die räumliche Verschiebungs-, Geschwindigkeits-, als auch die Beschleunigungsverteilung einer dynamischen Struktur sein. Die Betriebsschwingungsform lässt sich zudem aus den Eigenformen synthetisieren (siehe Gl. 9.5).

## Globales und lokales Schwingungsverhalten

Global ist definiert als gesamt, umfassend, allgemein oder pauschal [Brockhaus 1979]. Mit globalem Schwingungsverhalten sind Schwingungsformen gemeint, deren Form sich aus der Schwingungsantwort der gesamten Struktur zusammensetzt. Dabei lässt sich eine offensichtlich zusammengehörende Bewegung aller Teile einer Struktur erkennen.

Lokal ist definiert als örtlich [Brockhaus 1979]. Bei lokalen Schwingungsformen lassen sich nur kleine Bereiche der Struktur identifizieren, deren Schwingungsform sich eindeutig von den anderen Formen anderer Bereiche der Struktur absetzt. Lokale Schwingungen sind somit ein örtlich begrenztes Phänomen.

**„Local Modes:** Energy can also become trapped in local regions of a structure, and cannot readily travel beyond the boundaries of those regions. In the case of an instrument card cage, at a resonant frequency of one of its PC cards, energy becomes trapped within a card, causing it to resonate. The surrounding card cage is not compliant enough at the resonant frequency of the card to absorb energy, so the energy is reflected back and stays trapped within the card. The card vibrates but the cage does not. Many structures have local modes; that is, resonances that are confined to local regions of the structure. Local modes will occur whenever part of the structure is compliant with the energy at a particular frequency, but other parts are not.“ [Schwarz u. Richardson 1999, S. 2]

## Deterministisches und statistisches Schwingungsverhalten

Ein System, welches sich mit Hilfe einer Theorie oder Gesetzmäßigkeit genau beschreiben lässt, ist deterministisch. Ist der Wert einer Zustandsgröße zu einem bestimmten Zeitpunkt quantitativ bekannt, lässt sich mit Hilfe der deterministischen Theorie der Wert der Zustandsgröße zu einem späteren Zeitpunkt quantitativ vorhersagen [Stegmüller 1983, S. 561].

Wenn der Zusammenhang zwischen den Zustandsgrößen der beiden Zeitpunkte durch eine Theorie nicht eindeutig vorhersehbar ist, wird dieses System als indeterministisches System bezeichnet [Stegmüller 1983, S. 559]. Ein solches Verhalten liegt zugrunde, wenn die Gesetzmäßigkeit einen statistischen Charakter aufweist. Auch wenn kein direkter und deterministischer Zusammenhang zwischen der Eingangsgröße und Ausgangsgröße vorhanden ist, lässt sich ein indeterministisches System meist wahrscheinlichkeitstheoretisch mit statistischen Methoden beschreiben [Reif 1965, S. 61].

Globale, tieffrequente Schwingungsformen lassen sich oft noch deterministisch vorhersagen. Diese globalen Schwingungsformen reagieren robust auf kleine Unsicherheiten in den Modellparametern und Fertigungstoleranzen.

Im Gegensatz zu den globalen Schwingungen reagieren die lokalen, hochfrequenten Schwingungen meist sehr sensitiv auf kleinere Unsicherheiten. Eine exakte Vorhersage des lokalen Schwingungsverhaltens ist daher in diesen Fällen nicht möglich. Mit Hilfe einer statistischen Beschreibung, wie z.B. Mittelwert und Varianz), einer großen Stichprobe, mit leicht unterschiedlichen Modellparametern, ist eine hinreichend genaue Charakterisierung des Schwingungsverhaltens dennoch möglich. Eine solche Untersuchung nennt sich Monte Carlo Simulation [Mooney 1997] und lässt sich z.B. mit einem FE-Modell durchführen. Dabei wird das FE-Modell mit jeweils leicht unterschiedlichen Modellparametern n-mal berechnet.

## Dominante Strukturwelle

Die Betriebsschwingungsformen lassen sich in Strukturwellen unterschiedlicher Wellenzahl und Amplitude zerlegen. Die dominante Strukturwelle ist in dieser Arbeit als die fundamentale Strukturwelle mit der größten Amplitude im Wellenzahlspektrum definiert. Diese Strukturwelle besitzt den größten Anteil an kinetischer Energie der zerlegten Betriebsschwingungsform. Ein solches Wellenzahlspektrum ergibt sich durch eine 2D-Fourier-Transformation der Schwingungsform.



## Residuum

In der numerischen Mathematik und auch in der automatischen Modellanpassung, wird ein Fehler bzw. eine Abweichung z.B. zwischen einer gemessenen und simulierten Größe als Residuum bezeichnet.

„Der Vergleich von Versuchsmodell und Rechenmodell geht von der Definition eines Fehlers (Residuum) aus, der aus einer (bezüglich der Aufgabenstellung) geeigneten, identifizierten Größe des Prozesses (System im Versuch, im Betrieb) und der entsprechenden Größe des Rechenmodells gebildet wird.“[Natke 1992, S. 5]

## Optimierung

Den Begriff Optimierung im Sinne der Modellanpassung strukturdynamischer Modelle beschreibt Ewins [Ewins 2000a, S. 448] als einen Prozess, um ein Fehlerresiduum in Abhängigkeit quantitativer Parameter zu minimieren.

Bei dem Optimierungsprozess strukturdynamischer Modelle wird meistens die Differenz zwischen gemessenen und simulierten Eigenschwingungsformen und Eigenfrequenzen minimiert.

## Automatische Modellanpassung

Nach Ewins [Ewins 2000a, S. 448] ist die automatische Modellanpassung ein Prozess, welcher die Werte zuvor definierter Modellparameter eines numerischen Modells solange korrigiert, bis das angepasste numerische Modell die dynamischen Eigenschaften des Testmodells innerhalb einer definierten Toleranz bestmöglich beschreibt.



### 3. Übersicht der Korrelationsmethoden

In der heutigen Zeit werden Strukturen, wie Flugzeuge, rechnergestützt entworfen und ausgelegt. Die Auslegung wird mit Hilfe numerischer Werkzeuge durchgeführt. Auch bei Komfortanalysen bezüglich Kabinenakustik wird auf numerische Modelle zurückgegriffen. Demzufolge lässt sich schon in einem frühen Stadium der Produktentwicklung das Schwingungsverhalten aufgrund von Strömungen oder von Schallquellen vorhersagen. Mit Hilfe von Parameterstudien, z.B. durch Variation von Materialeigenschaften oder Bauteilgeometrien, lässt sich der Einfluss der Modellparameter auf die Schwingungseigenschaften der Struktur bestimmen. Durch Massen-, Steifigkeits- und Dämpfungsmodifikationen ist eine Optimierung der Struktur auf Basis der zuvor definierten Modellparameter möglich. Dieser meist iterative Optimierungsprozess ist im Vergleich zum Testen einzelner Prototypen nicht nur schneller, sondern auch kostengünstiger. Infolgedessen lassen sich frühzeitig nicht optimale Designs verwerfen und Risiken besser abschätzen.

Am Ende des Optimierungsprozesses wird die Vorhersagegenauigkeit des numerischen strukturdynamischen Modells experimentell anhand eines Prototyps überprüft und validiert. Entspricht die Vorhersage nicht dem gemessenen Schwingungsverhalten des Prototyps, muss das numerische Modell angepasst werden. Dieser Schritt ist von enormer Wichtigkeit, weil mit dem numerischen strukturdynamischen Modell auch sicherheitsrelevante Auslegungen vorgenommen werden, wie z.B. die Flutteranalyse bei Flugzeugen [Schwochow 2012]. Im Falle der Auslegung der Kabinenakustik ist eine Kopplung des strukturdynamischen Modells des Flugzeugrumpfs mit einem akustischen Modell Grundlage einer jeden Kabinenlärmvorhersage. Zeigen die strukturdynamischen Modelle signifikante Abweichungen zu dem gemessenen Schwingungsverhalten des Prototyps, sind auch keine aussagekräftigen Vorhersagen des Kabinenlärms möglich.

Die Validierung des numerischen strukturdynamischen Modells findet aus Sicherheitsgründen und zur Trennung von Aerodynamik und Strukturmechanik typischerweise am Boden statt. In einem aufwendigen Bodentest, dem sogenannten Standschwingungsversuch, werden die dynamischen Eigenschaften eines Flugzeugprototyps gemessen und mit dem numerischen Modell korreliert. Berücksichtigt das numerische Modell alle relevanten physikalischen Zusammenhänge der realen Flugzeugstruktur und zeigt zudem auch eine hohe Korrelation der dynamischen Eigenschaften zur realen Flugzeugstruktur, gilt das numerische Modell als validiert.

Eine Korrelation der Schwingungseigenschaften kann sowohl im Zeitbereich als auch im Frequenzbereich durchgeführt werden. Einige der in der Literatur vorkommenden Verfahren und Methoden zur Korrelation werden in den folgenden Abschnitten dieses Kapitels diskutiert.

Die bei fast allen Korrelationsverfahren verwendete, mathematische Beschreibung wird in Abschnitt 3.1 erörtert. Der Grad der Korrelation ist eine quantitative Größe, die mathematisch zwischen zwei Größen ermittelt werden kann. Da der Fokus dieser Arbeit auf der Modellkorrelation liegt, findet in Kapitel 6 auch eine ausführliche und problemorientierte Diskussion bezüglich der Anwendung der in Abschnitt 3.1 beschriebenen Art der Korrelation zweier vektorieller Größen statt.

Im Zeitbereich lassen sich die gemessenen und simulierten Zeitsignale qualitativ in einem Diagramm vergleichen. Eine quantitative Bestimmung der Ähnlichkeit zwischen den Zeitsignalen ist ebenfalls durch Korrelationsfunktionen möglich und wird kurz in Abschnitt 3.3 diskutiert.

Durch eine Fourier-Transformation der gemessenen Schwingungsantworten und Erregerkräfte in den Frequenzbereich lassen sich die gemessenen Zeitsignale durch Spektren und Übertragungsfunktionen beschreiben. Ein qualitativer Vergleich sowie eine quantitative Korrelation der gemessenen und simulierten Übertragungsfunktionen sind auch im Frequenzbereich möglich. Abschnitt 3.5 erörtert die Vorgehensweise einer Signal- und Modellkorrelation im Frequenzbereich.

Modale Parameter lassen sich mit Hilfe von Modellgleichungen identifizieren, die aus den theoretischen Grundlagen der Strukturmechanik abgeleitet werden. Der analytische Zusammenhang zwischen Übertragungsfunktionen und modalen Parametern ist bekannt, wodurch modale Parameter häufig aus gemessenen Übertragungsfunktionen identifiziert werden. Aus den Übertragungsfunktionen im Frequenzbereich lassen sich modale Parameter der dynamischen Struktur identifizieren. Auch numerisch ist eine Ermittlung dieser Parameter durch Lösen des Eigenwertproblems der Systemmatrizen des numerischen Modells möglich. Zum Zeitpunkt dieser Arbeit ist eine Modellkorrelation und Modellvalidation mit Hilfe der modalen Parameter Stand der Technik, wenn strukturdynamische Anwendungen betrachtet werden. Dennoch ist eine experimentelle Identifikation dieser modalen Parameter nur im tiefen Frequenzbereich möglich. Abschnitt 3.4 diskutiert die Modellkorrelation auf Basis modaler Parameter.

Im hohen Frequenzbereich ist eine experimentelle Identifikation der modalen Parameter aufgrund der hohen modalen Dichte nicht mehr möglich. Dafür hat sich in den letzten Jahren eine Vorhersagemethode des Schwingungsverhaltens komplexer Strukturen auf Basis kinetischer Energien etabliert. Kapitel 4 liefert eine kurze Einführung in die Statistical Energy Analysis. Die SEA ist besonders für den hohen Frequenzbereich geeignet. Die Modellparameter dieser numerischen Modelle, wie Kopplungs- und Verlustfaktoren, lassen sich auch im hohen Frequenzbereich experimentell ermitteln.

Zwischen tiefen und hohen Frequenzbereich befindet sich ein dritter Frequenzbereich. Der mittlere Frequenzbereich ist ein Übergangsbereich. In diesem haben sowohl die FEM als auch die SEA Schwierigkeiten, aussagekräftige Vorhersagen des Schwingungsverhaltens zu liefern. Die hohe modale Dichte und die Sensitivität der Eigenformen und Eigenfrequenzen auf die Details der dynamischen Struktur setzen eine detaillierte und akkurate Modellierung der Struktur voraus.

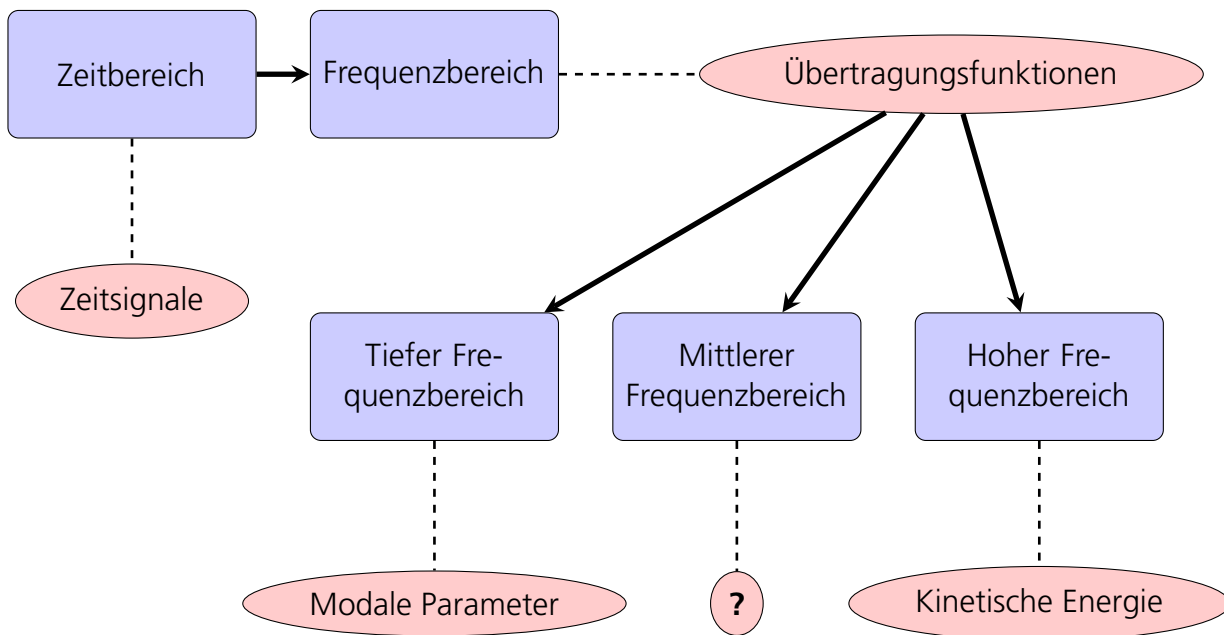


Abbildung 3.1.: Zusammenhang zwischen Zeit- und Frequenzbereich in blau und die zur Vorhersage und Korrelation verwendeten Größen in rot.

Für die SEA ist die modale Dichte noch nicht ausreichend hoch, um eine statistische Herangehensweise und Beschreibung der kinetischen Energien zu ermöglichen. Auch ist eine komplette experimentelle Identifikation der Eigenformen in diesem Frequenzbereich aufgrund der modalen Dichte nicht möglich. Bedingt durch diese Herausforderungen liegt der Fokus vieler Forschungsarbeiten im Bereich der Strukturdynamik und Vibroakustik auf dem mittleren Frequenzbereich. Im Anhang A.1 werden einige neue und auch hybride Vorhersagemethoden, welche die Vorhersagemethoden aus dem tiefen und hohen Frequenzbereich vereinen, vorgestellt. Eine neue Vorhersagemethode für den mittleren Frequenzbereich ist nicht Gegenstand dieser Arbeit. Der Fokus dieser Arbeit liegt auf der Modellkorrelation und aus diesem Grund wird die Finite Elemente Methode als Vorhersagemethode für die Schwingungsantworten einer Struktur gewählt. Die Finite Elemente Methode ist eine weitverbreitete und gut verstandene numerische Vorhersagemethode.

Die Einteilung des Frequenzbereiches in tiefen, mittleren und hohen Frequenzbereich und das charakteristische Schwingungsverhalten einer dynamischen Struktur in diesen Frequenzbereichen wird in Abschnitt 3.2 diskutiert.

In dieser Arbeit liegt der Fokus auf der Korrelation zwischen Finite Elemente Modellen und Testmodellen. Aus diesem Grund gibt dieses Kapitel der Arbeit eine Übersicht vorhandener Korrela-

tionsmethoden im Zeit- und Frequenzbereich. Nicht alle der Korrelationsmethoden sind für eine Modellkorrelation gedacht. Manche der vorgestellten Korrelationsmethoden dienen der Signalkorrelation. Dennoch zeigt sich, dass die Korrelationsmethoden und die Herangehensweise zur Korrelation von Signalen oder Modellen sehr ähnlich sind. Der Zusammenhang zwischen Zeitbereich, Frequenzbereich und den zur Korrelation bzw. Vorhersage verwendeten physikalischen Größen ist in Abb. 3.1 graphisch dargestellt.

### 3.1. Allgemeine Definition der Vektorkorrelationskriterien

Die meisten in der Literatur beschriebenen Korrelationskriterien basieren auf der gleichen oder ähnlichen mathematischen Formulierung des Korrelationskoeffizienten [Papula 2008, S. 615]. Die mathematische Beschreibung der Korrelationskriterien wird an dieser Stelle der Arbeit vorweg erörtert. Die Beschreibung der einzelnen Korrelationskriterien folgt im weiteren Verlauf dieses Kapitels.

Viele Korrelationskriterien nutzen zur Korrelation physikalischer Größen eine Anordnung in Form eines Vektors. Basierend auf dem Korrelationskoeffizienten lässt sich ein Vektorkorrelationskriterium *KOR* mathematisch wie folgt beschreiben

$$KOR(i, n) = \frac{|\{\Theta\}_i^H \{\Gamma\}_n|^2}{\{\Theta\}_i^H \{\Theta\}_i \{\Gamma\}_n^H \{\Gamma\}_n}. \quad (3.1)$$

Die Vektoren  $\{\Gamma\}_n$  und  $\{\Theta\}_i$  sind Vektoren mit beliebigem Inhalt. Sie können Schwingungsformen, Übertragungsfunktionen oder Zeitsignale beschreiben. Allgemein lässt sich jede Größe, welche sich in Vektorform darstellen lässt, auf diese Art und Weise korrelieren.

Die Korrelation nimmt Werte zwischen  $0 \leq KOR \leq 1$  oder  $0 \% \leq KOR \leq 100 \%$  an. Ein großer *KOR* Wert deutet auf eine starke Korrelation oder hohe lineare Abhängigkeit bzw. Ähnlichkeit zweier Vektoren hin, während ein niedriger *KOR* Wert auf eine hohe lineare Unabhängigkeit hindeutet. Bei einem *KOR* Wert gleich eins sind die Vektoren exakt kollinear und bei null exakt orthogonal zueinander (siehe Kapitel 2).

Der Korrelationskoeffizient aus der Statistik gibt den Grad der linearen Abhängigkeit zweier Zufallsvariablen an bzw. den Grad der Ähnlichkeit zweier n-dimensionaler Vektoren [Papula 2008, S. 615 ff.].

Ist eine lineare Abhängigkeit dieser beiden Vektoren mit Zufallsvariablen feststellbar, lässt sich mit

Hilfe der Gaußschen Methode der kleinsten Fehlerquadrate [Papula 2008, S. 696 ff.] eine lineare Regressionsgerade durch die Punktwolke, welche die Werte der beiden Zufallsvariablen darstellen, legen [Papula 2008, S. 630 ff.]. Diese Regressionsgerade gibt eine funktionale Abhängigkeit der beiden Zufallsvariablen an. Ist eine exakte lineare Abhängigkeit der beiden Zufallsvariablen vorhanden, liegen alle Punkte auf der linearen Regressionsgeraden. Abschnitt 6.2 vertieft diesen Zusammenhang mit Hilfe einfacher Beispiele.

Der Korrelationskoeffizient gibt dabei nicht die Kausalität oder den Ursprung beider Variablen an. Die Kausalität beschreibt den Weg oder die Verkettung von Aktionen und Reaktionen einer Variablen von ihrem Anfangszustand bzw. Ursprung zu ihrem Endzustand [Schaps u. a. 2008, S. 10], [Baur u. Blasius 2014, S. 1021]. Dabei können zwei Variablen von unterschiedlichem Ursprung auf unterschiedlichen Wegen und Einwirkungen von außen zu ihrem Endzustand gelangen. Diese beiden Endzustände können zufällig eine hohe lineare Abhängigkeit besitzen. Das heißt, dass zwei Ereignisse oder Größen sich sehr stark ähneln können. Der Grund für die Ähnlichkeit kann dennoch unterschiedliche Ursachen haben. Zum Beispiel kann eine lineare Abhängigkeit beider Zufallsgrößen über eine dritte Zufallsgröße vorhanden sein. In der Statistik wird dies Scheinkorrelation genannt [Hartung u. a. 2005, S. 561].

## 3.2. Definition: Zeitbereich und tiefer, mittlerer und hoher Frequenzbereich

Im vorherigen Abschnitt wurde die mathematische Beschreibung der Korrelation diskutiert und deren Eigenschaften erörtert. Dieser Abschnitt beschäftigt sich mit den Charakteristiken des Schwingungsverhaltens dynamischer Strukturen im tiefen, mittleren und hohen Frequenzbereich. Zuvor wird kurz allgemein auf den Zeit- bzw. Frequenzbereich eingegangen.

### Zeitbereich

Physikalische Bewegungsgrößen und Erregerkräfte werden von Sensoren in elektrische Spannungen umgewandelt und liegen als analoge Signale vor. Diese werden zeit- und wertdiskret abgetastet und liegen nach der Datenerfassung als diskrete Zeitfolgen bzw. Zahlenfolge [Papula 2009a, S. 173] vor. Ist eine Vorschrift vorhanden, die einem Wert einer Größe, wie z.B. Geschwindigkeit, Beschleunigung und Druck, eindeutig einem Zeitwert zuordnet, so ist diese Vorschrift eine Funktion der Größe in Abhängigkeit der Zeit [Papula 2009a, S. 146]. Ist eine solche Abhängigkeit der Zahlenfolge oder der Funktion von der Zeit vorhanden, spricht man vom Zeitbereich.

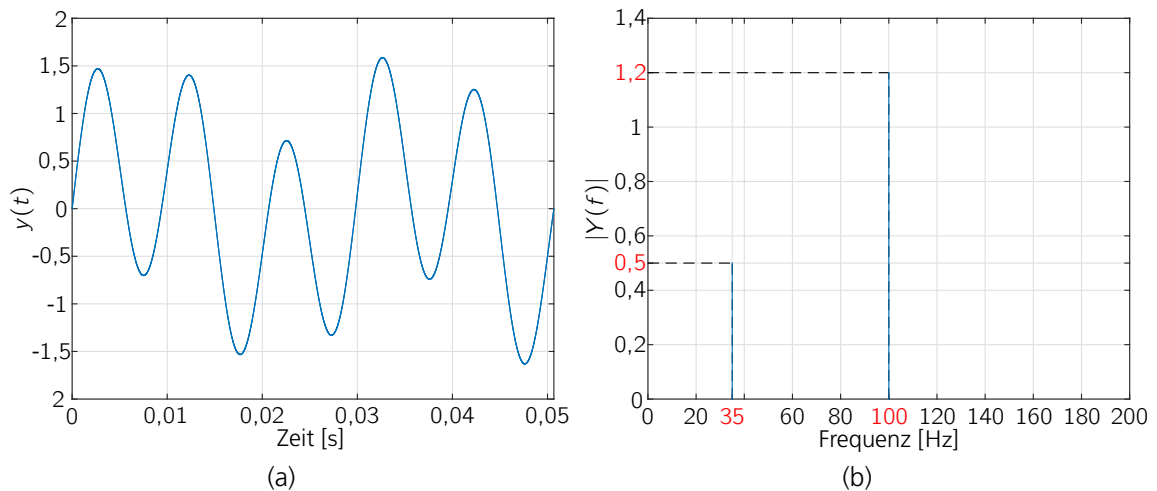


Abbildung 3.2.: (a) Funktion  $y(t) = A_1 \sin(2\pi f_1 t) + A_2 \sin(2\pi f_2 t)$  mit  $A_1 = 0,5$ ,  $A_2 = 1,2$ ,  $f_1 = 35$  Hz,  $f_2 = 100$  Hz im Zeitbereich (b) Frequenzspektrum der Funktion  $y(t)$  nach 1D-Fourier-Transformation.

## Frequenzbereich

Unter anderem lässt sich mit Hilfe einer Fourier-Transformation eine zeitabhängige Funktionen  $u(t)$  in den Frequenzbereich  $\hat{u}(\Omega)$  transformieren [Brandt 2011, S. 25]. Die Funktion ist daraufhin nicht mehr abhängig von der Zeit  $t$ , sondern von der Frequenz  $\Omega$ .

Eine solche Transformation ist in Abb. 3.2 dargestellt. Abb. 3.2 (a) zeigt das kontinuierliche Zeitsignal  $y(t) = A_1 \sin(2\pi f_1 t) + A_2 \sin(2\pi f_2 t)$  mit  $A_1 = 0,5$ ,  $A_2 = 1,2$ ,  $f_1 = 35$  Hz,  $f_2 = 100$  Hz im Zeitbereich. Die Transformation in den Frequenzbereich mit Hilfe einer 1D-Fourier-Transformation liefert die Koeffizienten  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $f_1$ ,  $f_2$  im Frequenzspektrum der Funktion  $y$ . Das Ergebnis der 1D-Fourier-Transformation bzw. das Frequenzspektrum des Zeitsignals  $y(t)$  ist in Abb. 3.2 (b) dargestellt.

Die Einteilung des Frequenzbereichs in tiefen, mittleren und hohen Frequenzbereich ist nicht eindeutig. Es gibt einen verschwommenen Übergang zwischen den Frequenzbereichen, welcher zudem von Struktur zu Struktur unterschiedlich ist. Dieser Übergang ist abhängig von der Geometrie, Dimension und den Materialeigenschaften der einzelnen Strukturen. Obwohl eine Einteilung schwierig ist, ist diese von wesentlicher Bedeutung, weil bestimmte Methoden und Verfahren zur Korrelation und Vorhersage nur für bestimmte Frequenzbereiche optimal geeignet sind. Der folgende Abschnitt geht auf die Definitionen und Herausforderungen der Frequenzbereiche ein.



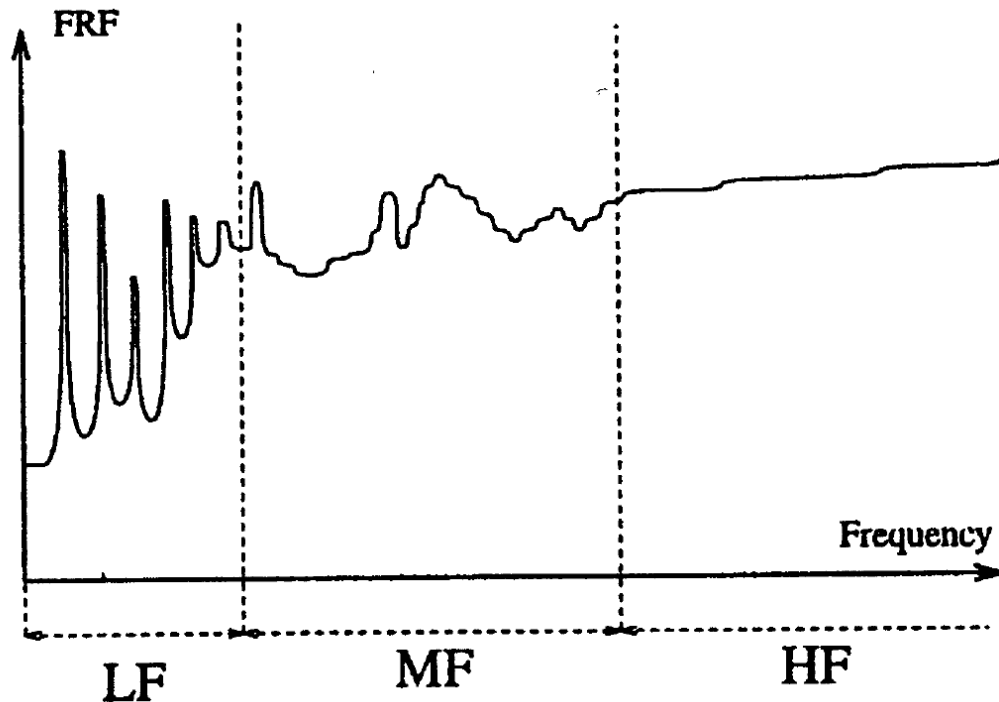


Abbildung 3.3.: „Frequency ranges for a complex structure“ [Ohayon u. Soize 1998, S. 3] - Übertragungsfunktion (qualitativ) eingeteilt in tiefen (LF), mittleren (MF) und hohen Frequenzbereich (HF)

### Tiefer Frequenzbereich

Bei schwacher Dämpfung sind die Übertragungsfunktionen zwischen den Schwingungsantworten und der Anregung im tiefen Frequenzbereich geprägt von eindeutig trennbaren Resonanzspitzen. Dieses Verhalten ist qualitativ in Abb. 3.3 dargestellt. Durch die schwache Dämpfung sind die Eigenformen in diesem Frequenzbereich schwach miteinander gekoppelt und in der Nähe einer Resonanzspitze dominiert meist nur eine Eigenschwingungsform die Schwingungsantwort der Struktur. In diesem Frequenzbereich lässt sich die Schwingungsantwort mit deterministischen Vorhersagemethoden, wie FEM, ohne größere Probleme vorhersagen. Auch eine experimentelle Modalanalyse ist in diesem Bereich ohne Weiteres möglich. Durch die deutlich voneinander trennbaren Resonanzspitzen lassen sich Eigenformen und Eigenfrequenzen eindeutig aus den gemessenen Übertragungsfunktionen identifizieren. Auch eine Schätzung der modalen Dämpfung ist ohne große Schwierigkeiten möglich. Dennoch muss mit steigender Frequenz sowohl das Messgitter als auch das FE-Netz immer weiter verfeinert werden, um die steigende Strukturwellenzahl räumlich auflösen zu können.

## Hoher Frequenzbereich

Der hohe Frequenzbereich ist gekennzeichnet von einer hohen modalen Dichte, starker modaler Überlappung und einem praktisch glatten Verlauf der Übertragungsfunktionen (siehe Abb. 3.3). Durch die hohe modale Dichte und die Dämpfungskopplung ist besonders im hohen Frequenzbereich das Schwingungsbild geprägt von einer Vielzahl an Eigenschwingungsformen. Gerade wenn eine größere Anzahl ähnlich konstruierter Strukturen betrachtet wird, zeigen sich signifikante Unterschiede im Detail der Schwingungsantworten der einzelnen Strukturen. Besonders im hohen Frequenzbereich reagieren die Eigenformen sensitiv auf Modellunsicherheiten und Fertigungstoleranzen. Aus diesem Grund werden in dem hohen Frequenzbereich energiebasierte und statistische Methoden verwendet. Im diesem Frequenzbereich ist die SEA eine weitverbreitete Methode zur Vorhersage vibroakustischer Eigenschaften einer Struktur [Keane u. Price 1994; Lallor 1996; Lyon u. DeJong 1995; Lyon u. Maidanik 1962; Scharton u. Lyon 1968; Smith Jr. 1962]. Die SEA stellt aussagekräftige Vorhersagen für komplexe Strukturen mit einer kleinen Anzahl an Modellparametern zur Verfügung. Die Vorhersagen sind statistischer Natur und liefern zeitlich und räumlich gemittelte kinetische Schwingungsenergien einer Struktur mit hoher modaler Dichte im hohen Frequenzbereich. Bei dieser Methode ist eine detaillierte Beschreibung der Geometrie einer Struktur nicht notwendig. Die Vorhersagen der SEA werden mit sinkender Frequenz weniger aussagekräftig, weil die modale Dichte und Überlappungen sinken. In diesem Frequenzbereich gewinnen die Details der Kopplung einzelner Strukturkomponenten an Bedeutung und eine statistische Beschreibung des Schwingungsverhaltens ist nicht mehr möglich [Castanier u. Pierre 2002, S. 4].

„Furthermore, the effects of parameter uncertainties on the structural dynamics [Ibrahim 2009] become significant as the frequency increases.“[Castanier u. Pierre 2002, S. 1]

„In any case, the individual modes high up the series become increasingly sensitive to details of the physical structure under investigation, to such an extent that they may be influenced by the deviations from ideal design which inevitably occur in construction. This is related to the phenomenon described in the last paragraph: high modes of the finite element model are sensitive to small details in the modelling, and high modes of the real structure are similarly sensitive to small physical details. Thus the modal pattern predicted from the ideal design may not even be relevant in detail to the actual structure-ship, building or aircraft-as manufactured. Equally, one is unlikely to know the fine details of the vibration source accurately enough to calculate the modal amplitudes excited. What the vibration engineer would therefore like is a method which enables him to understand certain broad features of the vibration distribution and transmission without knowledge of the detailed modal structure or the fine details of the excitation.“[Hodges u. Woodhouse 1986, S. 110]

„Conventional FEA breaks down in part because the resulting modes do not correla-

te well with their experimental counterparts. This is due to a combination of product (or test article) variability, relative to nominal design information upon which the FEMs are based, and experimental variability. In addition, and partly because of this variability/ uncertainty, FEM meshes have not been pushed to the limits of what modern computer software and hardware are capable of.”[Hasselman u. a. 2002, S. 1]

Die Sensitivität der Eigenformen auf die Unsicherheiten in der Modellierung oder Fertigung struktureller Details kann ein Grund sein, weshalb manche deterministisch vorhergesagten Schwingungsantworten jenseits des tiefen Frequenzbereichs schlecht mit den real gemessenen Schwingungsantworten korrelieren. Das deterministische Modell repräsentiert dabei nur eine Struktur einer größeren Grundgesamtheit ähnlich konstruierter Strukturen mit leichten Unsicherheiten in den Modellparametern und Fertigungstoleranzen [Castanier u. Pierre 2002, S. 4].

### Mittlerer Frequenzbereich

Jenseits des tiefen Frequenzbereichs werden die Strukturwellenzahlen mit steigender Frequenz ausreichend groß, sodass Unsicherheiten in den Modellparametern einen signifikanten Einfluss auf die Schwingungsantwort haben.

„Another key issue for the use of FEA in the mid-frequency range is that the wavelengths become sufficiently small that parameter uncertainties have a significant effect on the response.”[Castanier u. Pierre 2002, S. 3]

Die einzelnen Eigenformen jenseits des tiefen Frequenzbereichs reagieren sehr sensitiv auf die Details der physikalischen Struktur. Durch Vereinfachungen und Annahmen in der Modellierung können sich die Eigenformen und Eigenfrequenzen signifikant von der realen Struktur unterscheiden.

Aufgrund der Limitierung der Methoden für den tiefen und hohen Frequenzbereich (FEM und SEA) existiert ein dritter Frequenzbereich zwischen dem tiefen und hohen Frequenzbereich. Der mittlere Frequenzbereich konfrontiert sowohl die SEA, FEM als auch die EMA mit Schwierigkeiten. Aufgrund der hohen modalen Dichte und Überlappung in diesem Frequenzbereich lassen sich mit EMA einzelne Eigenformen und Eigenfrequenzen nicht mehr identifizieren. Die Eigenformen reagieren in diesem Frequenzbereich sehr sensibel auf einzelne Strukturdetails und eine exakte Vorhersage der Eigenformen mit FEM ist schwierig. Durch Annahmen in der Modellierung werden bestimmte Details oft vereinfacht. Zum Beispiel werden Schraubverbindungen oft als starre Verbindungen angenommen. Diese kleinen Strukturdetails können im mittleren Frequenzbereich schon signifikanten Einfluss auf die Eigenformen der Struktur haben und eine exakte Vorhersage scheitert, wenn das numerische Modell nicht ausreichend genau modelliert wurde. Hinsichtlich

statistischer Methoden ist die modale Dichte und Überlappung in diesem Frequenzbereich noch nicht angemessen hoch, um mit der SEA eine sinnvolle gemittelte Schwingungsenergie vorherzusagen zu können.

Dem vorherigen Absatz folgend und unter Beachtung, dass Eigenformen mit kurzen Wellenlängen generell sensitiv bezüglich kleiner Änderungen der Struktur reagieren, lässt sich schlussfolgern, dass komplexe Strukturen im mittleren Frequenzbereich oft ein gemischtes dynamisches Verhalten besitzen. Während einige Bereiche der Struktur noch ein deterministisches und globales Schwingungsverhalten zeigen, können andere Bereiche schon ein eher statistisches und lokales Schwingungsverhalten aufweisen.

„Therefore SEA and FEA, while both are extremely useful in their respective frequency regions, can leave an empty gap in the mid-frequency range, where the modal density is not high enough for frequency averaging to give reliable results, but where a number of modes are present which can make the FEA unwieldy.“[Cuschieri 1987, S. 2]

„Ultimately a frequency regime is reached where there may not be a single resonant mode in a given frequency band, and the „average“ response predicted by an SEA model is meaningless. Unfortunately, the frequency range associated with sparse modes, or low modal density, in statistical energy analysis usually coincides with the frequency regime where deterministic analysis of the total system becomes impractical. A prediction model is required for this intermediate frequency range, to provide a bridge from low-frequency (deterministic) models to high-frequency (statistical) models.“[Hasselman u. a. 1998, S. 1285]

„The conditions required for the successful application of SEA have been the subject of considerable previous work [...], and it is generally recognized that, in addition to other conditions, each subsystem must ideally contain a number of resonant modes over the analysis band of interest. One implication of this condition is that the wavelength of the subsystem deformation must be of the same order as, or less than, the dimensions of the subsystem. In some cases this requirement may be only partially met: for example, in-plane waves in a plate are generally of much longer wavelength than bending waves, so that while the bending motion might meet the SEA requirement, the in-plane motion might not. While such difficulties can, in some cases, be overcome by employing problem specific modeling techniques within SEA [...], it is true to say that a general approach is lacking. The problem of the existence of both short and long wavelength deformations within a structure is likely to become more severe with decreasing frequency, in the sense that all wavelengths will be sufficiently short at a sufficiently high frequency. This creates a difficult mid-frequency zone between low-frequency finite element modeling and high-frequency SEA modeling.“[Langley u. Bremner 1999, S. 1657]

### 3.2.1. Einteilung des Frequenzbereichs mit dem Modal Overlap Factor

Die SEA definiert den Beginn des hohen Frequenzbereichs mit Hilfe des Modal Overlap Factors (MOF) [Fahy u. Mohammed 1992]. Der hohe Frequenzbereich ist erreicht, wenn das Produkt aus modaler Dichte  $\mathcal{M}$  in einem zuvor definierten Frequenzband, der Strukturdämpfung  $\eta$  und der zum Frequenzband gehörenden Mittenkreisfrequenz  $\Omega_c$  größer als eins ist

$$MOF(\Omega_c) = \Omega_c \eta \mathcal{M}(\Omega_c) > 1. \quad (3.2)$$

Dies ist eine rein künstliche Definition, weil normalerweise die modale Dichte und Strukturdämpfung nicht mehr experimentell jenseits des tiefen Frequenzbereichs ermittelt werden kann. Im tiefen Frequenzbereich sind eine Identifikation globaler Eigenformen und die Schätzung der modalen Dämpfung noch möglich. Im mittleren und hohen Frequenzbereich lassen sich aufgrund der hohen modalen Dichte die Eigenformen nicht mehr voneinander trennen. Eine exakte Anzahl der Eigenformen in einem Frequenzband lässt sich deshalb nicht ermitteln. Dieses Kriterium ist daher nicht auf experimentell ermittelte Strukturschwingungsantworten anwendbar oder würde stark von der Qualität der Schätzung der benötigten Parameter abhängen.

### 3.2.2. Einteilung des Frequenzbereiches über den Phasenwinkel der Eingangsleistung

Ein experimentelles Kriterium zur Einteilung des Frequenzbereichs in tiefen, mittleren und hohen Frequenzbereich wird in [li u. a. 2012] präsentiert. Es definiert die Frequenzbereiche mit Hilfe des Phasenwinkels  $\varphi$  zwischen dem Realteil und Imaginärteil der über Terzbänder gemittelten Eingangsleistung  $P_f$  in die Struktur

$$\varphi(\Omega_c) = \tan^{-1} \left( \frac{\Im(P_f(\Omega_c))}{\Re(P_f(\Omega_c))} \right). \quad (3.3)$$

Nach der präsentierten Definition sinkt der Phasenwinkel mit steigender Frequenz im Grunde kontinuierlich ausgehend von 90°. Bei 35° konvergiert der Phasenwinkel. Der tiefe Frequenzbereich ist definiert für alle Phasenwinkel größer 55°. Bei 35° ist der hohe Frequenzbereich definiert [Okubo u. a. 2014]. Abb. 3.4 (b) zeigt den Verlauf des Modal Overlap Factors und den Phasenwinkel der Eingangsleistung in Abhängigkeit der Frequenz bezüglich der in Abb. 3.4 (a) gezeigten Teststruktur aus [li u. a. 2012]. Der Phasenwinkel  $\varphi$  ist in Abb. 3.4 (b) als „Angle  $\Theta$ “ bezeichnet.

In Abschnitt 11.5 wird diese Methode auf die gemessene Eingangsleistung einer versteiften Kreiszylinderschale angewendet.

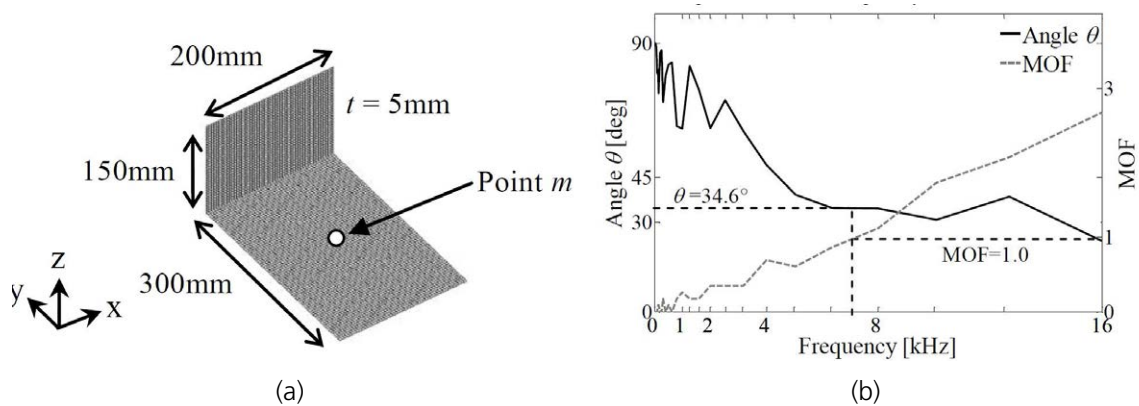


Abbildung 3.4.: (a) „FE Model“ [li u. a. 2012] (b) „Angle  $\Theta$  vs MOF“ [li u. a. 2012] - Phasenwinkel der Eingangsleistung ( $\varphi(\omega_c)$ ) und Modal Overlap Factor (MOF) des FE-Modells in Abhängigkeit der Frequenz.

### 3.3. Methoden der Signalkorrelation im Zeitbereich

Nachdem in den vorherigen Abschnitten die mathematische Beschreibung der Korrelation sowie die Einteilung des Frequenzbereichs erörtert wurden, werden in diesem Abschnitt des Kapitels Korrelationskriterien für den Zeitbereich vorgestellt.

Die in den Vibrations- und Akustiktests gemessenen Größen, seien es Beschleunigungen, Schalldrücke oder elektrische bzw. mechanische Spannungen, werden im Zeitbereich erfasst. Die gespeicherten Signale der gemessenen Größen können abhängig von ihrer Abtastrate sehr großen Speicherbedarf haben. Auch reagieren diese Zeitsignale sehr sensibel auf Struktureigenschaften, wie z.B. der Dämpfung. Daher sind Zeitsignale auch meist schwer numerisch oder analytisch vorherzusagen [Ewins 2000b, S. 232]. Ein direkter Vergleich lässt sich nur sehr schwer und unter hohem Zeitaufwand durchführen. Insbesondere ist ein direkter visueller Vergleich meist nicht möglich, wenn z.B. Rauschsignale betrachtet werden.

#### Auto- und Kreuzkorrelation

Dennoch bietet die Signalverarbeitung auch hier Methoden und Möglichkeiten einer Korrelation. Durch die Faltung der zu korrelierenden Signale lassen sich sowohl die Auto- als auch die Kreuzkorrelation berechnen. Diese Größen können zur Korrelation der Signale genutzt werden.

Die Faltung [Papula 2009b, S. 583] eines Signals mit sich selbst liefert die sogenannte Autokorrelation [Yarlagadda 2010, S. 39], [Bendat u. Piersol 2010, S. 381], [Brandt 2011, S. 225]. Die Autokorrelation  $R_{xx}(\tau)$  (Gl. 3.4) beschreibt die zeitliche Korrelation bzw. Ähnlichkeit eines Si-

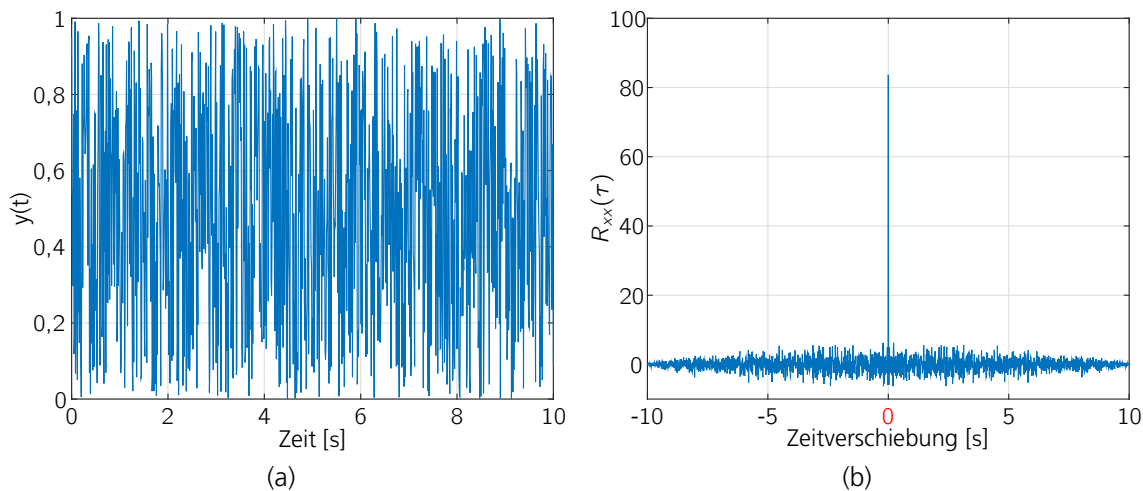


Abbildung 3.5.: (a) Rauschsignal  $y(t)$  in Abhängigkeit der Zeit (b) Autokorrelation  $R_{xx}(\tau)$  des Rauschsignal.

gnals  $x(t)$  zu einer zeitlich verschobenen Version von sich selbst. Dabei wird das Signal um eine kleine Zeitdifferenz  $\tau$  verschoben und mit sich selbst multipliziert. Das Integral über  $t$  von  $\pm\infty$  liefert die Autokorrelation einer zeitlichen Verschiebung  $\tau$ .

$$R_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x(t+\tau) dt \quad (3.4)$$

Die Autokorrelation zeigt unter anderem an, ob ein Signal periodisch ist. Bei einem periodischen Signal ist auch die Autokorrelation periodisch. Bei einem nicht periodischen Signal zeigt die Autokorrelation eine signifikante Spitze bei einer zeitlichen Verschiebung von  $\tau = 0$ . Die Autokorrelation sowie die signifikante Spitze bei  $\tau = 0$  eines Rauschsignals ist in Abb. 3.5 (b) dargestellt.

Die Faltung des Signals  $x(t)$  mit einem anderen Signal  $y(t)$  nennt sich Kreuzkorrelation  $R_{xy}(\tau)$

$$R_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)y(t+\tau) dt. \quad (3.5)$$

Die Kreuzkorrelation  $R_{xy}(\tau)$  beschreibt die zeitliche Korrelation bzw. Ähnlichkeit eines Signals  $x(t)$  zu einer zeitlich verschobenen Version von dem Signal  $y(t)$ .

Diese Methode wird in der Kommunikationstechnik angewendet, um die zeitliche Verzögerung eines Funksignals zwischen Sender und Empfänger zu messen [Sharif u. Sha'ameri 2007]. Auch in der Bildverarbeitung wird die Kreuzkorrelation verwendet, um z.B. zwei Bilder miteinander zu vergleichen. Dabei werden anstelle von Zeitsignalen Bildpunkte korreliert. Unter anderem lassen sich auf diese Art und Weise Partikel in einer Strömung beobachten. Dieses Verfahren nennt sich Particle Image Velocimetry (PIV) [Scarano u. Riethmuller 2000].

Mit der Kreuzkorrelation kann auch ein Phasenfehler  $\epsilon_\varphi(\tau)$  zwischen den Signalen  $x(t)$  und  $y(t)$  berechnet werden

$$\epsilon_\varphi(\tau) = 1 - \sqrt{\left( \frac{|R_{xy}(\tau)|}{\sqrt{R_{xx}(\tau) R_{yy}(\tau)}} \right)}. \quad (3.6)$$

Eine deutliche Analogie des Phasenfehlers Gl. 3.6 zur allgemeinen und mathematischen Beschreibung der Korrelation Gl. 3.1 ist zu erkennen.

Das Verhältnis der Autokorrelationen der beiden Signale  $x(t)$  und  $y(t)$  liefert den Fehler in den Amplituden  $\epsilon_A(\tau)$

$$\epsilon_A(\tau) = \sqrt{\left( \frac{R_{xx}(\tau)}{R_{yy}(\tau)} \right)} - 1. \quad (3.7)$$

Diese transienten Vergleichskriterien werden unter anderem in [Sinapius 1994] zur experimentellen Umsetzung der Modalkraftsimulation verteilter dynamischer Lasten unter Berücksichtigung struktureller Nichtlinearitäten verwendet.

### 3.4. Methoden der Modellkorrelation auf Basis von modalen Parametern

Im vorherigen Abschnitt wurde die Korrelation zweier Signale im Zeitbereich behandelt. Dieser Abschnitt beschäftigt sich mit der Korrelation modaler Parameter, wie Eigenfrequenz und Eigenform. Diese lassen sich sowohl im Zeitbereich als auch im Frequenzbereich aus den gemessenen Schwingungsantworten identifizieren. Eine direkte Vorhersage der modalen Parameter durch Lösen des Eigenwertproblems mit deterministischen und numerischen Methoden, wie der FEM, ist ebenfalls möglich.



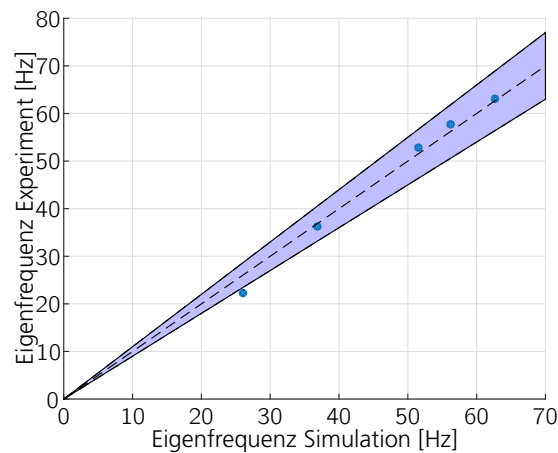


Abbildung 3.6.: Qualitativer Vergleich der Eigenfrequenzen: Eigenfrequenzpaare sind als blaue Punkte dargestellt. Der Toleranzbereich einer Abweichung von  $\pm 10\%$  ist als blaue Fläche gekennzeichnet.

Im nachfolgenden Teil des Kapitels werden Verfahren und Kriterien erörtert, mit welchen sich die Eigenformen und Eigenfrequenzen vergleichen oder korrelieren lassen.

Eine Korrelation zwischen Experiment und Simulation auf Basis modaler Parameter ist nur in einem Frequenzbereich möglich, in welchem die experimentelle Modalanalyse gelingt.

### 3.4.1. Vergleich von Eigenfrequenzen

Ein qualitativer Vergleich der gemessenen und simulierten Eigenfrequenzen lässt sich am einfachsten graphisch in einem Diagramm durchführen. Das Diagramm in Abb. 3.6 zeigt beispielhaft die Eigenfrequenzen der Simulation auf der x-Achse und die Eigenfrequenzen des Experiments auf der y-Achse. Die blauen Punkte stellen die Wertepaare der Eigenfrequenz zwischen Experiment und Simulation dar. Auf diese Art und Weise sind Unterschiede bzw. Differenzen zwischen den Eigenfrequenzen einfach zu erkennen. Voraussetzung ist, dass die Eigenfrequenzen nach korrespondierenden Eigenformen sortiert sind. Eine eindeutige Zuordnung der gemessenen und simulierten Eigenformen muss vorhanden sein. Ist eine solche Zuordnung vorhanden und die Korrelation zwischen Simulation und Experiment hoch, liegen die Eigenfrequenzen auf der gestrichelten 45° Linie. Eine starke Streuung der Eigenfrequenzen um die 45° Linie ist ein Indiz für eine schlechte Korrelation [Ewins 2000b, S. 222]. Die blaue Fläche zeigt den Bereich einer  $\pm 10\%$  Abweichung der Eigenfrequenzen. Dieser Bereich dient hier beispielhaft als Toleranzbereich.

### 3.4.2. Graphischer Vergleich der Eigenschwingungsformen

Eine Darstellung der deformierten Eigenformen nebeneinander oder übereinander ermöglicht einen qualitativen Vergleich der Eigenformen. Aufgrund des hohen Informationsgehalts einer solchen Darstellung ist ein direkter Vergleich oft verwirrend und schwierig zu interpretieren.

Ewins empfiehlt daher in seiner Übersicht über Modellvalidierung [Ewins 2000b, S. 224] einen direkten und qualitativen Vergleich der Eigenvektoren bzw. Eigenformen in einem xy-Diagramm (siehe Abb. 6.3). Dabei entspricht die x-Achse den Werten der Eigenvektorelementen der Simulation und die y-Achse den Eigenvektorelementen des Experiments. Ein beispielhafter Vergleich zufälliger Vektoren wird in Abschnitt 6.2 durchgeführt. Sind beide Eigenvektoren identisch, liegen die Wertepaare auf einer Diagonalen zwischen der x- und y-Achse. Starke Streuungen um die Diagonale deuten auf unterschiedliche Eigenvektoren hin. Ein solcher Vergleich setzt rein reelle Eigenvektoren voraus.

Die beiden vorgestellten Methoden zum Vergleich von Eigenformen und Eigenfrequenzen sind unabhängig voneinander. Sie zeigen nicht, ob Eigenfrequenzen und Eigenformen miteinander korrelieren. In einem FMAC-Diagramm werden die beiden Größen (Eigenvektoren und Eigenfrequenzen) miteinander verbunden und korreliert [Fotsch u. Ewins 2000].

Die bis hier beschriebene Form des Vergleichs setzt rein reelle Eigenformen voraus. Dies stellt kein Problem bei numerisch oder analytisch ermittelten Eigenformen dar. Bei diesen Eigenformen wird eine Dämpfung oft nicht mitberücksichtigt. In der Realität sind die gemessenen Eigenformen aufgrund der Dämpfung meist komplex. Ein solcher Vergleich in einem xy-Diagramm, welcher in diesem Abschnitt besprochen wurde, ist auch für komplexe Eigenvektoren bzw. Eigenformen möglich, wenn eine dritte Achse (z-Achse) für den imaginären Anteil hinzugefügt wird. Die Übersichtlichkeit in diesem 3D Vergleich geht, bedingt durch den höheren Informationsgehalt, schnell verloren, wenn rein reelle numerische Eigenformen mit komplexen gemessenen Eigenformen verglichen werden.

### 3.4.3. Orthogonalitätsvergleich von Eigenvektoren

Eine bis Ende der 70er Jahre stark verbreitete Methode zur Korrelation numerischer und gemessener Eigenvektoren verwendet die Orthogonalität der Eigenvektoren zu den Systemmatrizen.

Der Orthogonalitätsvergleich [O'Callahan 1998, S. 199] nutzt die Orthogonalität aller reellen Eigenvektoren zu den Systemmatrizen, wie Massen- bzw. Steifigkeitsmatrix, aus. Sind die Eigenvektoren auf die modale Masse skaliert, liefert das Vektor-Matrix-Vektor-Produkt aus den reellen Eigenvektoren  $[\Phi]$  und der Massenmatrix  $[M]$  die Einheitsmatrix  $[I]$

$$[I] = [\Phi]^T [M] [\Phi]. \quad (3.8)$$

Die Massenmatrix kann aus dem numerischen Modell extrahiert werden. Eine Multiplikation der numerischen bzw. experimentellen Eigenvektoren mit der Massenmatrix liefert die Kreuzorthogonalität. Bei einer Orthogonalität der numerischen Eigenvektoren und der experimentellen Eigenvektoren wird ebenfalls die Einheitsmatrix als Ergebnis erwartet. Ist dies der Fall, gilt das numerische Modell als validiert. In [O'Callahan 1995] ist der Kreuzorthogonalitätsvergleich für unterschiedliche Anwendungsfälle beschrieben.

Gl. 3.8 ist nur für rein reelle Eigenvektoren gültig. Experimentell ermittelte Eigenvektoren sind in der Regel komplex. Eine Transformation der komplexen Eigenvektoren zu rein reellen Eigenvektoren ist in diesem Fall notwendig [Füllekrug 2008; Niedbal 1994]. Die einfachste Möglichkeit einer solchen Transformation ist die Verwendung des Betrages jedes Eigenvektorelements versehen mit einem  $\pm$  Vorzeichen in Abhängigkeit der Nähe des Phasenwinkels zu  $0^\circ$  oder  $180^\circ$  [Ewins 2000b, S. 225].

Bei dieser Art von Vergleich tritt ein nicht zu vernachlässigendes Problem auf. Die zu vergleichende Anzahl an experimentellen Freiheitsgraden ist meist signifikant kleiner als die Anzahl der numerischen Freiheitsgrade. Daher werden Methoden zur Reduktion der numerischen Freiheitsgrade [Flanigan 1998; Guyan 1965; Kammer 1987, 1998] oder zur Expansion der experimentellen Freiheitsgrade [Avitabile 2005; O'Callahan u. Li 1996] benötigt. In [Berman 1980] wird der Orthogonalitätsvergleich auf ein reduziertes Modell angewendet. Zudem zeigen Avitabile und O'Callahan in [Avitabile u. O'Callahan 1995] eine Möglichkeit eines Orthogonalitätsvergleichs auch ohne Massen- und Steifigkeitsmatrix.

Numerische Nullen auf den Nebendiagonalelementen der berechneten Einheitsmatrix werden beim Kreuzorthogonalitätsvergleich kaum erreicht. Werte unter 10 % der Magnitude der generalisierten Masse jeder Eigenform werden in der Praxis als akzeptabel erachtet. Dabei gilt dennoch: Je näher die Nebendiagonalelemente gegen null gehen, desto besser ist die Korrelation [Heylen u. Avitabile 1998, S. 208].

Der Orthogonalitätsvergleich scheitert, wenn die Nebendiagonalelemente der Einheitsmatrix nicht nahezu null sind. Dies kann folgende Gründe haben [Allemang 2002, S. 398]:

- Eigenvektoren sind formal falsch. Dies kann der Fall sein, wenn Messfehler vorhanden sind. Auch Probleme und Unsicherheiten bei den Schätzverfahren zur Identifikation der modalen Parameter können zu falschen Eigenvektoren führen.
- Die Massenmatrix ist formal falsch. Die numerische Massenmatrix basiert auf Annahmen und Vereinfachungen in der Modellierung des numerischen Modells und muss nicht zwangsweise die physikalischen Eigenschaften der realen Struktur repräsentieren.

- Die Massenkondensation auf die Messfreiheitsgrade kann formal falsch sein. Diese dient zur Wichtung der einzelnen Freiheitsgrade. Wenn aus bestimmten Gründen, wie z.B. der Sensordichte, auf einen Messfreiheitsgrad mit zufällig viel Bewegung zu viel Masse kondensiert wurde, führt dies zu falschen Ergebnissen.

#### 3.4.4. Modal Assurance Criterion

Beim Orthogonalitätsvergleich werden Fehler in der Modellierung des numerischen Modells, Fehler bei der Reduzierung des numerischen Modells auf die Messfreiheitsgrade und die Fehler beim Schätzen der Eigenvektoren aus den gemessenen Übertragungsfunktionen in einem einzigen Indikator miteinander verbunden. Dies ist keine optimale Grundlage für die Korrelation von numerischen Modellen und realen Strukturen. Wenn kein numerisches Modell bzw. keine Massenmatrix zur Verfügung steht, lassen sich auch keine experimentell ermittelten Eigenvektoren miteinander korrelieren. Aus diesem Grund entstand das Modal Assurance Criterion (MAC) [Allemang 2002, S. 398].

Das Modal Assurance Criterion entstand aus dem Bedürfnis, die Qualität experimentell gewonnener Eigenvektoren auch ohne numerisches Modell zu überprüfen. Die mathematische Beschreibung von MAC wird in Abschnitt 3.1 erörtert. Im Falle von MAC werden zwei Eigenvektoren  $\{\Theta\}_i = \{\Phi\}_i$  und  $\{\Gamma\}_n = \{\Phi\}_n$  mit Gl. 3.1 korreliert. Anders als beim Orthogonalitätsvergleich müssen die Eigenvektoren nicht rein reell sein, sondern können auch komplex sein.

MAC ist somit eine skalare Größe, welche den Grad der Ähnlichkeit und der linearen Abhängigkeit zweier Eigenvektoren bzw. Eigenformen quantitativ beschreibt. Bei einer hohen Ähnlichkeit oder hohen linearen Abhängigkeit der Eigenvektoren strebt MAC gegen eins.

MAC beschreibt nur den Grad der Ähnlichkeit der Eigenvektoren. Es zeigt die Abhängigkeit zweier oder mehrerer Eigenvektoren durch ein Maß an Konsistenz (Grad der Linearität). MAC beschreibt nicht deren Gültigkeit oder Orthogonalität. Sind beim Identifizieren der gemessenen Eigenvektoren dieselben Messfehler, Rauschsignale oder Verzerrungen vorhanden, werden diese Fehler vom MAC nicht erkannt. Auch zeigt es nicht, ob die Parameter der gewählten Schätzverfahren zur Identifikation der modalen Parameter korrekt gewählt worden sind.

Dieses Vektorkorrelationskriterium ist ein sehr einfaches und, richtig angewendet, ein sehr mächtiges Werkzeug zur Korrelation zweier Eigenvektoren. Allemang weist auf die richtige und falsche Anwendung dieser Kriterien in seiner Übersicht über das Modal Assurance Criterion [Allemang 2002] hin.

Gründe für eine schlechte Korrelation der Eigenvektoren können zum Beispiel verrauschte Signale, nicht stationäre bzw. nichtlineare Systeme oder falsch gewählte Parameter der modalen Schätzverfahren sein.

Auch eine gute Korrelation ist mit Vorsicht zu betrachten, wenn zum Beispiel die Eigenvektoren räumlich nicht komplett gemessen wurden, wenn die Eigenvektoren primär aus kohärentem Rauschen bestehen oder wenn die zu vergleichenden Eigenvektoren denselben Erwartungswert haben.

Wenn MAC nahe null ist, besitzen die Eigenvektoren kaum eine gemeinsame Ähnlichkeit. Dies kann folgende Gründe haben:

- Das System ist, z.B. aufgrund von Nichtlinearitäten, nicht stationär. Dies bedeutet, dass z.B. bei verschiedenen Lastniveaus oder Anregungspunkten die Übertragungsfunktionen leicht verschobene Resonanzstellen aufweisen. Die meisten Schätzverfahren gehen aber von einem linearen System aus. Diese Nichtlinearitäten führen zu unterschiedlich geschätzten modalen Parametern.
- Den gemessenen Signalen sind starke Rauschsignale überlagert. Ein solcher Fehler lässt sich nicht entfernen.
- Die Schätzung der modalen Parameter ist ungültig. Dies lässt sich auf Fehler in den Annahmen bei der Schätzung (Algorithmen) zurückführen. Ein solcher Fehler führt zu falschen modalen Parametern, auch wenn die gemessenen Übertragungsfunktionen keinen Fehler aufweisen.
- Die Eigenvektoren sind linear unabhängig. In diesem Fall deutet MAC auf eine Orthogonalität der Eigenvektoren hin.

Wenn MAC nahe eins ist, besitzen die Eigenvektoren eine hohe Ähnlichkeit. Dies bedeutet nicht, dass die Eigenvektoren korrekt sind.

- Die Eigenvektoren sind räumlich nicht komplett gemessen worden. Zu wenig räumlich verteilte Messpunkte erschweren die Separierung der Eigenformen (Beobachtbarkeit).
- Die Eigenvektoren sind hauptsächlich kohärentes Rauschen. In diesem Fall kann der Eigenvektor falsch sein und MAC würde dennoch eine hohe Ähnlichkeit der Eigenvektoren identifiziert.
- Die modalen Vektoren sind identisch, besitzen aber eine unterschiedliche Skalierung. Durch das Normieren haben beide Vektoren denselben Erwartungswert (siehe Kapitel 6)

Ein unsachgemäßer Gebrauch von MAC kann folgende Gründe haben:

**MAC ist kein Orthogonalitätsvergleich:** Bei MAC wird die räumliche Verteilung der Freiheitsgrade korreliert und, anders als bei einem Orthogonalitätsvergleich, nicht mit der Massen- oder

Steifigkeitsmatrix gewichtet. Daher wird von MAC auch keine Orthogonalität zur Massen- oder Steifigkeitsmatrix ermittelt. MAC identifiziert nur die Ähnlichkeit der räumlichen Schwingungsform unabhängig von deren Massenanteil. Aus diesem Grund ist es auch wichtig, eine gute Beobachtbarkeit (Position und Anzahl der Messfreiheitsgrade) der Schwingungsform zu gewährleisten [Allemang 2002, S. 403].

**Die falsche mathematische Formulierung von MAC wurde verwendet:** Wenn anstelle eines hermitisch transponierten Vektors (komplex konjugiert) ein einfach transponierter Vektor in der Formulierung der MAC-Korrelation verwendet wird, entsteht ein Fehler bei der Verwendung komplexer Eigenformen. Das Vektorprodukt eines einfach transponierten Vektors mit sich selber liefert, anders als das Vektorprodukt eines hermitisch transponierten Vektors mit sich selber, nicht den Betrag des Vektors zum Quadrat. Bei rein reellen Eigenvektoren stellt dies kein Problem dar [Allemang 2002, S. 403].

**Die Anzahl an räumlich verteilten Punkten ist zu klein:** MAC ist im Wesentlichen eine statistische Berechnung. Die Anzahl an Mittelungen ist abhängig von der Anzahl an Vektorelementen. Bei zu wenigen Vektorelementen wird die Bedeutung des MAC Wertes verzerrt und es kann bei der Korrelation ein und derselben Schwingungsform, identifiziert aus mehreren Messläufen, zu starken Schwankungen in der Korrelation kommen. Daher ist eine ausreichend hohe Anzahl an Messpunkten bzw. Vektorelementen anzustreben, um die Schwankungen klein zu halten [Allemang 2002, S. 403].

**Die Eigenvektoren wurden mit Nullen aufgefüllt:** Wenn nicht gemessene Freiheitsgrade im Eigenvektor mit Nullen aufgefüllt werden und mit dem vollen Satz an numerischen Freiheitsgraden korreliert werden, sinkt die Korrelation. Dies sollte vermieden werden, weil die Korrelation an diesen Freiheitsgraden nicht schlecht ist, sondern einfach die Information an dieser Stelle fehlt [Allemang 2002, S. 403].

Viele Korrelationskriterien, welche auch in dieser Arbeit Verwendung finden, wie z.B. FDAC oder FRAC, entstanden auf Basis des Modal Assurance Criteria. Daher lassen sich die in diesem Abschnitt erörterten Erkenntnisse über das MAC Kriterium auch ohne Weiteres auf die anderen Korrelationskriterien, die auf derselben mathematischen Formulierung Gl. 3.1 basieren, übertragen. Weitere Korrelationskriterien als Varianten von MAC sind im Anhang A.2 zu finden.

Abb. 3.7 zeigt eine graphische Darstellung des MAC Kriteriums. Hierbei werden beispielhaft fünf gemessene und simulierte Eigenvektoren miteinander korreliert. Eine Sortierung ist bei diesem Beispiel nicht vorhanden, auch wenn eine Sortierung nach aufsteigender Eigenfrequenz immer möglich ist. Abb. 3.7 zeigt, dass durch die Kreuzkorrelation eine eindeutige Zuordnung der Eigenformen möglich ist. Über den MAC Wert lassen sich die gemessenen und simulierten Eigenvektoren zuordnen und sortieren. Aus Abb. 3.7 lässt sich z. B. deutlich erkennen, dass der zweite simulierte Eigenvektor eine hohe lineare Abhängigkeit bzw. Ähnlichkeit zu dem ersten gemessenen Eigenvektor besitzt.

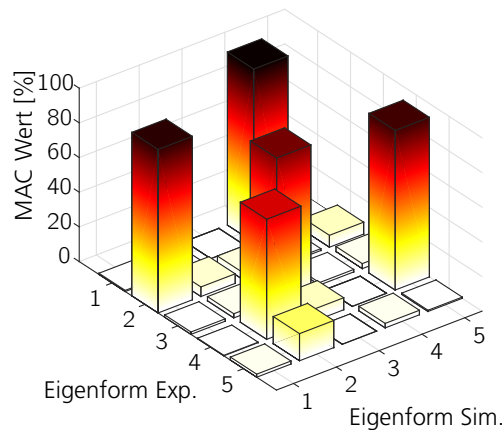


Abbildung 3.7.: Beispiel einer eindeutigen Zuordnung der Eigenformen mit dem „Modal Assurance Criterion“. Die Kreuzkorrelation ist als 3D-Säulen Diagramm dargestellt.

## 3.5. Methoden der Signalkorrelation und Modellkorrelation im Frequenzbereich

In Abschnitt 3.3 wird erwähnt, dass Zeitsignale sehr groß und unübersichtlich werden können. Durch eine diskrete Fourier-Transformation lässt sich der Informationsgehalt der diskret abgetasteten Zeitsignale auf eine endliche Anzahl an komplexen Amplituden diskreter Frequenzanteile reduzieren.

Jedes periodische Signal lässt sich durch die Superpositionierung einer unendlichen Anzahl an Sinusschwingungen darstellen [Papula 2009b, S. 163 ff.].

Beinhalten die zu vergleichenden Signale eine diskrete und überschaubare Anzahl an Spektrallinien, sind ein direkter Vergleich der Schwingungsamplituden und deren Frequenzen möglich. Steigt der Anteil der Frequenzen eines Signals gegen unendlich, ist ein visueller Vergleich der Spektrallinien unmöglich.

### 3.5.1. Graphischer Vergleich von Übertragungsfunktionen

Bei der Betrachtung eines linearen Systems im Frequenzbereich lassen sich nicht nur Kreuz- und Autoleistungsspektren bilden, sondern auch Übertragungsfunktionen. Diese Übertragungsfunktionen beschreiben die Schwingungsantwort der Struktur (Amplituden und Phase) bezogen auf

die Kraftanregung. Diese Übertragungsfunktionen sind numerisch wesentlich leichter zu ermitteln als die transiente Schwingungsantwort im Zeitbereich.

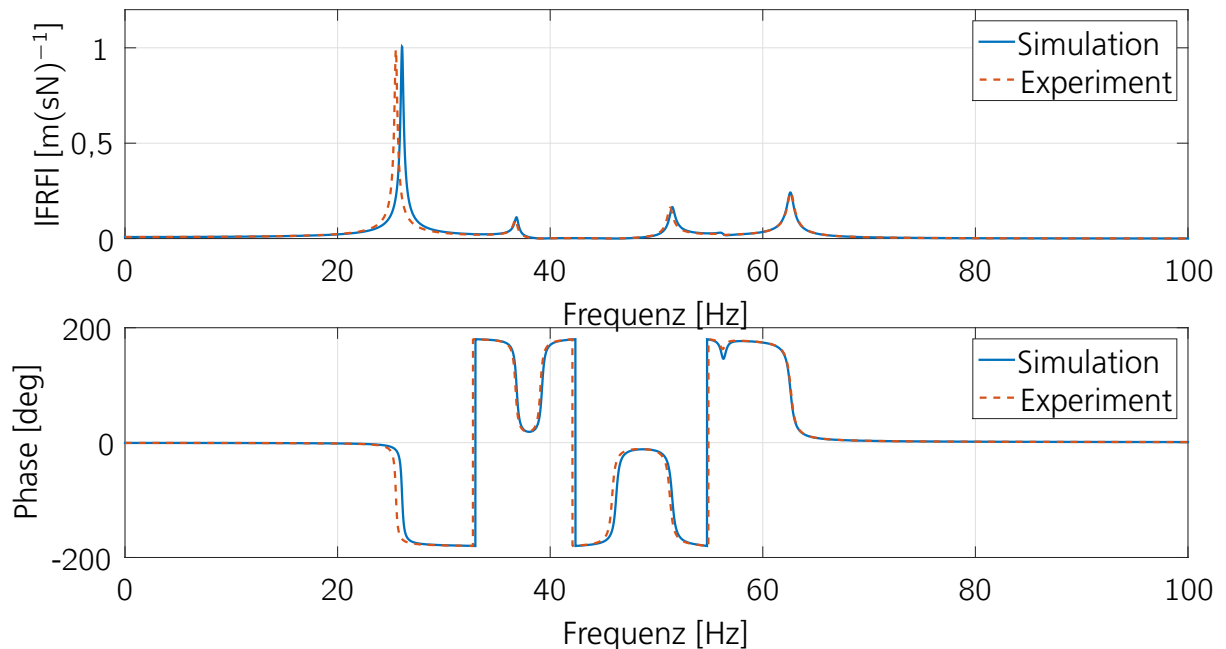


Abbildung 3.8.: Bode Diagramm einer beispielhaften, simulierten und gemessenen Übertragungsfunktion (FRF).

Ein qualitativer Vergleich simulierter und gemessener Übertragungsfunktionen lässt sich einfach in einem Bode Diagramm durchführen [Ewins 2000b, S. 232], [Radeş 2010, S. 315]. In Abb. 3.8 ist ein solches Diagramm beispielhaft dargestellt. In diesem simulierten Beispiel sind nicht nur die Anregung, sondern auch die Messpunkte der Schwingungsantwort identisch. Nur die Masse der beispielhaften, dynamischen Struktur zeigt eine modellierte Abweichung von 5 %. Unterschiede in den anderen Modellparametern sind zwischen den beiden Modellen nicht vorhanden. Der Vergleich der Graphen zeigt eine spektrale Verschiebung der Resonanzstellen. Auch die Amplituden der Resonanzstellen fallen aufgrund der Abweichung in der Masse leicht unterschiedlich aus. Ein solcher Vergleich lässt eine erste Einschätzung der Ähnlichkeit der Schwingungsantworten zu. Die Gründe für die Abweichungen lassen sich aber nicht identifizieren. Übertragungsfunktionen linearer zeitinvarianter Systeme ändern sich nicht bei Veränderung des Erregerkraftniveaus. Zeigt sich jedoch, dass Übertragungsfunktionen sich bei unterschiedlichen Erregerkraftniveaus systematisch verändern, so weist dies auf eine Nichtlinearität im System hin. Solche systematischen Abweichungen in den Übertragungsfunktionen werden z.B. in einer Dissertation zum Update von lokalen nichtlinearen Steifigkeits- und Dämpfungsparametern in großen Finite Elemente Modellen verwendet [Böswald 2005].

Ein Problem, welches zudem bei diesem qualitativen Vergleich auftritt, ist die starke Sensibilität



zum exakten Messpunkt. Leichte Abweichung von diesem Punkt können zu großen Unterschieden in den Verläufen der Übertragungsfunktionen führen [Ewins 2000b, S. 232].

Mit einem solchen qualitativen Vergleich lässt sich eine quantitative Ähnlichkeit der Übertragungsfunktionen nicht ermitteln. Zudem ist ein solcher Vergleich von mehreren hundert Übertragungsfunktionen sehr zeitintensiv. Eine quantitative und wesentlich schnellere Korrelation der Übertragungsfunktionen und Betriebsschwingungsformen ist in den folgenden Abschnitten beschrieben.

### 3.5.2. Frequency Response Assurance Criterion

Ein direkter Vergleich der Kurven einzelner Übertragungsfunktionen, wie in Abschnitt 3.5.1 gezeigt, ist sehr zeitintensiv. Auch ist es schwierig, einen globalen Eindruck über die Korrelation zwischen Experiment und Simulation, durch einen so detaillierten Vergleich einzelner Messpunkte zu bekommen [Ewins 2000b, S. 233].

Das Frequency Response Assurance Criterion (FRAC) erfasst die Korrelation der simulierten und gemessenen Übertragungsfunktionen basierend auf Gl. 3.1. Hierfür werden die Datenpunkte der Übertragungsfunktionen  $H(\Omega)$  in Vektoren angeordnet, die mit Hilfe des Vektorkorrelationskriteriums nach Gl. 3.1 korreliert werden können. Die Übertragungsfunktionen sind abhängig von dem Anregungspunkt, der Anregungsfrequenz und dem Punkt der Antwortmessung. FRAC liefert auf diese Art und Weise eine quantitative Korrelation aller gemessenen (Exponent *exp*) und simulierten (Exponent *num*) Übertragungsfunktionen in Abhängigkeit des Messpunktes (Freiheitsgrad) [Nefske u. Sung 1996].

$$\{\Theta\} = \begin{Bmatrix} H^{num}(\Omega_1) \\ H^{num}(\Omega_2) \\ \vdots \\ H^{num}(\Omega_N) \end{Bmatrix} \quad \{\Gamma\} = \begin{Bmatrix} H^{exp}(\Omega_1) \\ H^{exp}(\Omega_2) \\ \vdots \\ H^{exp}(\Omega_N) \end{Bmatrix} \quad (3.9)$$

Das quantitative Ergebnis der FRAC-Korrelation ist aufgrund der Komplexität der Übertragungsfunktionen nicht immer einfach zu interpretieren. Leichte Frequenzverschiebungen führen zu großen Differenzen in der Amplitude und starken Phasenverschiebungen, wenn die Struktur z.B. schwach gedämpft ist. Die FRAC-Korrelation ermittelt daher oft einen schlechten Korrelationsgrad zwischen den Übertragungsfunktionen. In einem solchen Fall werden bei der FRAC-Korrelation meist nur die Beträge der Übertragungsfunktionen anstelle der komplexen Übertragungsfunktionen verwendet [Heylen u. Avitabile 1998, S. 209].

Die FRAC-Korrelation der beiden beispielhaften Übertragungsfunktionen (Simulation und Expe-

periment) in Abb. 3.8 beträgt 17 %. Obwohl die beiden verglichenen Übertragungsfunktionen auf den ersten Blick eine hohe Ähnlichkeit besitzen, wird die Korrelation von der Frequenzverschiebung und den Abweichungen im Phasenwinkel signifikant beeinflusst (siehe Abschnitt 6.2). Die Korrelation der rein reellen Amplituden zwischen den simulierten und gemessenen Übertragungsfunktionen beträgt 42 %. Die Korrelation ohne Phasenwinkel deutet auf eine höhere Ähnlichkeit der Übertragungsfunktionen hin.

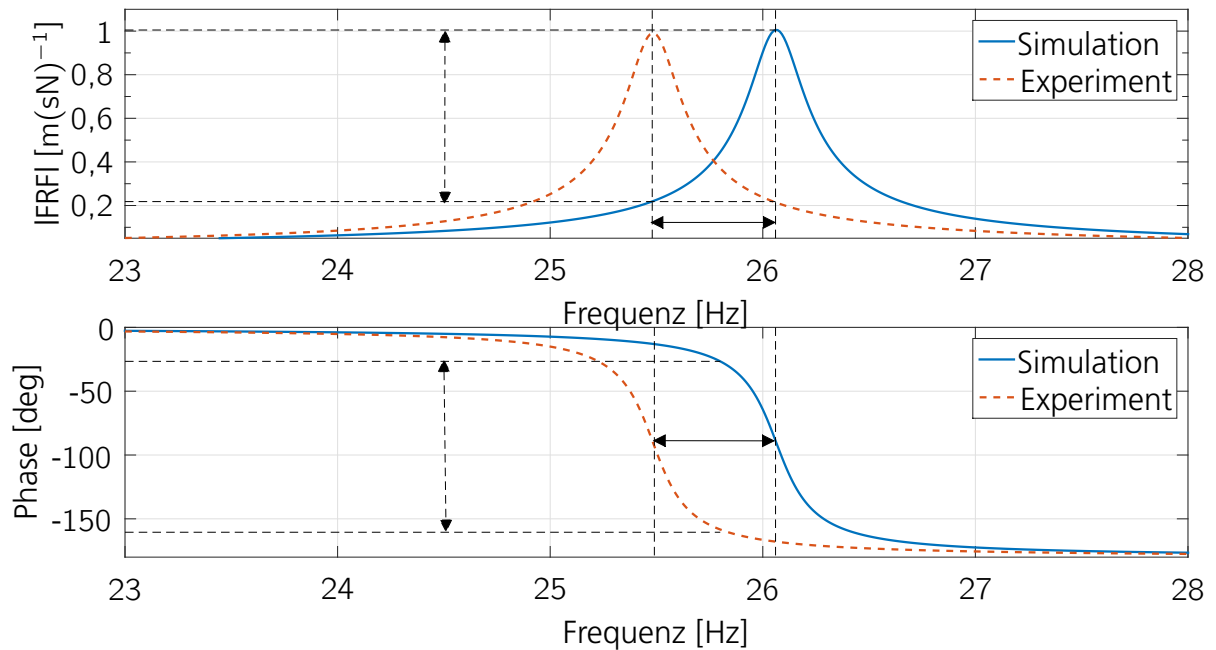


Abbildung 3.9.: Bode Diagramm der beispielhaften simulierten und gemessenen Übertragungsfunktion (FRF) aus Abb. 3.8 zwischen 23 Hz und 28 Hz.

Abb. 3.9 zeigt eine Vergrößerung des Bereichs zwischen 23 Hz und 28 Hz. In der Vergrößerung ist eine eindeutige Frequenzverschiebung von 0,6 Hz zwischen den Resonanzspitzen zu erkennen. Der Unterschied in den Amplituden bei 26,1 Hz beträgt 80 %. Der Fehler im Phasenwinkel bei 25,8 Hz beträgt 84 %. Im Detail sind große Abweichungen um die Resonanzstellen der beiden Übertragungsfunktionen zu beobachten. Diese Abweichungen im Detail der beiden Übertragungsfunktionen sind verantwortlich für den relativ schlechten Korrelationsgrad, obwohl der globale visuelle Vergleich der Übertragungsfunktionen zwischen 0 Hz und 100 Hz auf eine relativ gute Übereinstimmung der Übertragungsfunktionen hindeutet. Dieses Beispiel zeigt auch, wie sensitiv die Eigenfrequenz auf die 5 % Abweichung in der Masse reagiert und wie sich die leichten Verschiebungen der Resonanzstellen auf das Korrelationsergebnis auswirken.

Die Aussagefähigkeit über den Größenunterschied der Übertragungsfunktionen, z.B. bedingt durch die Dämpfung, geht durch das Normieren der Übertragungsfunktionen beim Korrelieren verloren.

Eine solche Korrelation der Messfreiheitsgrade mit FRAC lässt sich auch auf die Eigenformen anwenden. Das Coordinate Modal Assurance Criterion ist in [Lieven u. Ewins 1988] beschrieben.

Beide Methoden (FRAC und COMAC) korrelieren die Informationen an bestimmten Freiheitsgraden von Simulation und Experiment. Auf diese Art und Weise identifizieren beide Korrelationsmethoden die Messfreiheitsgrade, die am wenigsten mit der Simulation korrelieren. Diese Freiheitsgrade führen zu einer schlechten räumlichen Korrelation. Dies bedeutet aber nicht, dass dies zwangsweise die Freiheitsgrade sind, an denen Unsicherheiten in den Modellparametern zu finden sind. Sie können auch nur das Ergebnis von an anderer Stelle lokalisierter Unsicherheiten sein [Ewins 2000b, S. 232].

### 3.5.3. Frequency Domain Assurance Criterion

Die Anforderungen an die Menge zu messender Antwortstellen steigt mit zunehmender Komplexität der numerischen Modelle [Winter u. a. 2014]. Durch leistungsfähigere Computer und steigende Speicherkapazitäten sind immens große Datenmengen möglich. Über den Zeitraum einer experimentellen Systemidentifikation können mehrere tausend Übertragungsfunktionen aufgezeichnet und abgespeichert werden. Eine visuelle Überprüfung aller Übertragungsfunktionen würde Jahre in Anspruch nehmen. Eine Überlagerung aller Übertragungsfunktionen im Bode Diagramm lässt einen visuellen Vergleich des globalen Systemverhaltens zu. Die Übersichtlichkeit in einem solchen Diagramm sinkt mit steigender Anzahl an Übertragungsfunktionen. Abweichungen in den Übertragungsfunktionen verstecken sich meist hinter den anderen Übertragungsfunktionen und sind oft auf den ersten Blick nicht erkennbar. Eine systematische Prüfung aller Übertragungsfunktionen auf Abweichungen ist sehr zeitintensiv und fehleranfällig, wenn die Prüfung manuell vom Menschen durchgeführt wird. Daher ist es wichtig, den Informationsgehalt weiter zu kondensieren.

Analog zur MAC-Korrelation der Eigenformen (Abschnitt 3.4.4) lässt sich auch eine Korrelation der Betriebsschwingungsformen  $\{\hat{u}(\Omega)\}$  durchführen. Die Korrelationsmethode basierend auf dieser Idee nennt sich Frequency Domain Assurance Criterion (FDAC). Bei FDAC werden zwei Betriebsschwingungsformen  $\{\Theta\}_i = \{\hat{u}\}_i$  und  $\{\Gamma\}_n = \{\hat{u}\}_n$  mit Gl. 3.1 korreliert.

Übertragungsfunktionen lassen sich aus den Spektren der Antwort- und Erregerkraftsignale berechnen und stehen daher meist schon während des Experiments zur Verfügung. Eine Schätzung der modalen Parameter, die für die MAC-Korrelation benötigt werden, ist bei FDAC nicht nötig. Fehler, die bei der Schätzung der modalen Parameter vorkommen können, werden auf diese Art und Weise vermieden. Dafür leidet die Vorhersage unter schlecht geschätzten Modellparametern, wie der Dämpfung, Steifigkeit und Masse. Diese Unsicherheiten in den Modellparametern können zu großen Unterschieden in den Amplituden und im Phasenwinkel führen. Auch Frequenzverschiebungen lassen sich auf Unsicherheiten in den Modellparametern zurückführen. Mit Frequenzverschiebungen sind spektrale Verschiebungen der Resonanzspitzen der Übertragungs-

funktionen und deren zugehörigen Betriebsschwingungsformen gemeint.

Korrelationskriterien nach Gl. 3.1 erkennen keine Phasenverschiebungen von 180° zwischen den Schwingungsformen. In Kapitel 6 wird dieses Verhalten ausführlich diskutiert. Daher wird in [Pascual u. a. 1997] ein verbessertes FDAC Kriterium vorgestellt, welches auch die Phasenverschiebung mitberücksichtigt. Auf diese Art und Weise liefert FDAC eine Korrelation der Schwingungsform unter Berücksichtigung der Phasen- und der Frequenzverschiebung.

Eine beispielhafte FDAC-Korrelation (ohne Korrelation des Phasenwinkels) ist in Abb. 3.10 (a) dargestellt. Der tiefschwarze Farbverlauf deutet auf eine hohe Ähnlichkeit der Betriebsschwingungsformen zwischen Simulation und Experiment hin. Dabei lassen sich vier relativ große, schwarze Bereiche identifizieren. Diese Bereiche sind durch schwarz gestrichelte Linien gekennzeichnet. Die vier relativ großen, schwarzen Bereiche befinden sich innerhalb dieser gestrichelten Linien. In diesen Frequenzbereichen dominiert jeweils eine Schwingungsform die Schwingungsantwort und die Ähnlichkeit der Betriebsschwingungsformen in der Nähe ist hoch. Eine Frequenzverschiebung würde sich erkennbar machen, wenn die maximale FDAC-Korrelation von der Diagonalen abweichen würde. Eine solche Abweichung ist in diesem Fall nicht zu erkennen und die FDAC-Korrelation deutet auf eine gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Experiment hin.

Eine Kreuzkorrelation der Betriebsschwingungsformen mit Hilfe von FDAC lässt eine Identifikation der Frequenzverschiebung zu, indem zu jeder angeregten Frequenz die maximale Korrelation zu allen anderen Frequenzen identifiziert wird. Abb. 3.10 (b) zeigt eine solche Frequenzverschiebung als gelb gestrichelte Linie. Wäre keine Frequenzverschiebung vorhanden, läge die gelb gestrichelte Linie auf der rot gestrichelten Linie.

### 3.5.4. Modal Scale Factor und Frequency Response Scale Factor

Durch die Normierung der Eigenvektoren bei der MAC-Korrelation gehen große Unterschiede in den Amplituden verloren. Im Falle von Eigenformen ist dies meist weniger problematisch, weil diese beliebig skalierbar sind. Andere Größen, wie die Übertragungsfunktionen, enthalten z.B. Informationen über die Dämpfung. Ein Unterschied in der Dämpfung macht sich besonders in den Schwingungsamplituden bemerkbar. Die Korrelation liefert daher keine Information über die Genauigkeit der geschätzten Dämpfung (siehe Abschnitt 9.4). Aus diesem Grund entstand der Modal Scale Factor (MSF) [Allemang 2002, S. 15] und analog der Frequency Response Scale Factor (FRSF) [Pascual u. a. 1997].

$$MSF = \frac{\sum_{n=1}^N (\Theta)_n (\Gamma)_n^*}{\sum_{n=1}^N (\Gamma)_n (\Gamma)_n^*} \quad (3.10)$$

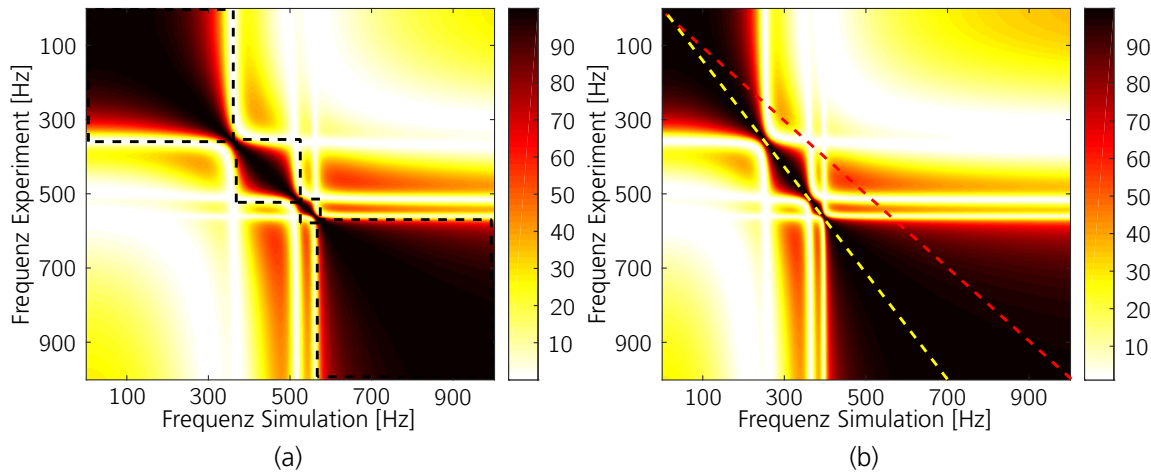


Abbildung 3.10.: Frequency Domain Assurance Criterion einschließlich Kreuzkorrelation der Betriebsschwingungsformen aller analysierten Frequenzen, dargestellter Farbverlauf in %: (a) ohne Frequenzverschiebung (b) mit Frequenzverschiebung.

MSF und FRSF liefern einen mittleren Skalierungsfaktor sowohl zwischen den Eigenformen als auch zwischen den Betriebsschwingungsformen. In anderen Worten identifizieren MSF und FRSF den mittleren Betrag, um welchen sich zwei Vektoren unterscheiden [Ewins 2000b, S. 226].

Durch die Skalierungsfaktoren lassen sich z.B. Unterschiede in der Dämpfung der Betriebsschwingungsformen identifizieren. Auch eine mittlere Normierung der aus mehreren Messläufen identifizierten Eigenschwingungsformen ist möglich [Allemang 2002, S. 15].

Abb. 3.11 (a) zeigt die komplexen Vektorelemente des Vektors  $\{\Theta\}$  in rot und des Vektor  $\{\Gamma\}$  in blau. Beide Vektoren unterscheiden sich im Betrag und im Phasenwinkel. MSF liefert den Unterschied im Betrag und im Phasenwinkel  $MSF = 0,4045 - 0,2939i$ . Der Betrag ist  $|MSF| = 0,5$  und der Phasenwinkel  $\varphi = \tan^{-1} \left( \frac{\Im(MSF)}{\Re(MSF)} \right) \frac{180^\circ}{\pi} = -36^\circ$ .

Daraus ergibt sich für die Skalierung von  $\{\Gamma\}$

$$\{\Gamma\}_s = |MSF| \{\Gamma\} e^{(j\varphi \frac{\pi}{180^\circ})}. \quad (3.11)$$

Abb. 3.11 (b) zeigt den mit MSF skalierten Vektor  $\{\Gamma\}_s$  in blau. Nach der Skalierung sind beide Vektoren  $\{\Theta\}$  und  $\{\Gamma\}_s$  deckungsgleich (identischer Betrag und Phase).

Dieses Beispiel hat die Anwendung der Skalierungsfaktoren auf Vektoren identischer Norm gezeigt. Diese Vektoren unterschieden sich nur um einen Skalierungsfaktor und einem konstanten Phasenwinkel.

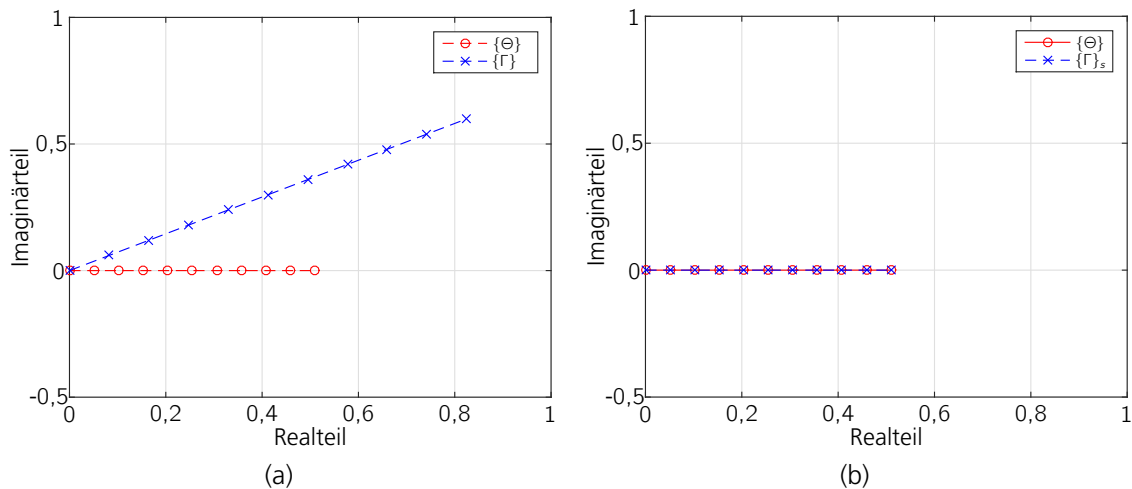


Abbildung 3.11.: (a) Die Vektoren  $\{\Theta\}$  und  $\{\Gamma\}$  **vor** der Skalierung in der komplexen Zahlenebene (b) Die Vektoren  $\{\Theta\}$  und  $\{\Gamma\}_s$  **nach** der Skalierung.

Im allgemeinen Anwendungsfall unterscheiden sich die zwei Vektoren meist nicht um einen konstanten Betrag und Phasenwinkel. In einem solchen Fall liefern die Skalierungsfaktoren einen mittleren Faktor, welcher die Differenzen zwischen den Vektorelementen der beiden Vektoren minimiert.

### 3.6. Zusammenfassung: Übersicht der Korrelationsmethoden

Dieses Kapitel zeigt Methoden und Verfahren zur Korrelation. Einige dienen der Signalkorrelation und andere der Modellkorrelation. Es sind nicht alle Methoden und Verfahren aufgelistet, aber die für diese Arbeit relevanten Methoden wurden angesprochen. Korrelationsmethoden im Zeit- und Frequenzbereich wurden besprochen. Hinsichtlich der Charakterisierung des dynamischen Verhaltens einer Struktur lassen sich Zeitsignale, die modalen Parameter oder auch die frequenzabhängigen Übertragungsfunktionen verwenden. In Tab. 3.1 ist eine Übersicht der diskutierten Signal- und Modellkorrelationsmethoden dargestellt.

Eine Signalkorrelation mit Hilfe der Kreuzkorrelationsfunktionen ist möglich. Dennoch ist eine Vorhersage der Schwingungsantworten im Zeitbereich aufgrund der Sensitivität der Zeitdaten bezüglich Details der Struktur oder die Strukturdämpfung sehr schwierig. Eine Modellkorrelation im Zeitbereich ist daher eher unüblich. Eine Korrelation im Frequenzbereich zeigt bessere Erfolgsaussichten.

Die Modellkorrelation strukturdynamischer Modelle auf Basis modaler Parameter ist immer noch Stand der Technik. Diese erfordert jedoch eine Identifikation der modalen Parameter aus gemessenen Schwingungsantworten. Eine solche Identifikation der modalen Parameter ist nur im tiefen Frequenzbereich möglich. In diesem Frequenzbereich lassen sich die Resonanzstellen eindeutig voneinander trennen und eine akkurate Schätzung der modalen Parameter aus den gemessenen Übertragungsfunktionen ist möglich. Im mittleren und hohen Frequenzbereich erschweren die hohe modale Dichte und Überlappung eine Identifikation der modalen Parameter. Aus diesem Grund ist die Modellkorrelation auf Basis modaler Parameter für strukturdynamische Modelle im Frequenzbereich hoher modaler Dichte und Überlappung nicht geeignet.

Tabelle 3.1.: Übersicht der diskutierten Signal- und Modellkorrelationsmethoden.

Bereich	Bezeichnung	Art	Bemerkung
Zeitlich	Auto- und Kreuzkorrelation	Signalkorrelation	Keine Modellkorrelation
Modal	Eigenfrequenzvergleich	Modellkorrelation	EMA nur im tiefen Frequenzbereich möglich
Modal	Orthogonalitätsvergleich	Modellkorrelation	EMA nur im tiefen Frequenzbereich möglich
Modal	Modal Assurance Criterion	Modellkorrelation	EMA nur im tiefen Frequenzbereich möglich
Spektral	Frequency Response Assurance Criterion	Signalkorrelation	Keine Modellkorrelation
Spektral	Frequency Domain Assurance Criterion	Modellkorrelation	Lässt sich zur Modellkorrelation der gemessenen und simulierten Übertragungsfunktionen verwenden

Übertragungsfunktionen der Schwingungsantworten bezogen auf die Erregerkraft lassen sich jedoch auch noch in Frequenzbereichen hoher modaler Dichte und Überlappung messen. Auch eine Simulation dieser Übertragungsfunktionen ist möglich. Eine Signalkorrelation der Übertragungsfunktionen mit FRAC und eine Modellkorrelation der Betriebsschwingungsformen mit FDAC sind daher auch in einem Frequenzbereich jenseits des Anwendungsbereichs der experimentellen Modalanalyse prinzipiell möglich. Die Diskussion der FRAC-Korrelation in Abschnitt 3.5.2 zeigt aber deutlich, dass eine Korrelation der Übertragungsfunktionen dennoch schwierig ist. Die Sensitivität der Eigenformen und Eigenfrequenzen auf Unsicherheiten in den Strukturdetails haben auch signifikanten Einfluss auf die gemessenen und simulierten Übertragungsfunktionen in Frequenzbereichen hoher modaler Dichte und Überlappung (mittlerer und hoher Frequenzbereich). Abweichungen im Phasenwinkel der Übertragungsfunktionen zwischen Simulation und Experiment sind keine Seltenheit und haben meist einen negativen Einfluss aufs Korrelationsergebnis. Auch die Abweichungen des Phasenwinkels der komplexen Betriebsschwingungsformen wirken sich stark auf die FDAC-Korrelation aus.

Viele Korrelationsmethoden sind Variationen des Modal Assurance Criteria (siehe Anhang A.2). Die mathematische, quantitative Beschreibung dieses Korrelationskriteriums lässt sich auf den Korrelationskoeffizienten zurückführen. Es ist eine in der Statistik weitverbreitete Methode, den linearen Zusammenhang zweier Zufallsvariablen quantitativ anzugeben. In abgewandelter Form lassen sich mit dessen Hilfe alle möglichen Größen, wie Schwingungsformen oder Übertragungsfunktionen (FDAC und FRAC), korrelieren. Die große Anzahl an Variationen des Modal Assurance Criteria sprechen für ein solches Korrelationskriterium. Auch ist dieses Kriterium sehr gut verstanden (siehe [Allemang 2002]). Aus diesen Gründen verwendet auch die in dieser Arbeit neu vorgestellte Methode der Modellkorrelation dieselbe mathematische Beschreibung des Korrelationsgrads bei der Korrelation strukturdynamischer Modelle mit hoher modaler Dichte.

Die FDAC-Korrelation zwischen Simulation und Experiment ist auch in einem Frequenzbereich hoher modaler Dichte möglich. Aus diesem Grund wird bei experimentellen und analytischen Untersuchungen des in dieser Arbeit neu vorgestellten Korrelationskriteriums immer ein Vergleich mit FDAC durchgeführt.

Durch das Normieren der Vektoren in Gl. 3.1 gehen Abweichungen in den Amplituden zwischen den zu korrelierenden Vektoren verloren. In Falle von Eigenformen, welche beliebig skalierbar sind, stellt dies kein Problem dar. Bei der Korrelation anderer Größen, wie den Übertragungsfunktionen, stellt die Normierung sehr wohl ein Problem dar. Aufgrund von Abweichungen in der Dämpfung sind die normierten Übertragungsfunktionen und auch Betriebsschwingungsformen sehr ähnlich, dennoch können die Amplituden signifikante Abweichungen aufweisen. Der Frequency Response Scale Factor liefert einen mittleren Skalierungsfaktor, der auf eine solche Abweichung in den Amplituden hindeutet. Dennoch erfasst ein prozentualer Fehler, wie der Amplitudenfehler Gl. 3.7, die Abweichungen in den Amplituden quantitativ besser. Aufgrund der Normierung der Vektoren sollte in Verbindung mit den Vektorkorrelationskriterien immer ein Fehler in den Amplituden mit angegeben werden, um die Aussagekraft der Vektorkorrelation zu unterstützen.



## 4. SEA: Eine Vorhersagemethode auf Basis von kinetischer Energie im hohen Frequenzbereich

Die vorherigen Abschnitte 3.4 und 3.5 beschäftigen sich mit der Modellkorrelation auf Basis modaler Parameter und Übertragungsfunktionen im Frequenzbereich. Die Modellkorrelation und auch Modellvalidierung mit modalen Parametern ist heute noch Stand der Technik. An ihre Grenzen stößt diese Art von Modellkorrelation, sobald aufgrund der hohen modalen Dichte und Überlappung eine experimentelle modale Identifikation der Struktur nicht mehr möglich ist. Die Anzahl der Eigenformen in diesem Frequenzbereich ist zu hoch, sodass die Eigenformen zunehmend verschmieren und sich nicht mehr eindeutig voneinander trennen lassen.

Auch die deterministischen und diskreten numerischen Verfahren, wie die Finite Elemente Methode, stoßen an ihre Grenzen. Durch die mit steigender Frequenz sinkende Strukturwellenlänge wird eine immer feiner werdende räumliche Diskretisierung benötigt. Diese hohe räumliche Auflösung ist notwendig, um die Strukturschwingungen mit ausreichend hoher Genauigkeit abtasten zu können. Mit dem steigenden rechnerischen Aufwand jeder weiteren Frequenz steigt die Analysezeit. Darüber hinaus nimmt mit steigender Frequenz das lokale Schwingungsverhalten der Struktur zu. Diese lokalen Schwingungen reagieren zunehmend sensitiv auf Unstimmigkeiten in der Modellierung und den gewählten Randbedingungen. Daher ist eine komplexere und detaillierte Modellierung der Struktur nötig, um das Schwingungsverhalten noch korrekt vorhersagen zu können (siehe Abschnitt 3.2).

Zudem sinkt die Zuverlässigkeit der vorhergesagten Schwingungsantworten. Während die numerische Genauigkeit bei der Berechnung der höheren Eigenformen abnimmt, steigt gleichzeitig die Sensitivität der Eigenfrequenzen und Eigenformen bezüglich Strukturdetails, wie Randbedingungen und Dämpfung. Aus diesem Grund nimmt die Genauigkeit der aus diesen modalen Parametern zusammengesetzten Schwingungsantworten mit steigender modaler Dichte ab. Dieser Effekt wurde in [Manohar u. Keane 1994] und [Keane u. Manohar 1993] anhand einer Monte Carlo Simulation zweier gekoppelter Balken demonstriert.

Zum Beispiel zeigt auch [Gagliardini 2014], dass Serienprodukte bedingt durch die Fertigung nie exakt identisch sind. Auch Randbedingungen und Umwelteinflüsse, wie die Raumtemperatur, sind nie exakt wiederholbar. Aus diesem Grund bietet sich eine statistische Betrachtungsweise

einer großen Anzahl ähnlicher Strukturen an. Dabei wird das mittlere Schwingungsverhalten dieser Strukturen betrachtet und dessen Unsicherheit mit der Varianz beschrieben. Die Varianz ist ein Maß für die Streuung um den Mittelwert [Papula 2008, S. 337]. Bei dieser Vorgehensweise wird davon ausgegangen, dass sich die Modellparameter durch eine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion [Papula 2008, S. 325] beschreiben lassen. Das dynamische Verhalten komplexer Strukturen lässt sich im hohen Frequenzbereich eventuell nicht mehr im Detail vorhersagen, aber eine Charakterisierung einer Gruppe ähnlich komplexer Strukturen über deren gemeinsames mittleres Schwingungsverhalten ist dennoch möglich.

## 4.1. Ansätze der Statistical Energy Analysis

Diesen Ansatz verfolgt unter anderem auch die Statistical Energy Analysis. Lokale Schwingungsantworten im hohen Frequenzbereich sind aufgrund des mangelhaften Wissens über die detaillierten Eigenschaften einer individuellen Struktur oft unvorhersehbar und werden deshalb in der SEA als zufällig behandelt. Dennoch wird vermutet, dass die Vorhersage eines gemittelten Schwingungsverhaltens für eine große Anzahl an Strukturen mit ähnlichen Eigenschaften möglich ist. Mit ähnlichen Eigenschaften sind physikalische Eigenschaften und auch die geometrische Form der Struktur gemeint. Da bedingt durch die Modellunsicherheiten eine detaillierte lokale Vorhersage zu jedem Punkt einer Struktur unrealistisch ist, wird eine globale Beschreibung des Schwingungsverhaltens einzelner Komponenten einer Struktur angestrebt.

Eine Korrelation oder ein Vergleich eines SEA Modells ist in dieser Arbeit nicht vorgesehen. Diese Arbeit nutzt zur Ermittlung der Korrelation zwischen den Vorhersagemodellen und den Testergebnissen jedoch einige grundlegende Ideen der SEA.

Die SEA unterteilt eine Gesamtstruktur in schwach gekoppelte Substrukturen und betrachtet deren räumlich und zeitlich gemittelten kinetischen Energien. Auch die Energieflüsse von Substruktur zu Substruktur werden analysiert. Dabei ist der Energiegehalt der Substrukturen nicht nur von den Energieflüssen abhängig, sondern insbesondere auch von der von außen in die Gesamtstruktur eingeleiteten Energie. Der wesentliche Vorteil ist, dass jede Substruktur nur einem einzigen Freiheitsgrad entspricht. Anders als ein deterministisches Modell, welches im hohen Frequenzbereich die komplexe Struktur sehr stark diskretisieren muss, lässt sich das dynamische Verhalten der komplexen Struktur in der SEA mit nur wenigen Freiheitsgraden beschreiben. Während die FEM eine lokale Betrachtung der dynamischen Gesamtstruktur (feine Auflösung) liefert, liefert die SEA eine globale Betrachtung der dynamischen Gesamtstruktur. Dies hat Vorteile in der Berechnung des höherfrequenten Schwingungsverhaltens einer Struktur, weil es weniger rechenintensiv ist als die stark diskreten deterministischen Verfahren. Ebenfalls ist ein qualitativer Vergleich der Energieniveaus pro Frequenzband und Substruktur meist noch möglich.

Die SEA setzt voraus, dass sich eine genügend hohe Anzahl an Eigenformen und Eigenfrequen-

zen mit ähnlichem Energiegehalt in einem betrachteten Frequenzband befinden. Wenn letzteres zutrifft, lässt sich die Energie pro Substruktur sowohl räumlich als auch über das betrachtete Frequenzband mitteln. Die Eigenformen der Substrukturen sind Energie-Speicherzellen der Substrukturen. Der Energieaustausch findet zwischen jeder Eigenform der schwach gekoppelten Substruktur statt. Wie sehr einzelne Eigenformen betroffen sind, kann nicht exakt ermittelt werden. Dies ist auch nicht notwendig, wenn gemittelte kinetische Energien der Substrukturen betrachtet werden. Der Energieaustausch ist proportional zur Differenz der Substrukturenergien. Der Grad der Kopplung wird durch den Kopplungsverlustfaktor beschrieben. Dabei werden oft Analogien zum Wärmeaustausch gemacht [Woodhouse 1981]. Auch in diesem Fall folgt die kinetische Energie dem Energieerhaltungssatz [Baehr 2012, S. 44]. Demnach fließt die Energie einer Substruktur mit höherem Energieniveau zu einer Substruktur mit niedrigerem Energieniveau, weil ein Ausgleich der Energieniveaus angestrebt wird. Ebenso lässt sich pro Substruktur eine Dissipationsenergie beschreiben, welche aus der Dämpfung der Struktur resultiert. Die dissipierte Energie ist proportional zur Gesamtenergie einer jeden Substruktur und der Grad der Dissipationsenergie wird durch den Dämpfungsverlustfaktor angegeben.

Durch dieses Verfahren wird das Schwingungsverhalten einer sehr komplexen Struktur durch nur wenige Betrachtungspunkte oder Freiheitsgrade (Substrukturen) beschrieben. Dabei findet eine globale Betrachtung der komplexen Gesamtstruktur statt.

Eine kritische Übersicht über die SEA, ihre Vor- und Nachteile und Möglichkeiten zukünftiger Forschung gibt Fahy in [Fahy 1994].

## 4.2. Experimentelle Ermittlung der SEA Modellparameter

Die größte Herausforderung der SEA ist die Bestimmung der SEA Modellparameter, wie die zuvor erwähnten Kopplungs- und Dämpfungsverlustfaktoren. Diese Faktoren sind sowohl abhängig von der Geometrie und dem Material der Substrukturen als auch von deren modalen Dichte. Letztere ist, wie zuvor erwähnt, im hohen Frequenzbereich experimentell sehr schwer zu ermitteln.

Bei der experimentellen SEA können die SEA-Parameter, wie Dämpfungs- und Kopplungsverlustfaktoren, experimentell ermittelt werden. Bei dieser Methode wird jeder Substruktur nacheinander Energie von außen zugeführt und der mittlere Energiegehalt einer jeden Substruktur gemessen. Die Energie wird meist über eine definierte Punktkraft, wie z.B. einem elektrodynamischen Schwingungserreger, in die Substruktur eingeleitet. Eine solche Methode nennt sich Power Injection Method (PIM) [BIES u. HAMID 1980; Cabell u. Allen 2009; Libardi u. Varoto 2004; Ming 2005]. Mit Hilfe dieser Methode lässt sich der Energiefluss zwischen jeder Substruktur ableiten und durch Invertieren der gemessenen Energiematrix lassen sich die SEA Parameter berechnen.

Dabei wird angenommen, dass die SEA Parameter invariant sind. Mit diesen Parametern kann anschließend ein SEA Modell überprüft und gegebenenfalls nachgebessert werden.

Üblich ist ein visueller Vergleich der gemessenen kinetischen Energieverteilung mit den vom SEA Modell simulierten kinetischen Energieverteilungen, um die Güte des SEA Modells zu bestimmen.

### **4.3. Zusammenfassung: SEA: Eine Vorhersagemethode auf Basis von kinetischer Energie im hohen Frequenzbereich**

Anders als im tiefen Frequenzbereich, in welchem sowohl modale Parameter ohne größere Probleme experimentell identifiziert als auch mit deterministischen Vorhersagemethoden diskret berechnet werden können, ist eine Korrelation im mittleren und hohen Frequenzbereich schwierig. Die Komplexität der Schwingungsformen und die räumlichen und spektralen leichten Differenzen zwischen simulierten und gemessenen Schwingungsformen nehmen aufgrund der hohen modalen Dichte und Überlappung zu. Zudem wird eine höhere räumliche Abtastung der Schwingungsformen in diesen Frequenzbereichen benötigt, um die hohen Strukturwellenzahlen auflösen zu können. Aus diesem Grund werden im hohen Frequenzbereich hingegen statistische Methoden verwendet, um das dynamische Verhalten einer Struktur beschreiben zu können. Auf Basis kinetischer Energien wird das mittlere Schwingungsverhalten komplexer Strukturen rein reell und global beschrieben.

Die weite Verbreitung der SEA Methode zeigt, dass sich die gemittelte kinetische Energie komplexer Strukturen und Systeme hinreichend genau vorhersagen und zur Entwicklung neuer Strukturen verwenden lässt. Auch lassen sich die SEA Modellparameter experimentell ermitteln. Ein Vergleich zwischen gemessenen und simulierten kinetischen Energien des SEA Modells und des Experiments ist ebenfalls möglich.

Aus diesem Grund eignen sich integrierte oder gemittelte kinetische Energieverteilungen sehr gut als Korrelationsgröße zur Modellkorrelation strukturdynamischer Modelle mit hoher modaler Dichte und Überlappung.

## 5. Thesen dieser Dissertation

Die Modellvalidierung eines Finite Elemente Modells ist im tiefen Frequenzbereich durch die Korrelation experimenteller und analytischer modaler Parameter, wie Eigenfrequenz und Eigenform, möglich. Diese modalen Parameter sind einzigartige Eigenschaften einer Struktur und können zur Erstellung eines äquivalenten dynamischen Modells dieser Struktur verwendet werden, wenn zusätzlich die modale Masse und Dämpfung vorhanden sind. Mit diesem äquivalenten dynamischen Modell lässt sich das Schwingungsverhalten der ursprünglichen Struktur beschreiben. Der Grad der Korrelation zwischen den modalen Parametern eines numerischen Modells und den experimentell ermittelten modalen Parametern wird in den meisten Fällen durch relative Eigenfrequenzabweichungen und das Modal Assurance Criterion angegeben. MAC ist ein skalares Korrelationsmerkmal, welches den Grad der linearen Abhängigkeit zweier Eigenvektoren (z.B. Simulation und Experiment) angibt.

Im mittleren bis hohen Frequenzbereich ist die Korrelation zwischen Simulation und Experiment auf Basis modaler Parameter nicht mehr möglich. Der Grund hierfür ist die hohe modale Dichte und Überlappung im mittleren und hohen Frequenzbereich, welche eine vollständige experimentelle Modalanalyse unmöglich macht. Deshalb ist ein neues Kriterium notwendig, um eine Korrelation zwischen Simulation und Experiment jenseits des Anwendungsbereichs der experimentellen Modalanalyse zu ermöglichen. In diesem Frequenzbereich ist das dynamische Verhalten einer Struktur geprägt von einer Kombination aus globalem, deterministischem und lokalem, statistischem Antwortverhalten der Struktur.

Für die Bewertung akustischer Anregungen, wie z.B. durch die Triebwerke, und die Schallabstrahlung in die Flugzeugkabine ist die Vorhersage des exakten, lokalen und statistischen Schwingungsverhaltens weniger relevant. Wichtiger ist das deterministische und globale Schwingungsverhalten der Flugzeugstruktur, welches den mittleren Frequenzbereich noch dominiert. Versteifte Zylinderstrukturen zeigen im mittleren Frequenzbereich meist ein globales Schwingungsverhalten, welchem lokale Schwingungen, wie z.B. Hautfeldschwingungen, überlagert sind. In Betracht einer akustischen Bewertung des wahrgenommenen Schalldrucks in einem gewissen Abstand zu einer solchen versteiften Zylinderstruktur, welche Schall abstrahlt, lässt sich ein Zusammenhang zwischen Schalldruck und Oberflächenschnelle der Struktur feststellen. So ist der Schalldruck abhängig von dem Flächenintegral der Schnelle normal zur Oberfläche der Struktur. Die Gleichung, welche diesen Zusammenhang für eine ebene Fläche beschreibt, nennt sich Rayleigh-Integral [Möser 2012, S. 111]. Die lokalen und statistischen Schwingungen der Fläche werden durch die räumliche Integration gemittelt. Aus diesem Grund ist das globale und gemit-

telte Schwingungsverhalten der Fläche maßgebend für die Schallabstrahlung. Hinsichtlich dieses Zusammenhangs zwischen Schalldruck und Oberflächenschnelle ist die akkurate Vorhersage des deterministischen und globalen Schwingungsverhaltens einer Flugzeugrumpfstruktur von besonderer Bedeutung, um eine Aussage über den akustischen Komfort treffen zu können. Die Literatur zeigt, dass eine akkurate und detaillierte Vorhersage im mittleren und hohen Frequenzbereich schwierig ist. Fahy diskutiert in seinem Überblick über die SEA [Fahy 1994] die Herausforderungen bezüglich der Vorhersage dynamischer Strukturen jenseits des tiefen Frequenzbereichs.

„It is, in principle, possible to extend deterministic computational forms of analysis to higher frequencies, at the expense of rapidly increasing demands in terms of the size of the model and consequent analysis time and cost. However, there is a fundamental physical reason why such extension is ultimately doomed to failure: it is associated with an unavoidable uncertainty about the precise dynamic properties of a complex assemblage of structural components. As frequencies increase, the results of deterministic prediction of frequency response become more and more unreliable. The fundamental reason is that the sensitivity of modal resonance frequencies and relative modal phase response to small changes in structural detail, especially boundary conditions and damping distribution, increases with mode order; and as frequency increases, the responses of almost all systems at any one frequency comprise contributions from an increasing number of modes.“[Fahy 1994, S. 432]

Nicht nur die numerische Vorhersage dynamischer Strukturen steht solchen Herausforderungen im mittleren bis hohen Frequenzbereich gegenüber. Auch die Korrelation zwischen Simulation und Experiment ist in diesem Frequenzbereich mit einer unbekannten Anzahl an Unsicherheiten bezüglich numerischer Modellparameter als auch Fertigungstoleranzen der realen Struktur konfrontiert. Besonders die Sensitivität des Phasenwinkels der Schwingungsantworten und Betriebschwingungsformen gedämpfter Strukturen auf die Modellparameter erschwert die Korrelation. Starke Streuungen des Phasenwinkels senken den Grad der Korrelation, auch wenn die Beträge der einzelnen Elemente der Vektoren eventuell eine hohe Ähnlichkeit aufweisen. Eine ausführliche Diskussion dieser Unsicherheiten des Phasenwinkels auf den Grad der Korrelation findet in Kapitel 6 statt.

„There is unavoidable uncertainty about structural detail and material properties associated with manufacturing tolerances and fabrication imperfections, together with environmental and operational influences such as temperature and static load; the high-frequency dynamic properties of joints between components are especially uncertain. As a result, high frequency vibrational responses of individual examples of nominally identical structures are observed to differ, sometimes greatly,[...], after Kompella & Bernhard (1993).“[Fahy 1994, S. 432]

Standardkorrelationskriterien, wie das Modal Assurance Criterion und Frequency Domain Assurance Criterion, leiden unter der modalen Identifikation und räumlichen Korrelation in diesem

Frequenzbereich. Eine experimentelle Identifikation von Eigenformen und Eigenfrequenzen ist durch die hohe modale Dichte nicht mehr möglich und sowohl MAC als auch der Kreuzorthogonalitätsvergleich sind nicht mehr geeignet. Eine Korrelation der Betriebsschwingungsformen mit FDAC scheitert normalerweise aufgrund der Komplexität der Schwingungsformen. Die Komplexität hängt signifikant von den Modellparametern, wie der Dämpfung, ab. Aber auch Randbedingungen, welche oft schwierig zu modellieren sind, beeinflussen die Komplexität der Betriebsschwingungsformen. Hinzu kommt eine gleichmäßige Wichtung der Messpunkte. Die räumliche Dichte der Messpunkteverteilung oder auch die Massenverteilung der Struktur werden bei der Korrelation mit MAC und FDAC nicht berücksichtigt. Eine ungleichmäßige räumliche Verteilung der Messpunkte kann signifikanten Einfluss auf das Korrelationsergebnis haben. Der Kreuzorthogonalitätsvergleich der gemessenen und simulierten Eigenformen besitzt eine Wichtung mit der Massenmatrix, ist aber ebenso wie MAC nicht anwendbar in einem Frequenzbereich mit hoher modaler Dichte. Des Weiteren reagieren Vektorkorrelationskriterien, welche auf der Methode kleinster Fehlerquadrate basieren, sehr sensibel auf große lokale Differenzen zwischen den zu korrelierenden Vektoren. Werden diese lokalen Differenzen durch Messfehler verursacht, scheitert eine Korrelation (siehe Kapitel 6).

Die in dieser Arbeit vorgestellte Methode zur Korrelation von Simulation und Experiment wird von der Statistical Energy Analysis inspiriert. Ähnlich der SEA wird die Gesamtstruktur in kleinere Substrukturen unterteilt. Mit Hilfe der lokalen Masse der Messpunkte lässt sich aus den Geschwindigkeitsverteilungen der kinetische Energieinhalt der Substrukturen ermitteln. Dabei wird die diskret verteilte kinetische Energie an den Messpunkten innerhalb der Substruktur numerisch aufintegriert. Die Geschwindigkeitsverteilungen der Substrukturen lassen sich sowohl experimentell als auch numerisch ermitteln.

Die neue Korrelationsmethode nutzt die räumlich und spektral integrierten kinetischen Energien in zuvor definierten Frequenzbändern und Substrukturen, um Simulation und Experiment im analysierten Frequenzbereich zu korrelieren. Dafür wird die integrierte kinetische Energie in einer Matrix angeordnet. Die Vektoren innerhalb dieser Matrix beschreiben die räumlichen kinetischen Energieverteilungen pro Frequenzband. Auf diese Vektoren wird dieselbe mathematische Formulierung der Vektorkorrelationskriterien, wie z.B. MAC, angewendet. Mit Hilfe dieser mathematischen Beschreibung der Vektorkorrelationskriterien lässt sich der Grad der linearen Abhängigkeit zwischen den kinetischen Energieverteilungen der Simulation und des Experiments ermitteln. Anders als Eigenformen sind die Betriebsschwingungsformen und kinetischen Energien abhängig von der Anregungsart. In dieser Arbeit wird eine Punktkraftanregung für die Ermittlung der kinetischen Energieverteilung verwendet. Eine Anforderung an die punktuelle Erregerkraft ist, dass diese die Struktur breitbandig anregt. Die breitbandige Anregung ist auf ein zuvor definiertes Frequenzband limitiert. In diesem limitiert angeregten Frequenzband werden die Energieverteilungen der stationären Zustände der Teststrukturen untersucht.

Eine weitere Problemstellung, die in dieser Arbeit untersucht wird, ist die Einteilung des analysierten oder gemessenen Frequenzbereichs in tiefen, mittleren und hohen Frequenzbereich. Eine solche Einteilung des Frequenzbereichs ist schwierig. Es gibt einen unscharfen Übergang zwi-

schen den Frequenzbereichen, welcher von Struktur zu Struktur unterschiedlich ist. Dennoch ist eine solche Einteilung des Frequenzbereichs bei der Vorhersage des akustischen Komforts besonders relevant, weil für die einzelnen Frequenzbereiche bestimmte Vorhersagemethoden besser geeignet sind. Auch im Falle einer experimentellen Modalanalyse ist eine solche Einteilung relevant. Insbesondere ist noch keine Methode zur Modellkorrelation im mittleren Frequenzbereich vorhanden. Die experimentelle Modalanalyse liefert nur im tiefen Frequenzbereich bei einem globalen Schwingungsverhalten akkurate Schätzungen der Eigenformen, Eigenfrequenzen und modalen Dämpfungen. Aus diesem Grund ist eine Modellkorrelation und Validierung auf Basis modaler Parameter auch nur im tiefen Frequenzbereich möglich. Die neu vorgestellte Energiekorrelation ist gerade für den Frequenzbereich mit hoher modaler Dichte und jenseits der modalen Identifikation geeignet. Die neue Methode der Energiekorrelation wird in Kapitel 7 erörtert.

In dieser Arbeit wird eine neue Methode vorgestellt, welche eine Einteilung des gemessenen Frequenzbereichs in tiefen, mittleren und hohen Frequenzbereich auf Basis einer Wellenzahlanalyse der gemessenen Betriebsschwingungsformen ermöglicht. Die Wellenzahlen der gemessenen Betriebsschwingungsformen lassen sich mit Hilfe einer 2D-Fourier-Transformation ermitteln. Auch erlaubt diese Methode eine Charakterisierung und Trennung der Schwingungsantworten einzelner Komponenten einer Gesamtstruktur. Diese Vorgehensweise ermöglicht zudem eine einfache Interpretation der gemessenen Schwingungsantworten. Mit Hilfe der Wellenzahlanalyse über den gemessenen Frequenzbereich lässt sich z.B. ein globales oder lokales Schwingungsverhalten einer Struktur sehr einfach identifizieren. Die neue Methode zur Einteilung des Frequenzbereichs in tiefen, mittleren und hohen Frequenzbereich auf Basis einer Wellenzahlanalyse wird in Kapitel 8 vorgestellt.

Basierend auf der vorangegangenen Problemstellung und den diskutierten Herausforderungen wird sich diese Arbeit mit folgenden Forschungshypothesen beschäftigen:

- These** Räumlich und spektral integrierte kinetische Energieverteilungen eignen sich als robustes Korrelationskriterium strukturdynamischer Modelle im Frequenzbereich. Das Korrelationskriterium ist robust bezüglich kleiner Unsicherheiten in Modellparametern und Fertigungstoleranzen bzw. Fertigungsimperfectionen.
- These** Das globale und gemittelte Schwingungsverhalten lässt sich hinreichend genau auch in einem Frequenzbereich mit hoher modaler Dichte und Überlappung mit Hilfe deterministischer numerischer Modelle vorhersagen und auf Basis von integrierten Energieverteilungen mit realen Strukturen korrelieren.
- These** Räumlich und spektral integrierte kinetische Energieverteilungen ermöglichen die Visualisierung und Interpretation von Energietransferpfaden lokaler Schwingungsformen durch eine globale Betrachtung.
- These** Das Kriterium auf Basis räumlich integrierter kinetischer Energien ermöglicht die Korrelation von Datensätzen mit unterschiedlicher räumlicher Diskretisierung.



**These** Räumlich und spektral integrierte kinetische Energieverteilungen eignen sich als Residuum für die automatisierte Modellanpassung von analytischen bzw. Finite Elemente Modellen in einem Frequenzbereich hoher modaler Dichte und Überlappung.

**These** Eine Einteilung des tiefen, mittleren und hohen Frequenzbereichs wird durch eine Wellenzahlanalyse der Betriebsschwingungsformen ermöglicht.

**These** Eine Unterscheidung von lokalen und globalen Betriebsschwingungsformen erfolgt durch separate Wellenzahlanalysen einzelner Komponenten einer Struktur.

In dem folgenden Teil dieser Arbeit werden die beiden neuen Methoden im Detail vorgestellt und experimentell untersucht. Die Anwendung der neuen Methode zur Energiekorrelation auf ein analytisches Modell einer einfach gelagerten Platte in Kapitel 9 zeigt deren Stärken und Schwächen auf. Eine experimentelle Untersuchung der beiden neuen Methoden wird anschließend in Kapitel 10, 11.1 und 11 anhand zweier Testfälle durchgeführt. Bei dieser experimentellen Untersuchung werden die Schwingungsantworten von zwei Kreiszylinderschalen auf eine Punktanregung gemessen. Die Kreiszylinderschalen unterscheiden sich in ihrem strukturellen Aufbau dahingehend, dass eine aus metallischen Werkstoff gefertigt ist und die andere aus einem mehrlagigen Kohlefaser-Komposit. Erstere ist mit diskreten Versteifungen versehen, während die andere im Grunde keine Versteifung besitzt. Die versteifte Kreiszylinderschale ist ein skaliertes Modell eines Flugzeugrumpfs. Die andere Kreiszylinderschale aus Kohlefaser weist nur Versteifungen an den Rändern auf.

Kapitel 12 diskutiert die Energiekorrelation zweier unterschiedlich fein diskretisierter Test- und Simulationsmodelle. Bei dieser experimentellen Untersuchung wird zudem auf die Visualisierung und Interpretation von Energietransferpfaden lokaler Schwingungsformen durch die räumlich und spektral integrierten kinetischen Energieverteilungen eingegangen.

Abschließend wird in Kapitel 13 das Potential der räumlich und spektral integrierten kinetischen Energieverteilungen zur automatischen Modellanpassung gezeigt. Dies geschieht anhand des analytischen Modells zweier einfach gelagerter Platten. Die Modelloptimierung zeigt, dass sich die räumlich und spektral integrierten kinetischen Energieverteilungen als Residuum verwenden lassen und die für die Optimierung vorgegeben Modellparameter gegen den gesuchten Referenzwert konvergieren.



## 6. Diskussion des Vektorkorrelationskriteriums

Die mathematische Beschreibung der Vektorkorrelation befindet sich in Abschnitt 3.1. In diesem Kapitel wird diese Beschreibung im Detail diskutiert und auf Eigenschaften und Herausforderungen hingedeutet, die bei der Anwendung der Vektorkorrelation beachtet werden müssen.

Diese allgemeine Diskussion der Vektorkorrelation liefert die Gründe für eine Korrelation räumlich und spektral integrierter kinetischer Energieverteilungen. Die Eigenschaften der Energiekorrelation und eine Gegenüberstellung mit anderen Korrelationskriterien behandelt Abschnitt 7.7.

### 6.1. Graphische Darstellung der Vektorkorrelation

Für 2D und 3D Vektoren lässt sich die Korrelation nach Gl. 3.1 auch bildlich darstellen. Der Grad der Korrelation lässt sich auch in Abhängigkeit des Winkels  $\alpha$  zwischen den beiden Vektoren angeben

$$KOR = |\cos(\alpha)|^2. \quad (6.1)$$

Die Vektorkorrelation ist das Skalarprodukt der normierten Vektoren zum Quadrat [Papula 2009a, S. 62].

Abb. 6.1 zeigt beispielhaft die Vektoren  $\{\Theta\}$  und  $\{\Gamma\}$  in einem Winkel  $\alpha = 90^\circ, 26^\circ, 0^\circ$ . Zudem ist der Betrag von  $\{\Theta\}$  um ein Fünftel größer als der Betrag von  $\{\Gamma\}$ .

- Bei  $\alpha = 90^\circ$  ist der  $\cos(\alpha) = 0$  und die Korrelation zwischen den beiden Vektoren beträgt 0 %. Die Vektoren stehen senkrecht aufeinander. Das heißt, dass sie orthogonal (siehe Kapitel 2) und somit exakt linear unabhängig sind.
- Bei  $\alpha = 26^\circ$  ist der  $\cos(\alpha) = 0,9$  und die Korrelation zwischen den beiden Vektoren beträgt 80 %.

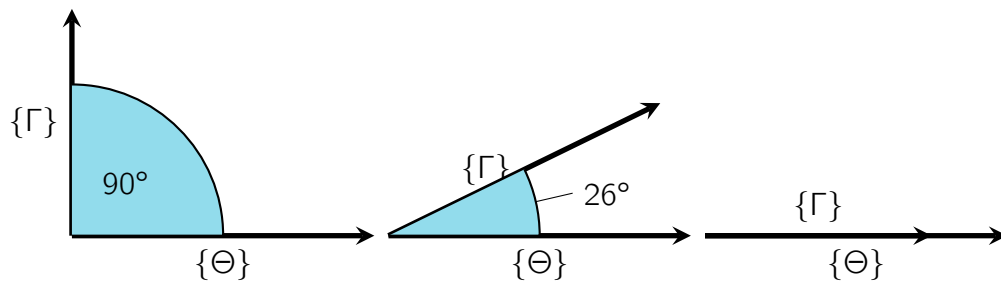


Abbildung 6.1.: Korrelation:  $|\cos(90^\circ)|^2 = 0$  (orthogonal),  $|\cos(26^\circ)|^2 = 0,8$  und  $|\cos(0^\circ)|^2 = 1$  (kollinear).

- ➔ Bei  $\alpha = 90^\circ$  ist der  $\cos(\alpha) = 0$  und die Korrelation zwischen den beiden Vektoren beträgt 0 %. Die Vektoren liegen auf einer Wirkungslinie. Das heißt, dass sie kollinear (siehe Kapitel 2) und somit exakt linear voneinander abhängig sind.

Zusammen mit Gl. 3.1 zeigt die Graphik in Abb. 6.1 eindeutig, dass der Grad der Korrelation durch die Normierung der Vektoren in Gl. 3.1 unabhängig von dem Betrag der beiden Vektoren ist. Durch den Betrag im Zähler der Gl. 3.1 ist die Korrelation zudem auch unabhängig von dem Vorzeichen der Vektoren. Solange die Vektoren auf einer Wirkungslinie liegen, werden sie unabhängig von Betrag und Vorzeichen als identisch definiert.

Der Grad der Korrelation in Abhängigkeit des Winkels  $\alpha$ , von  $0^\circ$  bis  $360^\circ$ , ist in Abb. 6.2 (a) als blaue Kurve dargestellt. Es zeigt den Betrag der quadratischen Kosinusfunktion. Wie sich aus der Abbildung entnehmen lässt, ist sowohl bei  $0^\circ$  als auch bei  $180^\circ$  die Korrelation 100 %. Das Vorzeichen der Vektoren hat keinen Einfluss auf den Grad der Korrelation. Ebenso lässt sich aus Abb. 6.2 (a) entnehmen, dass ein Korrelationsgrad von mehr als 80 % in zwei Bereichen des Winkels  $\alpha$  möglich ist. Die Korrelation ist zwischen  $[153^\circ, 206^\circ]$  und  $[333^\circ, 26^\circ]$  größer als 80 %. Die Bereiche sind in Abb. 6.2 mit roten Zahlen und schwarz gestichelten Linien gekennzeichnet.

Abb. 6.2 (b) zeigt den Grad der Korrelation zwischen  $0^\circ$  und  $90^\circ$  in Abhängigkeit des Winkels  $\alpha$ . Der Betrag der quadratischen Kosinusfunktion ist in blau dargestellt und der Betrag der einfachen Kosinusfunktion in braun. Ein linearer Zusammenhang zwischen Korrelationsgrad und Winkel  $\alpha$  ist in rot dargestellt. Ein Vergleich der Kurven zeigt, dass die quadratische Kosinusfunktion ein signifikant schärferes Korrelationskriterium ist als die einfache Kosinusfunktion. Es sei angenommen, dass 80 % eine hinreichend gute Korrelation zweier Vektoren darstellt. Für eine Korrelation von über 80 % muss der Winkel zwischen den zu korrelierenden Vektoren kleiner als  $26^\circ$  sein. Bei der einfachen Kosinusfunktion muss der Winkel kleiner als  $36^\circ$  sein. Aus diesem Grund ist im Allgemeinen die Korrelationsfunktion nach Gl. 3.1 ein schärferes Korrelationskriterium als das einfache Skalarprodukt zweier normierter Vektoren. Die 80 % Grenze ist in Abb. 6.2 (b) als schwarz gestichelte, waagerechte Linie gekennzeichnet. Der Winkel  $\alpha$  der zum Erreichen dieser Grenze unterschritten werden muss, ist mit gestichelten, vertikalen Linien gekennzeichnet.

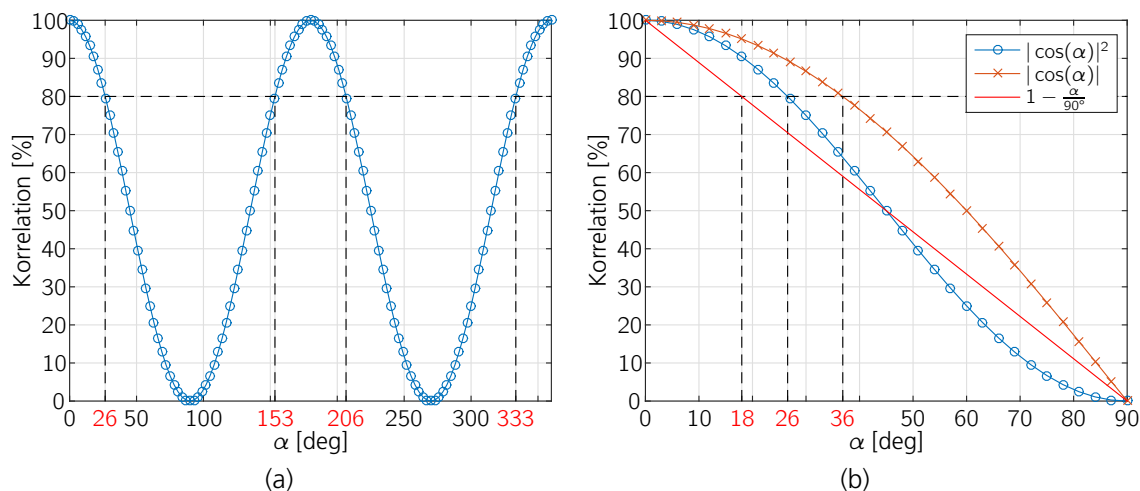


Abbildung 6.2.: (a) Korrelation  $|\cos(\alpha)|^2$  in Abhängigkeit des Winkels  $\alpha$  zwischen  $[0^\circ, 360^\circ]$  (b) Korrelationsfunktionen zwischen  $[0^\circ, 90^\circ]$ .

Die Korrelationsfunktion Gl. 3.1 stellt **keinen** linearen Zusammenhang zwischen dem Winkel und dem Korrelationsgrad her. Stattdessen handelt es sich um eine quadratische Kosinusfunktion. Um eine Ähnlichkeit oder einen Korrelationsgrad von mehr als 80 % zu erhalten, muss der Winkel zwischen den zu korrelierenden Vektoren kleiner als  $26^\circ$  sein. Diese quadratische Kosinusfunktion ist ein sehr viel schärferes Korrelationskriterium als eine einfache Kosinusfunktion (siehe Abb. 6.2 (b)).

In dieser Arbeit ist mit Korrelation in Prozent der Korrelationsgrad gemeint.

## 6.2. Beispiele zur Korrelation reeller und komplexer Vektoren

In Abschnitt 6.1 wurde die Korrelation reeller 2D Vektoren erörtert. Dieser Abschnitt konzentriert sich auf die Korrelation reeller und komplexer n-dimensionaler Vektoren.

Abb. 6.3 zeigt vier Beispiele der Vektorkorrelation. Alle Abbildungen zeigen auf den Achsen die Werte der zu korrelierenden Vektoren. Die Wertepaare ergeben sich durch die Reihenfolge der Vektorelemente in den beiden Vektoren und sind als blaue Kreise dargestellt. Die schwarze Linie ist die optimale Regressionsgerade für den Vektor auf der x-Achse. Es ist die Regressionsgerade für eine Korrelation von  $\{\Theta\}$  mit sich selbst. Es zeigt die Kollinearität bzw. die exakte lineare Abhängigkeit von  $\{\Theta\}$  zu sich selbst. Die Wertepaare auf dieser Geraden sind identisch. Die rote Linie stellt die tatsächliche Regressionsgerade zwischen den beiden zu korrelierenden Vektoren

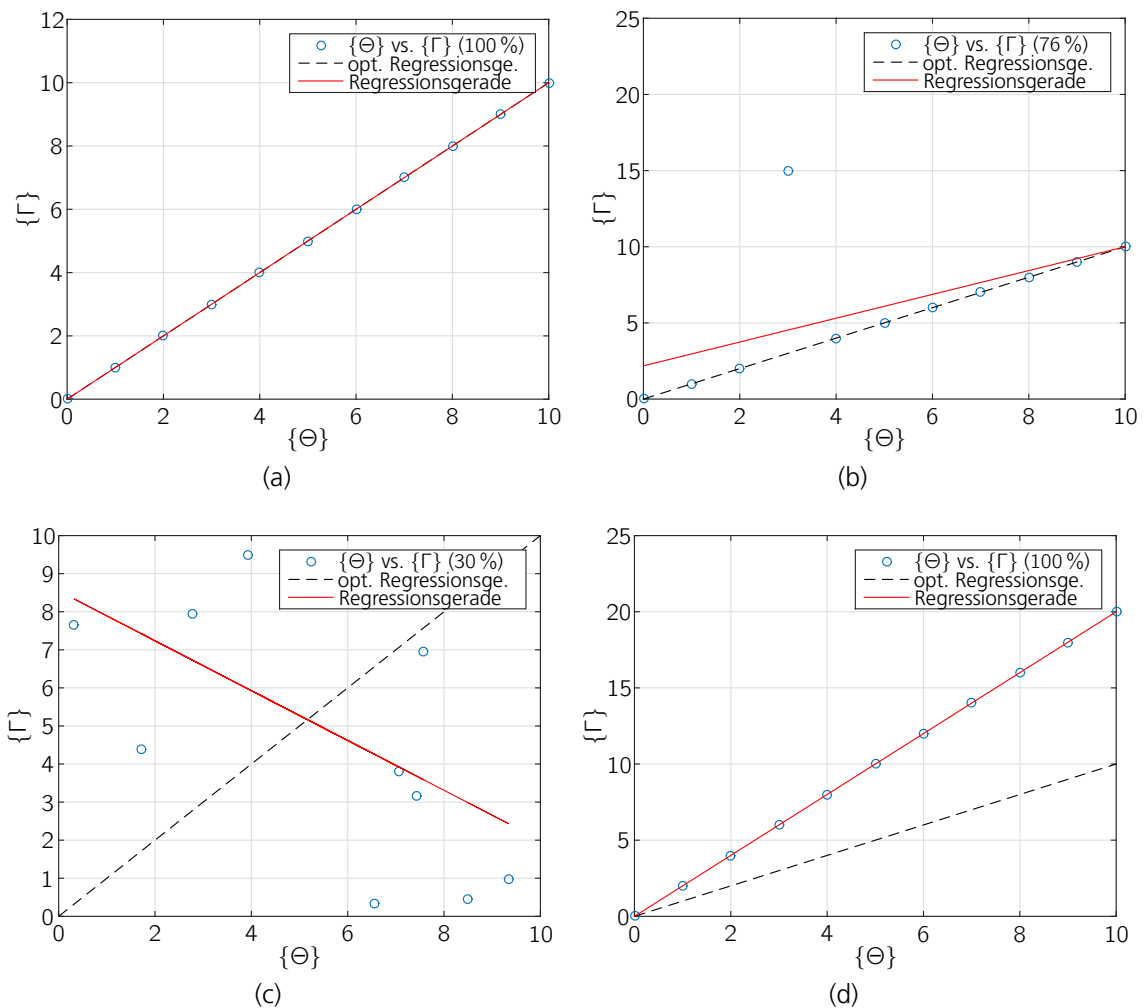


Abbildung 6.3.: Korrelation zweier Vektoren  $\{\Theta\}$  vs.  $\{\Gamma\}$ : (a) 100 % (b) 76 % (c) 30 % (d) 100 % ( $\{\Theta\} = 2 \{\Gamma\}$ ).

$\{\Theta\}$  und  $\{\Gamma\}$  dar. Diese Regressionsgerade lässt sich mit Hilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate ermitteln.

Abb. 6.3 (a) zeigt eine exakte lineare Abhängigkeit beider Vektoren.  $\{\Theta\}$  und  $\{\Gamma\}$  sind identisch. Die Korrelation nach Gl. 3.1 beträgt 100 %.

Abb. 6.3 (b) zeigt den Vergleich zweier Vektoren, die sich nur in einem Element unterscheiden, wie in Abb. 6.3 (a). Einziger Unterschied ist eine starke Abweichung des Wertes im vierten Vektorelement von  $\{\Gamma\}$ , welcher durch die y-Achse dargestellt wird. Die Regressionsgerade dieser beiden Vektoren besitzt, bedingt durch diese große Abweichung, eine andere Steigung als die optimale Regressionsgerade. Auch der Grad der Korrelation bzw. die Ähnlichkeit der Vektoren

beträgt aus diesem Grund 76 %.

Ein Indikator, welcher auf der Methode der kleinsten Fehlerquadrate basiert, reagiert höchst sensitiv auf große Differenzen zwischen den beiden zu korrelierenden Vektoren. Dafür zeigt sich der Indikator robust gegenüber kleineren Abweichungen. Dies ist ein Vorteil, wenn gemessene Größen verglichen werden, deren kleine Werte durch Messfehler oder Rauschsignale leicht verzerrt sind. Die Anzahl der Mittelungen ist zudem abhängig von der Anzahl an Vektorelementen. Eine zu kleine Anzahl an Vektorelementen führt zu einer Verzerrung der MAC Werte [Allemang 2002, S. 397].

Abb. 6.3 (c) zeigt eine starke Streuung der Wertepaare um die Regressionsgerade. Die Steigung der roten Regressionsgeraden ist verglichen mit der schwarzen, optimalen Regressionsgeraden negativ. Der Grad der Korrelation der beiden Vektoren  $\{\Theta\}$  und  $\{\Gamma\}$  beträgt 30 %.

Abb. 6.3 (d) zeigt die Korrelation der beiden Vektoren  $\{\Theta\}$  und  $\{\Gamma\} = 2\{\Theta\}$ . Trotz der Unterschiede im Betrag wird von dem Korrelationskriterium eine Ähnlichkeit von 100 % zwischen den beiden Vektoren ermittelt. Dieses Verhalten lässt sich auf die Normierung der Vektoren in Gl. 3.1 zurückführen. In Abschnitt 3.5.4 wird auf einen Skalierungsfaktor eingegangen, welcher den Unterschied im Betrag der Vektoren  $\{\Theta\}$  und  $\{\Gamma\}$  identifiziert.

Das definierte Vektorkorrelationskriterium basierend auf dem Korrelationskoeffizienten beschreibt den Grad der Streuung der Vektorelemente um die Regressionsgerade. Die Steigung der Regressionsgeraden oder deren Lage im Raum werden, bedingt durch die mathematische Definition des Korrelationskriteriums, nicht wahrgenommen.

Ein weiterer Punkt, welcher die Korrelation zweier Vektoren betrifft, ist die Komplexität der Vektorelemente. Im vorherigen Abschnitt wurden nur rein reelle Vektoren untersucht. Unterschiede im Phasenwinkel einzelner Vektorelemente können einen signifikanten Einfluss auf die Korrelationsergebnisse haben, selbst wenn die Beträge der Vektorelemente identisch sind.

Abb. 6.4 (a) zeigt die Vektorelemente zweier beliebig gewählter Vektoren  $\{\Theta\}$  und  $\{\Gamma\}$  in der komplexen Zahlenebene. Die in rot dargestellten Vektorelemente von  $\{\Theta\}$  sind rein reell. Alle Werte von  $\{\Theta\}$  liegen auf der x-Achse (Realteil). Die in blau dargestellten Vektorelemente von  $\{\Gamma\}$  sind komplex und streuen daher um die x-Achse. Die Beträge der Vektorelemente beider Vektoren  $\{\Theta\}$  und  $\{\Gamma\}$  sind dennoch identisch.

Die identischen Beträge sind in Abb. 6.4 (b) dargestellt. Abb. 6.4 (b) zeigt die Beträge und Phasenwinkel beider Vektoren  $\{\Theta\}$  und  $\{\Gamma\}$ . Die Abbildung zeigt, dass beide Vektoren sich nur im Phasenwinkel unterscheiden. Die in rot dargestellten Vektorelemente von  $\{\Theta\}$  haben je nach Vorzeichen einen Phasenwinkel von  $0^\circ$  oder  $180^\circ$ . Die in blau dargestellten Vektorelemente von  $\{\Gamma\}$  besitzen einen zufälligen Phasenwinkel zwischen  $\pm 180^\circ$ . Aufgrund dieses zufälligen Phasenwinkels ist der Grad der Korrelation beider Vektoren  $\{\Theta\}$  und  $\{\Gamma\}$  nur 70 %, obwohl die Beträge der Vektorelemente identisch sind.

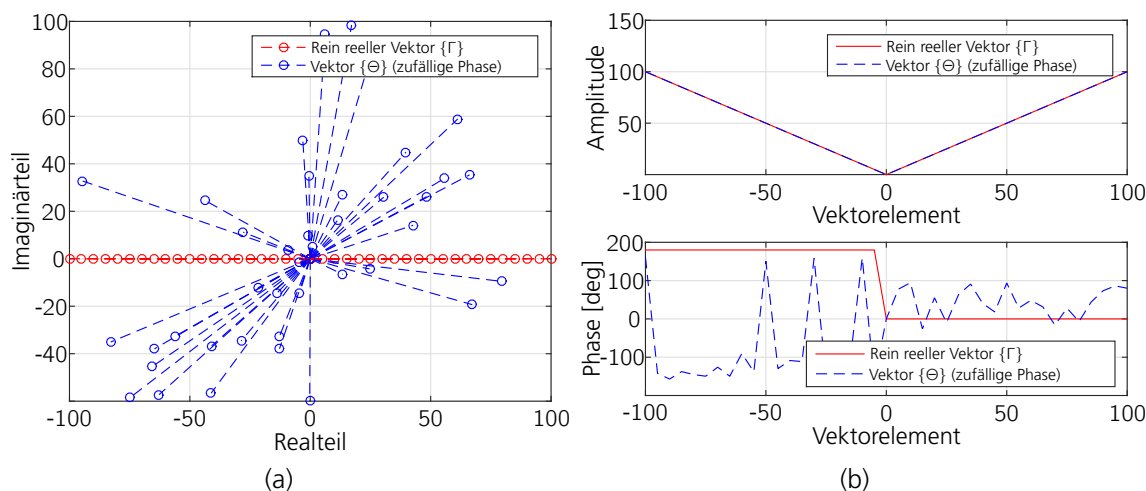


Abbildung 6.4.: Die Korrelation zwischen  $\{\Gamma\}$  und  $\{\Theta\}$  beträgt 72 %: (a) Vektorelemente von  $\{\Gamma\}$  und  $\{\Theta\}$  in der komplexen Zahlenebene (b) Vektorelemente von  $\{\Gamma\}$  und  $\{\Theta\}$  in Betrag und Phasenwinkel.

Wenn der Phasenwinkel nicht korrekt ermittelt wird, kann das quantitative Korrelationsergebnis auf eine geringe Ähnlichkeit der Vektoren hindeuten, selbst wenn der qualitative Vergleich der Amplituden bzw. der Vergleich der Schwingungsformen auf eine hohe Ähnlichkeit hindeutet.

Nicht nur der Betrag  $|\hat{A}|$  der Vektoren hat keinen Einfluss auf den Grad der Korrelation zwischen den Vektoren  $\{\Theta\}$  und  $\{\Gamma\}$ . Auch ein konstanter Phasenwinkel  $\varphi$  zwischen den beiden Vektoren hat keinen Einfluss auf den Grad der Korrelation

$$\{\Theta\} = |\hat{A}| \{\hat{\Theta}\} e^{(j\varphi \frac{\pi}{180^\circ})} \quad (6.2)$$

mit dem Einheitsvektor  $\{\hat{\Theta}\}$  ( $||\{\hat{\Theta}\}|| = 1$ ). Zudem ist  $\{\hat{\Theta}\}$  rein reell.

Abb. 6.5 (a) zeigt die Vektoren  $\{\Theta\}_n$  in der komplexen Zahlenebene. Die Beträge  $|\hat{A}|_n$  der Vektoren  $\{\Theta\}_n$  sind zufällig und der Phasenwinkel von den Vektoren  $\{\Theta\}_n$  ist  $\varphi_n = 0^\circ, 36^\circ, \dots, 324^\circ$ . Der rein reelle Vektor  $\{\hat{\Theta}\}$  ist in rot dargestellt.

Abb. 6.5 (b) zeigt den Grad der Korrelation der Vektoren  $\{\Theta\}_n$  mit zufälligen Betrag  $|\hat{A}|_n$  über den Phasenwinkel  $\varphi_n$  zum rein reellen Vektor  $\{\hat{\Theta}\}$ . Eine Korrelation von 100 % zwischen den Vektoren  $\{\Theta\}_n$  und  $\{\hat{\Theta}\}$  in Abhängigkeit des Phasenwinkels  $\varphi$  ist zu erkennen. Alle Vektoren werden als identisch identifiziert, obwohl deren Betrag zufällig ist und sich auch deren Phasenwinkel unterscheiden.



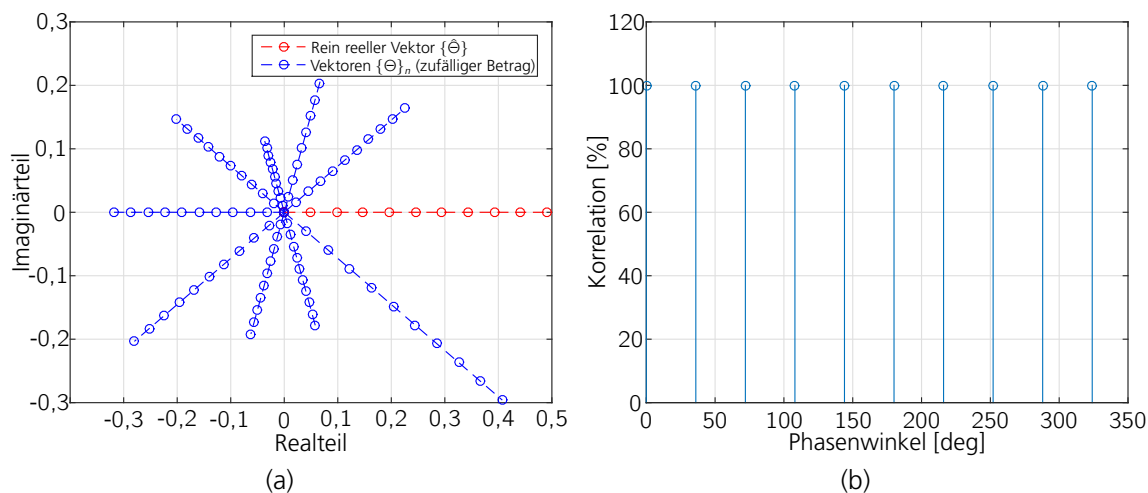


Abbildung 6.5.: (a) Der rein reelle Vektor  $\{\hat{\Theta}\}$  ist in rot dargestellt und die Vektoren  $\{\Theta\}_n$  mit zufälligen Betrag  $|\hat{A}|_n$  sind in blau dargestellt. (b) Grad der Korrelation zwischen dem Vektor  $\{\hat{\Theta}\}$  und den Vektoren  $\{\Theta\}_n$  in Abhängigkeit des Phasenwinkels  $\varphi_n$ .

„This definition can be interpreted geometrically since the MAC criterion depends on the angle between two vectors. This criterion can be applied to both real-valued and complex-valued vectors. It is insensitive to the modulus and the phase of the vectors  $\mu_1$  and  $\mu_2$ . For this reason, it is well-suited to the analysis of monophasic vectors.“[Vacher u. a. 2010, S. 2715] ( $\mu_1 = \{\hat{\Theta}\}, \mu_2 = \{\Theta\}$ )

## 6.3. Zusammenfassung: Diskussion des Vektorkorrelationskriteriums

Vektorkorrelationskriterien nach Gl. 3.1 sind definiert als der Betrag einer quadratischen Kosinusfunktion des Winkels zwischen den zu korrelierenden Vektoren. Aus diesem Grund haben Vektorkorrelationskriterien nach Gl. 3.1 einen sich wiederholenden Verlauf des Korrelationsgrads und sind zudem unabhängig vom Vorzeichen der Vektoren.

In dieser Arbeit wird die kinetische Energie als Korrelationsgröße verwendet. Diese ist nach Definition immer positiv und der Winkel zwischen den Vektoren, welche die kinetischen Energieverteilungen beschreiben, befindet sich immer zwischen  $0^\circ$  und  $90^\circ$ . Der Grad der Korrelation ist bezüglich des Winkels zwischen  $0^\circ$  und  $90^\circ$  immer eindeutig einem Wert zwischen null und eins zugeordnet (siehe Abb. 6.2).

Die Vektorkorrelationskriterien auf Basis der Methode der kleinsten Fehlerquadrate reagieren sensitiv auf große lokale Abweichungen. Durch räumliche und spektrale Integration der lokalen kinetischen Energien lassen sich solch große lokale Abweichungen mitteln.

Aufgrund der Normierung der Vektoren bei der Korrelation werden Unterschiede in der Skalierung der Vektoren nicht mitberücksichtigt. Diese Unterschiede müssen bei einer Korrelation aber mitberücksichtigt werden, weil große Unterschiede in der Skalierung der Vektoren z.B. auf eine falsch geschätzte Dämpfung der Struktur hindeuten. Aus diesem Grund sollte bei der Verwendung der Vektorkorrelationskriterien immer ein Amplitudenfehler mit angegeben werden. Bei der Verwendung der in dieser Arbeit neu vorgestellten Methode der Energiekorrelation wird daher auch ein Fehler der kinetischen Gesamtenergie eingeführt.

Lokale Abweichungen im Phasenwinkel, z.B. der Betriebsschwingungsformen, haben meist einen signifikant negativen Einfluss auf das Korrelationsergebnis, wie z.B. mit FDAC, selbst wenn die Beträge der Vektoren identisch sind. Abweichungen im Phasenwinkel lassen sich auf Unsicherheiten in den Modellparametern oder auf Fertigungstoleranzen zurückführen. Ein solches Problem bezüglich des Phasenwinkels tritt bei der Korrelation der kinetischen Energieverteilungen nicht auf, weil diese rein reell sind.

## 7. Theoretische Grundlagen für eine kinetische Energiekorrelation

Kapitel 3 erörtert mehrere aus der Literatur bekannte Methoden zur Korrelation von Signalen und Modellen. Das am weitesten verbreitete Korrelationskriterium, basierend auf der Methode der kleinsten Fehlerquadrate, ist das MAC Kriterium. Es ist, richtig angewendet, ein sehr zuverlässiges Kriterium, um Modelle zu korrelieren. Zudem ist es sehr einfach anwendbar. Einzige Voraussetzung für dieses Kriterium ist eine Vektorform der zu korrelierenden Größe. Dabei ist die Korrelation unabhängig von den physikalischen Einheiten. Es lassen sich Eigenformen, Betriebsschwingungsformen oder andere physikalischen Größen korrelieren.

Bei der Korrelation dynamischer Systeme kann die große Anzahl und die räumliche Verteilung der Sensoren die Qualität der quantitativen Vektorkorrelation negativ beeinflussen. Auch die Sensitivität gegenüber großen lokalen Differenzen, wie z.B. Messfehler, zwischen zwei Datensätzen muss bei der Korrelation berücksichtigt werden. Zudem haben Fehler im Phasenwinkel der Betriebsschwingungsformen und Übertragungsfunktionen signifikante Auswirkungen auf das Korrelationsergebnis, selbst wenn die Beträge der einzelnen Vektorelemente identisch sind (siehe Abschnitt 6.2).

Bei der Vorhersage im mittleren Frequenzbereich zeigt das dynamische Verhalten einer Struktur eine Überlagerung von deterministisch globalem und statistisch lokalem Schwingungsverhalten. Dies ist besonders bei versteiften Leichtbaustrukturen der Fall. Dieses lokale Schwingungsverhalten lässt sich nicht mehr diskret und deterministisch exakt vorhersagen. Die Unsicherheiten in den Modellparametern und die Details der Struktur haben signifikanten Einfluss auf das lokale Schwingungsverhalten im mittleren und hohen Frequenzbereich. Insbesondere beeinflussen diese Unsicherheiten auch die Komplexität des lokalen Schwingungsverhaltens. Aus diesem Grund ist die Qualität der Korrelation und der Grad der linearen Abhängigkeit der gemessenen und simulierten Betriebsschwingungsformen stark abhängig von dem lokalen Schwingungsverhalten. Daher werden besonders im hohen Frequenzbereich mit stark lokalem Schwingungsverhalten statische Methoden, wie die SEA, für die Simulation verwendet.

Die SEA setzt auf einen energetischen Ansatz, um das statistische Schwingungsverhalten einer Struktur zu beschreiben. Mit Hilfe deterministischer Vorhersagemethoden, wie z.B. FEM, lässt sich die kinetische Energie ebenfalls numerisch ermitteln. Auch experimentell kann die kinetische Energie bestimmt werden. Die erforderlichen Arbeitsschritte werden in diesem Kapitel erörtert.

## 7.1. Kinetische Energie

Die kinetische Energie  $E_{kin}$  einer harmonischen Bewegung einer Punktmasse bei einer Anregungsfrequenz  $\Omega$  [Kuchling 2007, S. 113] lässt sich aus dem Betrag der Geschwindigkeit  $\hat{v}$  und der Masse  $m$  ermitteln

$$E_{kin}(\Omega) = \frac{1}{2} m (\hat{v}(\Omega))^2. \quad (7.1)$$

Dabei ist die Geschwindigkeit  $\hat{v}$  abhängig von der Anregungsfrequenz  $\Omega$ . Diese Abhängigkeit ergibt sich aus der harmonischen Bewegung des Massenpunkts

$$v(t) = \hat{v}(\Omega) e^{j\Omega t}. \quad (7.2)$$

Die Geschwindigkeit  $\hat{v}(\Omega)$ , welche für die Berechnung der kinetischen Energie benötigt wird, lässt sich sowohl mit Hilfe eines numerischen Modells berechnen als auch experimentell ermitteln. Dies ist auch im hohen Frequenzbereich möglich, selbst wenn eine hohe modale Dichte und Überlappung vorhanden ist.

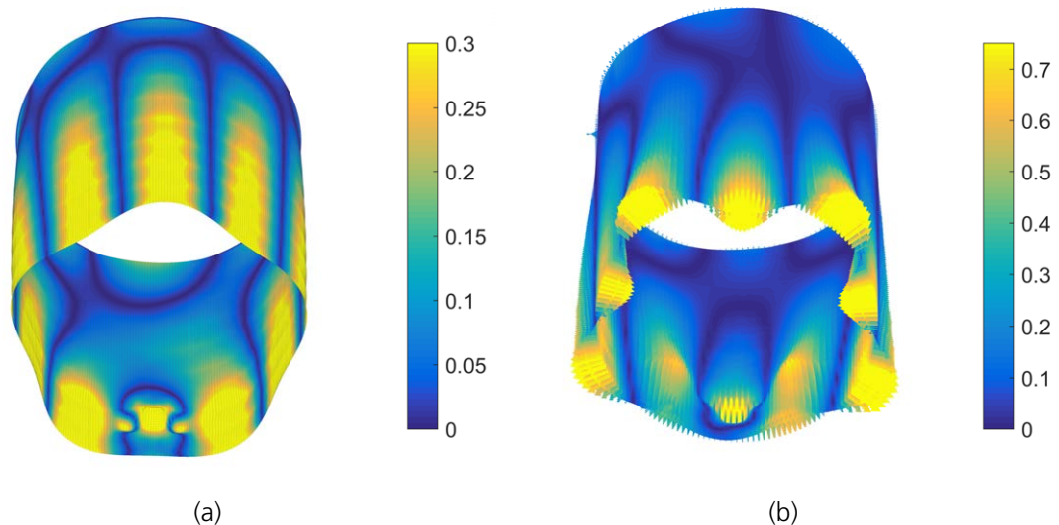


Abbildung 7.1.: Betrag der Geschwindigkeitsverteilung bei 330 Hz in  $[\text{ms}^{-1}]$ : (a) simuliert (Farbverlauf) (b) gemessen (farbige Pfeile).

Sowohl Simulation als auch Experiment liefern lokale Schätzungen der Geschwindigkeit einer diskreten Anzahl an Freiheitsgraden. Die Anzahl der Freiheitsgrade des numerischen Modells ist in den meisten Fällen sehr viel höher als die Anzahl der Messpunkte in einem Experiment. Die räumliche Geschwindigkeitsverteilung einer diskreten Anzahl an Messpunkten und numerischen Knotenpunkten ist in Abb. 7.1 gezeigt. Abb. 7.1 (a) zeigt die simulierte Geschwindigkeitsverteilung bei Anregung in einer diskreten Frequenz als Farbverteilung über die Oberfläche der Struktur

und Abb. 7.1 (b) zeigt die mit einem Laservibrometer experimentell ermittelte Geschwindigkeitsverteilung bei derselben diskreten Frequenz als farbige Pfeile.

Die in Kapitel 11.1 bis Kapitel 12 für experimentelle Untersuchungen verwendete Teststruktur wird in diesem Kapitel als Beispiel bei der Herleitung der Energiekorrelation verwendet, um bestimmte Sachverhalte bildlich darstellen zu können.

Die Farbkodierung der in dieser Arbeit dargestellten Schwingungsformen stellt immer den Betrag der Schwingungsamplitude dar. Auf eine Farbskala wird daher bei den folgenden Schwingungsformen verzichtet.

## 7.2. Ermittlung der Massenverteilung einer dynamischen Struktur

Da sich die Massenverteilung einer Struktur nur unzureichend experimentell ermitteln lässt, muss auf die Massenverteilung des numerischen Modells zurückgegriffen werden. Die numerische Massenverteilung lässt sich sowohl zur Ermittlung der gemessenen kinetischen Energie als auch zur Vorhersage der kinetischen Energie verwenden. Dies setzt voraus, dass die Massenverteilung hinreichend genau modelliert wird. Überprüfen lässt sich dies, indem die Gesamtmasse der realen Struktur mit der Gesamtmasse des numerischen Modells korreliert wird.

Im Falle der Simulation lässt sich die kinetische Gesamtenergie einer jeden Substruktur einfach über die Summe der kinetischen Energien aller Freiheitsgrade innerhalb dieser Substruktur ermitteln. Mit Hilfe eines numerischen Modells lassen sich beliebig fein diskretisierte Massen- und Geschwindigkeitsverteilungen zu jeder analysierten Frequenz berechnen. An den Schnittstellen der gemeinsamen Grenzen zweier Substrukturen wird die kinetische Energie, die auf den gemeinsamen Grenzen liegenden Freiheitsgraden, zu gleichen Anteilen auf beide benachbarte Substrukturen aufgeteilt.

Im Falle der experimentell ermittelten kinetischen Energien ist eine Kondensation der Massenverteilung des numerischen Modells auf die Messfreiheitsgrade nötig. Durch die Kondensation wird die unterschiedliche Anzahl an Freiheitsgraden zwischen Simulation und Experiment bei der Integration der kinetischen Gesamtenergie einer jeden Substruktur berücksichtigt.

Die kondensierte Massenverteilung beinhaltet die räumliche Information der diskretisierten Teststruktur (Exponent  $exp$ ) an einem Messfreiheitsgrad

$$m^{exp} = \rho \Delta V^{exp}. \quad (7.3)$$

Über das diskrete Volumen  $\Delta V^{exp}$  wird die räumliche Information um einen Messfreiheitsgrad der Teststruktur bei der Berechnung der kinetischen Energie berücksichtigt. Die aus der Dichte  $\rho$  und dem diskreten Volumen resultierende Masse  $m^{exp}$  ist die diskrete Masse an einem Messfreiheitsgrad (Massenpunkt). Die Diskretisierung der unterschiedlich feinen Massenverteilung setzt eine gleichbleibende Gesamtmasse, auch bei unterschiedlich feiner Diskretisierung, voraus. Aus diesem Grund ist die lokale Masse an einem Messfreiheitsgrad bei konstanter Dichte  $\rho$  umso größer, je weniger Messfreiheitsgrade vorhanden sind. Mit sinkender Anzahl an Messfreiheitsgraden wird das diskrete Volumen  $\Delta V^{exp}$  größer. Dieselbe Überlegung gilt auch analog für die diskrete numerische Massenverteilung.

Die Massenverteilung des numerischen Modells und die kondensierte Massenverteilung des Testmodells sind in Abb. 7.2 gezeigt. Abb. 7.2 (a) zeigt die sehr feine Massenverteilung des numerischen Modells. Die Farbkodierung gibt Aufschluss über die Größenordnung der einzelnen Massenpunkte. Stringer (Längsversteifung) und Spanten (Querversteifung) sind aufgrund ihrer relativ hohen Masse, verglichen mit der dünnwandigen Zylinderhaut, deutlich sichtbar. Abb. 7.2 (a) zeigt auch die Anbindung an die Aufhängung (dunkelgelbe Kugeln), welche sowohl die Randbedingung des numerischen Modells als auch des Testmodells darstellt. Die dunkelblauen Kugeln zeigen den Anbindungspunkt der Anregung an die Modelle. Abb. 7.2 (b) zeigt die kondensierte Massenverteilung des Testmodells. Ein Vergleich mit Abb. 7.2 (a) zeigt, dass die Massenverteilung des Testmodells weniger Messfreiheitsgrade besitzt als das numerische Modell Freiheitsgrade. Durch die Massenkondensation ist daher die Masse der einzelnen Messfreiheitsgrade größer als die Massen an den Freiheitsgraden des FE-Modells. Die Gesamtmasse beider Modelle ist dennoch identisch. Abb. 7.2 (c) und (d) zeigen eine detailliertere Ansicht der Massenverteilungen des FE-Modells und des Testmodells.

Die Massenkondensation wird unnötig, wenn das FE-Modell dieselbe Anzahl an Freiheitsgraden wie das Testmodell hat. In dieser Arbeit werden die Massenverteilungen der Teststrukturen mit Hilfe eines FE-Modells ermittelt. Die Anzahl und die räumliche Verteilung der Messfreiheitsgrade hat dieses Vorgehen erlaubt. Im Normalfall wird dies nicht der Fall sein, weil ein angemessenes FE-Netz unter Berücksichtigung der strukturmechanischen Anforderungen erstellt wird.

Im Allgemeinen können Kondensationsmethoden, wie die Guyan Kondensation [Guyan 1965] oder die Exakte Dynamische Kondensation [Kidder 1972], für eine Massenkondensation auf die Messfreiheitsgrade verwendet werden.

An dieser Stelle wird darauf hingewiesen, dass im Falle der Exakten Dynamischen Kondensation die Transformationsmatrix, welche für die Kondensation der Massenverteilung benötigt wird, frequenzabhängig ist. Daher ist auch die kondensierte Massenmatrix frequenzabhängig. Zudem ist die kondensierte Massenmatrix komplex, wenn Dämpfungskräfte bei der Massenkondensation berücksichtigt werden.

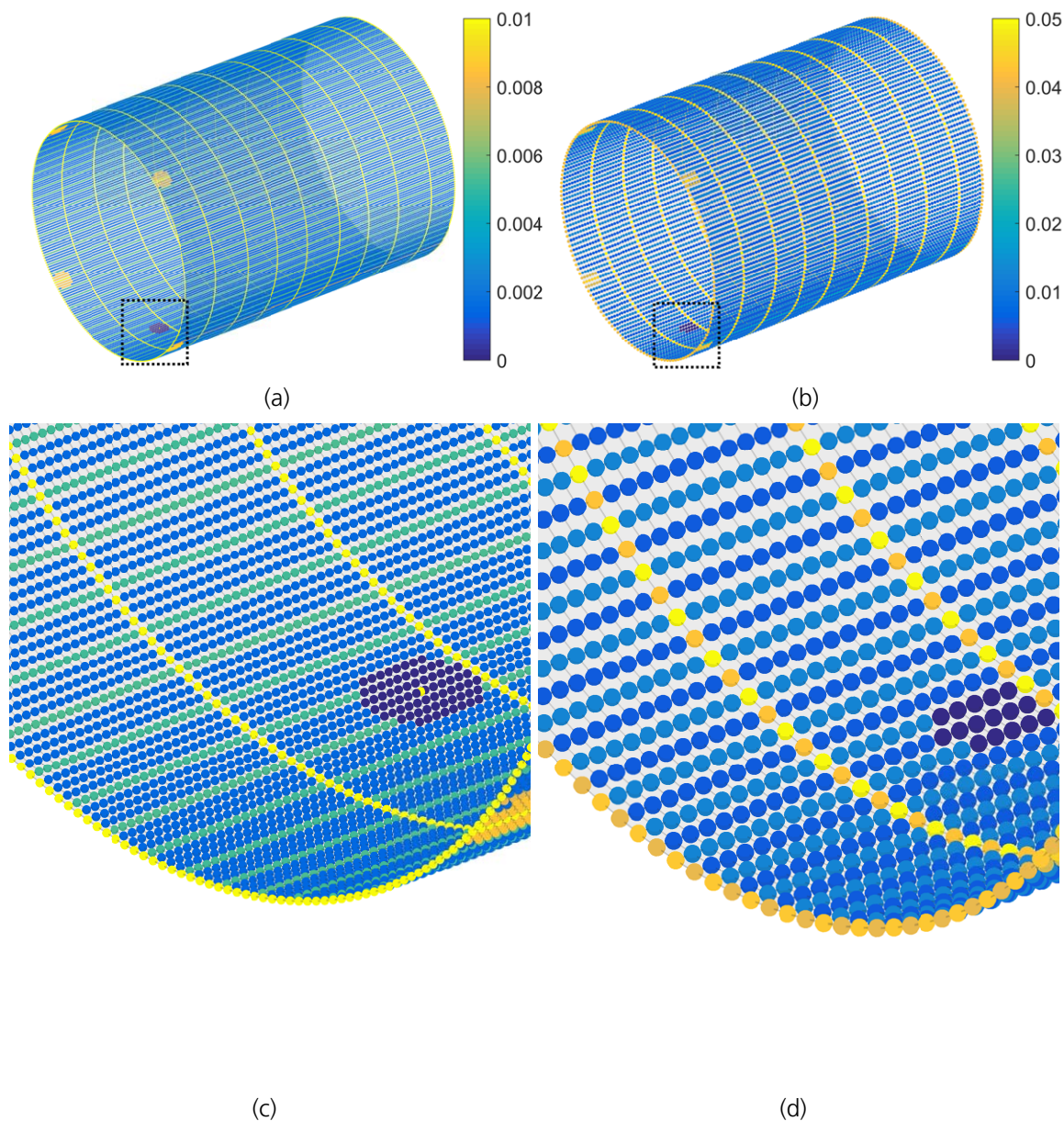


Abbildung 7.2.: (a) Massenverteilung in [kg] des Finite Elemente Modells inklusive der Masse der vier Anbindungspunkte (dunkelgelb) und Anregungspunkt (dunkelblau) (b) Kondensierte Massenverteilung der Messfreiheitsgrade (c) Zoom der Massenverteilung des Finite Elemente Modells aus Abb. 7.2 (a) (d) Zoom der kondensierten Massenverteilung aus Abb. 7.2 (b).

### 7.3. Räumliche und spektrale Integration der kinetischen Energie

Um eine angemessene Korrelation zwischen Simulation und Experiment zu demonstrieren, wird vorausgesetzt, dass die gemessene und simulierte kinetische Gesamtenergie einer Substruktur (Index  $i$ ) identisch ist. Dies wird auch vorausgesetzt, wenn das numerische Modell (Exponent  $num$ ) eine höhere räumliche Auflösung besitzt als das weniger hochauflösende Experiment (Exponent  $exp$ ). Zur Berechnung der kinetischen Gesamtenergie einer Substruktur einer dünnwandigen Kreiszylinderschale (siehe Abb. 7.3) muss sowohl die Geschwindigkeit als auch die Masse der Substruktur räumlich integriert werden. Die für die Schallabstrahlung der Struktur relevante Geschwindigkeitskomponente zeigt normal zur Strukturoberfläche. Für die Geschwindigkeit normal zur Oberfläche der Substruktur lässt sich Gl. 7.1 erweitern. Gl. 7.4 liefert die kinetische Gesamtenergie ( $E_{ges}$ ) der Substruktur normal zur Oberfläche. Dabei wird die kinetische Energie über die gesamte Oberfläche  $S$  der Substruktur integriert

$$E_{ges}(\Omega) = \frac{1}{2} \iint_S \rho h (\hat{v}(\Omega))^2 dS. \quad (7.4)$$

Die Dicke der Haut der Kreiszylinderschale ist mit  $h$  gekennzeichnet.

Für eine Korrelation der kinetischen Energieverteilung über den gemessenen Frequenzbereich wird der gesamte gemessene Frequenzbereich in kleine Frequenzbänder (Index  $n$ ) unterteilt

$$E_{kin}^{exp}(i, n) = E_{kin}^{num}(i, n) \quad , \quad i = 1, \dots, I \quad , \quad n = 1, \dots, N. \quad (7.5)$$

Anwendungsbezogen lässt sich der Frequenzbereich z.B. in konstante Frequenzbänder oder in Terzbänder unterteilen. Kapitel 10 zeigt die experimentelle Anwendung gleichmäßig verteilter Frequenzbänder, während Kapitel 12 eine Terzbandunterteilung des gemessenen Frequenzbereichs vornimmt. Terzbänder haben einen Vorteil bei großen Unsicherheiten im hohen Frequenzbereich. Das stark statistische Verhalten wird durch die Terzbänder im hohen Frequenzbereich stärker gemittelt, weil die Terzbänder bei höheren Frequenzen breiter werden. Für die spektrale Integration über die zuvor definierten Frequenzbänder wird Gl. 7.4 erweitert

$$E_{ges}(\Omega_c) = \frac{1}{2} \int_{\Omega_1}^{\Omega_2} \left( \iint_S \rho h (\hat{v}(\Omega))^2 dS \right) d\Omega. \quad (7.6)$$



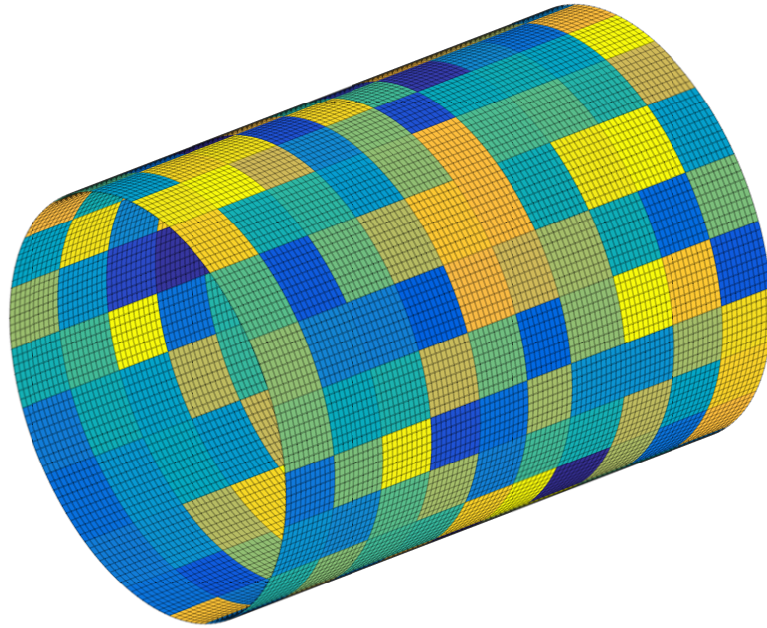


Abbildung 7.3.: Einteilung der versteiften und dünnwandigen Zylinderschale in 200 Substrukturen bzw. Oberflächenbereiche.

$\Omega_1$  und  $\Omega_2$  sind die unteren und oberen Grenzen des gewählten Frequenzbands.  $\Omega_c$  ist die Mittenkreisfrequenz des Frequenzbands. Bei einer numerischen Integration der kinetischen Energie einer Substruktur (i) muss sichergestellt werden, dass die Substruktur genug Freiheitsgrade enthält, um statistische Fehler ausgleichen zu können. Dies gilt nicht nur für das numerische Modell, sondern auch für das Testmodell. Auch die Frequenzbänder sollten genügend Spektrallinien für die spektrale Integration der kinetischen Energie enthalten, um auch hier statistische Fehler zu berücksichtigen.

Unter der Annahme, dass die Geschwindigkeiten  $\hat{v}_k^{exp}$  und  $\hat{v}_o^{num}$  innerhalb der Flächen  $S_k$  und  $S_o$  um den Messfreiheitsgrad (k) und FE-Freiheitsgrad (o) konstant sind, lässt sich Gl. 7.4 vereinfachen

$$E_{kin,k}^{exp}(\Omega) = \frac{1}{2} \left( \iint_{S_k} \rho h \, dS \right) (\hat{v}_k^{exp}(\Omega))^2, \quad (7.7)$$

$$E_{kin,o}^{num}(\Omega) = \frac{1}{2} \left( \iint_{S_o} \rho h \, dS \right) (\hat{v}_o^{num}(\Omega))^2. \quad (7.8)$$

Der Ausdruck in den Klammern von Gl. 7.7 und Gl. 7.8 sind die diskrete Massen  $m_k^{exp}$  und  $m_o^{num}$  (Massenpunkt) um den Messfreiheitsgrad (k) des Testmodells bzw. den FE-Freiheitsgrad (o) des numerischen Modells (siehe Abb. 7.2)

$$m_k^{exp} = \iint_{S_k} \rho h \, dS, \quad (7.9)$$

$$m_o^{num} = \iint_{S_o} \rho h \, dS. \quad (7.10)$$

Die diskrete kinetische Energie an einem Messfreiheitsgrad (k) und einem FE-Freiheitsgrad (o) vereinfacht sich auf diese Art und Weise zu

$$E_{kin,k}^{exp}(\Omega) = \frac{1}{2} m_k^{exp} (\hat{v}_k^{exp}(\Omega))^2, \quad (7.11)$$

$$E_{kin,o}^{num}(\Omega) = \frac{1}{2} m_o^{num} (\hat{v}_o^{num}(\Omega))^2. \quad (7.12)$$

Die numerisch integrierte kinetische Gesamtenergie  $E_{kin}^{exp/num}$  einer Substruktur (i) in einem Frequenzband (n) mit einer diskreten Anzahl an Spektrallinien ( $l=1, \dots, L$ ) lässt sich über die Summen der diskreten kinetischen Energien innerhalb der Substruktur berechnen. Dazu werden die diskreten kinetischen Energien über die diskrete Anzahl an FE-Freiheitsgraden ( $o=1, \dots, O$ ) und diskreten Anzahl an Messfreiheitsgraden ( $k=1, \dots, K$ ) innerhalb der Substruktur und über die Spektrallinien ( $l=1, \dots, L$ ) aufsummiert

$$E_{kin}^{exp}(i, n) = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K m_k^{exp} (\hat{v}_k^{exp}(\Omega_l))^2 \Delta\Omega, \quad (7.13)$$

$$E_{kin}^{num}(i, n) = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^L \sum_{o=1}^O m_o^{num} (\hat{v}_o^{num}(\Omega_l))^2 \Delta\Omega. \quad (7.14)$$

$\Delta\Omega$  ist die gewählte Frequenzauflösung bzw. der Abstand zwischen den Spektrallinien.

Unter der Annahme, dass die Geschwindigkeit in dem Bereich um einen Messfreiheitsgrad oder FE-Freiheitsgrad konstant ist, lässt sich die kinetische Energie durch Summation der diskret verteilten kinetischen Energien räumlich aufintegrieren.

Die integrierte kinetische Energie einer Substruktur (i) konvergiert, wenn die Anzahl an Messfreiheitsgraden (K) und FE-Freiheitsgraden (O) innerhalb der Substruktur genügend hoch ist. Dabei werden gegebenenfalls statistische lokale Messfehler in der Messung gemittelt. Nachdem die kinetischen Energien in  $i=1, \dots, I$  Substrukturen für  $n=1, \dots, N$  Frequenzbänder berechnet wurden, können die Werte der kinetischen Gesamtenergie  $E_{kin}^{exp/num}(i, n)$  der Simulation und des Experiments in einer Matrix angeordnet werden. Die Spalten der Matrix beinhalten die räumliche Verteilung der kinetischen Energie in einem Frequenzband. Die Reihen der Matrix repräsentieren die kinetische Energie einer Substruktur in den einzelnen Frequenzbändern des gemessenen bzw. analysierten Frequenzbereichs.

$$E_{kin}^{exp/num} = \begin{bmatrix} E_{kin}^{exp/num}(1, 1) & \dots & E_{kin}^{exp/num}(1, n) & \dots & E_{kin}^{exp/num}(1, N) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E_{kin}^{exp/num}(i, 1) & & E_{kin}^{exp/num}(i, n) & & E_{kin}^{exp/num}(i, N) \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ E_{kin}^{exp/num}(I, 1) & \dots & E_{kin}^{exp/num}(I, n) & \dots & E_{kin}^{exp/num}(I, N) \end{bmatrix} \quad (7.15)$$

$$= \left[ \left\{ E_{kin}^{exp/num} \right\}_1 \dots \left\{ E_{kin}^{exp/num} \right\}_n \dots \left\{ E_{kin}^{exp/num} \right\}_N \right] \quad (7.16)$$

## 7.4. Korrelation der kinetischen Energieverteilung

Die Korrelation der kinetischen Energiematrix zwischen Experiment und Simulation kann ähnlich der Korrelation von Eigenformen und Betriebsschwingungsformen durchgeführt werden. An dieser Stelle der Arbeit wird ein Vektorkorrelationskriterium (siehe Abschnitt 3.1) für die Korrelation der räumlichen kinetischen Energieverteilungen eines n-ten Frequenzbandes vorgeschlagen. Dabei ermittelt das Energiekorrelationskriterium (Energy Correlation Criterion - ECC) den Grad der linearen Abhängigkeit zwischen den kinetischen Energieverteilungen des Experiments und der Simulation. Für das n-te Frequenzband lässt sich ECC wie folgt berechnen

$$ECC(n) = \frac{\left( \left\{ E_{kin}^{exp} \right\}_n^T \left\{ E_{kin}^{num} \right\}_n \right)^2}{\left\{ E_{kin}^{exp} \right\}_n^T \left\{ E_{kin}^{exp} \right\}_n \left\{ E_{kin}^{num} \right\}_n^T \left\{ E_{kin}^{num} \right\}_n}, \quad n = 1, 2, \dots, N. \quad (7.17)$$

Die Analogie der Gl. 7.17 zur mathematischen Beschreibung des Vektorkorrelationskriteriums Gl. 3.1 ist offensichtlich. Eine hermitesche Transponierung der Energievektoren ist nicht notwendig, da letztere rein reell sind. Eine einfache Transponierung der Energievektoren ist ausreichend. Zudem kann mit Hilfe der Matrixanordnung der kinetischen Energien die lineare Abhängigkeit

der spektralen Energieverteilungen der einzelnen Substrukturen geprüft werden, wenn das Vektorkorrelationskriterium auf die transponierte Energiematrix angewendet wird (Analogie zu FRAC und CoMAC in Abschnitt 3.5.2).

Ein Modell wird für einen bestimmten Zweck erstellt, welchen es vorhersagen können muss. Korreliert werden Größen, die für den Modellzweck wichtig sind. Eine gute bzw. schlechte Korrelation ist daher abhängig von der Anwendung und von den Anforderungen des Anwenders an den Grad der Korrelation. Die in dieser Arbeit verwendeten Simulations- und Testmodelle besitzen eine hohe räumliche und spektrale Auflösung. Eine detaillierte Korrelation dieser Modelle zeigt das Öfteren ein niedriges Maß an Ähnlichkeit von unter 10 % in dem analysierten und gemessenen Frequenzbereich. In der Praxis genügt eine Ähnlichkeit von 70 % meist aus, um Eigenschwingungsformen einander zuordnen zu können. Aus diesen Gründen definiert der Autor eine Ähnlichkeit von über 80 % bei der Energiekorrelation mit ECC der in dieser Arbeit verwendeten Simulations- und Testmodelle als sehr gut. Ein Wert über 80 % zeigt eine in hohem Maße vorhandene Ähnlichkeit des globalen gemittelten Schwingungsverhaltens. Sind die Anforderungen an den Grad der Korrelation höher, wird auf die automatische Modellanpassung in Kapitel 13 hingewiesen. Mit diesem Verfahren lassen sich der Grad der Korrelation und damit die Ähnlichkeit des Schwingungsverhaltens zwischen Simulations- und Testmodell erhöhen.

## 7.5. Fehler in der kinetischen Gesamtenergie

Die Summe der kinetischen Energie über die Spalten der Matrix von Gl. 7.16 liefert die kinetische Gesamtenergie der Gesamtstruktur  $E_{ges}$  in einem Frequenzband  $n$

$$E_{ges}^{exp/num}(n) = \sum_{i=1}^I E_{kin}^{exp/num}(i, n) \quad , \quad n = 1, 2, \dots, N. \quad (7.18)$$

Für diese kinetische Gesamtenergie der Struktur kann ein relativer Fehler  $\varepsilon_{kin}$  pro Frequenzband  $n=1, \dots, N$  angegeben werden. Dieser Fehler gibt die relative Abweichung des gesamten kinetischen Energieinhalts zwischen Experiment und Simulation an

$$\varepsilon_{kin}(n) = 1 - \frac{E_{ges}^{exp}(n)}{E_{ges}^{num}(n)}. \quad (7.19)$$

Diese separate Überprüfung der Energieabweichung ist wichtig, weil durch das Normieren der Energievektoren bei der Anwendung des Vektorkorrelationskriteriums in Gl. 7.17 die Information

über die Beträge der zu korrelierenden Vektoren verloren geht. Sind die zu korrelierenden Energieverteilungen verhältnismäßig gleich, wird ECC eine gute Korrelation ermitteln, auch wenn sich die Absolutwerte der Energien um einen beliebigen Faktor unterscheiden (siehe Abschnitt 6.2). Dies kann der Fall sein, wenn z.B. die gemessenen und simulierten Geschwindigkeiten nicht auf die Anregung normiert wurden oder die Dämpfung nicht korrekt geschätzt wurde.

## 7.6. Räumliche und spektrale Abtastung

Die spektrale und räumliche Integration der kinetischen Energie erfolgt in dieser Arbeit numerisch. Der Einfluss der Oberflächengröße der Substrukturen und Frequenzbandbreite auf den Grad der Korrelation muss deshalb untersucht werden. Bei der räumlichen und spektralen Integration muss zudem die räumliche und spektrale Auflösung innerhalb der Substrukturoberflächen und Frequenzbänder beachtet werden. Im Folgenden wird die zuvor beschriebene Problemstellung anhand analytischer Funktionen diskutiert.

Das bestimmte Integral  $\int_a^b y(t) dt$  einer Funktion  $y(t)$  ist der Flächeninhalt zwischen  $y(t)$  und der x-Achse im Intervall  $[a, b]$  [Papula 2009a, S. 432]. Die einfachste Annäherung dieses Flächeninhaltes ist eine Einteilung der Fläche in rechteckige Flächen konstanter Kantenlänge  $\Delta t$

$$\int_a^b y(t) dt = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^N y(t_n) \Delta t. \quad (7.20)$$

Bei dieser Annäherung ist es sehr wichtig, dass die Funktion  $y(t)$  möglichst fein abgetastet wird ( $n \rightarrow \infty$ ). Durch die feine Abtastung der Funktion wird der Fehler bei der Annäherung des Integrals klein gehalten.

Abb. 7.4 (a) zeigt die Funktion  $y(t) = |e^{-0.3t} (\sin(2\pi t) + \sin(4\pi t))|$  als schwarze Kurve. Die blau gestrichelte Kurve zeigt das Ergebnis einer Abtastung der Funktion  $y(t)$  an 16 Stützstellen. Der über diese 16 Stützstellen ermittelte Flächeninhalt wird durch blaue Rechtecke dargestellt. Der Fehler zwischen dem analytischen Flächeninhalt und dem angenäherten Flächeninhalt beträgt 61,8 % im Intervall  $[0, 2]$ . Die Funktion  $y(t)$  wird in diesem Beispiel nicht fein genug abgetastet.

Abb. 7.4 (b) zeigt die Annäherung des Flächeninhalts über 41 Stützstellen. Der Fehler zwischen dem analytischen Flächeninhalt und dem feiner angenäherten Flächeninhalt beträgt 1,6 % im Intervall  $[0, 2]$ .

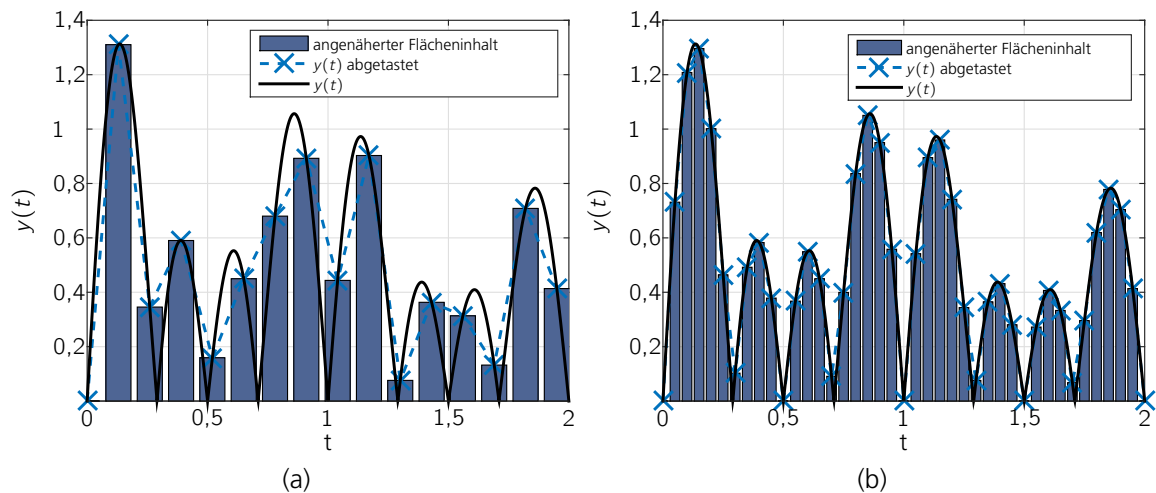


Abbildung 7.4.:  $y(t) = |e^{-0.3t} (\sin(2\pi t) + \sin(4\pi t))|$ : (a) Angenähertes Integral zwischen  $[0, 2]$  mit 16 Stützstellen (Fehler 61,8 %) (b) Angenähertes Integral zwischen  $[0, 2]$  mit 41 Stützstellen (Fehler 1,6 %).

Dieses Beispiel demonstriert, dass bei der spektralen als auch räumlichen Integration der kinetischen Energie eine möglichst feine Abtastung vorausgesetzt wird, um den Fehler bei der numerischen Integration möglichst klein zu halten.

Bei hinreichend feiner Abtastung der Funktionswerte von  $y(t)$  lassen sich die Flächeninhalte (Integrale) in mehreren Bereichen (Intervallen) bestimmen. Diese Flächeninhalte lassen sich zur Korrelation verwenden.

Abb. 7.5 (a) zeigt die Funktion  $y(t)$  in dunkelblau und die Funktion  $x(t)$  in hellgrün im Intervall  $[0, 10]$ . Beide Funktionen weisen in diesem Intervall starke Schwingungen auf und Unterschiede sind schwierig zu erkennen. Diese starken Schwankungen sind vergleichbar mit dem lokalen Schwingungsverhalten oder hohen Strukturwellenzahlen einer dünnwandigen Struktur. Die Funktion  $x(t)$  unterscheidet sich von der Funktion  $y(t)$  nur durch eine Phasenverschiebung von  $\frac{\pi}{3}$ . Die Korrelation dieser beiden Funktionen gemäß Vektorkorrelation nach Gl. 3.1 beträgt bedingt durch die Phasenverschiebung nur 51 %.

Durch die Integration wird die Abweichung zwischen den Funktionswerten von  $y(t)$  und  $x(t)$  kleiner. Abb. 7.5 (b) zeigt den integrierten Flächeninhalt 15 gleichgroßer Intervalle zwischen  $[0, 10]$ . Die Grenzen dieser Bereiche (Intervalle) sind als schwarz gestrichelte, vertikale Linien in Abb. 7.5 (a) und (b) gekennzeichnet. Die im Detail vorhandenen Schwingungen der Funktionen  $y(t)$  und  $x(t)$  verschwinden durch die Integration. Die Integration liefert einen gemittelten Verlauf der stark schwingenden Funktionen  $y(t)$  und  $x(t)$ , welcher einfacher zu interpretieren und zu vergleichen ist. Der Verlauf der integrierten Flächeninhalte zeigt eine deutlich höhere Ähnlichkeit. Die Korrelation der Integrationswerte nach Gl. 3.1 zeigt eine Ähnlichkeit von 99 % zwischen

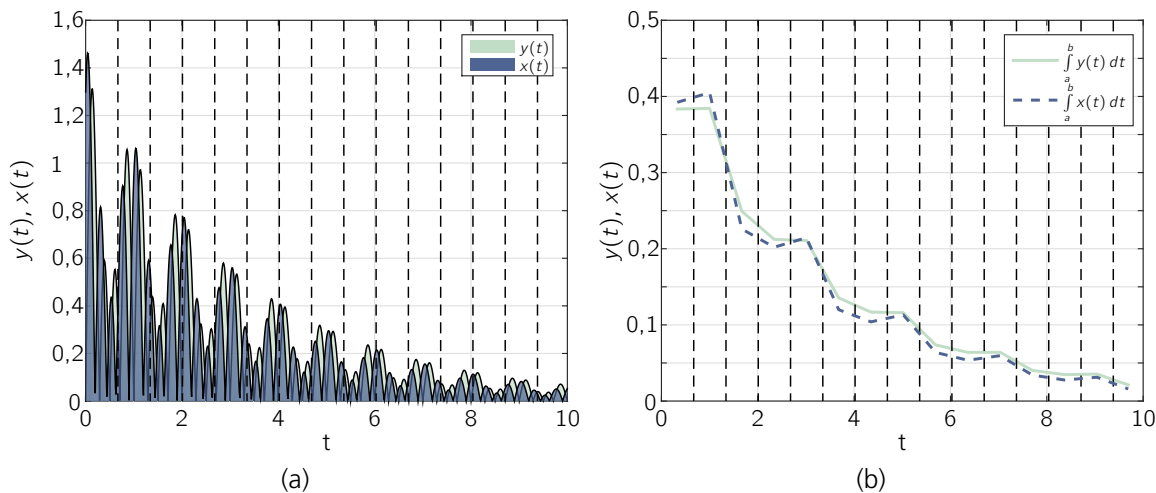


Abbildung 7.5.:  $y(t) = |e^{-0.3t} (0.5 \sin(2\pi t) + \sin(4\pi t))|$  und  $x(t) = |e^{-0.3t} (0.5 \sin(2\pi t + \frac{\pi}{3}) + \sin(4\pi t + \frac{\pi}{3}))|$ : (a) Korrelation 51 % (b) Korrelation 99 %.

den normierten Verläufen.

Aus dem stark lokalen Schwingungsverlauf, z.B. durch eine hohe Strukturwellenzahl, lässt sich durch Integration ein gemittelter Verlauf bestimmen. Dieser gemittelte Verlauf wird, verglichen mit den lokalen Schwingungen, als global bezeichnet. Bezüglich des Schwingungsverhaltens einer Struktur, wie z.B. eines Flugzeugrumpfs, repräsentiert der gemittelte Verlauf meist die globale und fundamentale Schwingungsform.

Der lineare Mittelwert einer Funktion in einem Intervall ist das bestimmte Integral der Funktion in dem Intervall bezogen auf die Intervallbreite [Papula 2009a, S. 531].

Durch die Integration der Schwingungsverläufe wird eine globale und gemittelte Betrachtung der stark schwankenden Funktionen  $y(t)$  und  $x(t)$  ermöglicht. Der Vergleich zwischen Abb. 7.5 (a) und (b) verdeutlicht diese Eigenschaft. Besonders die Phasenverschiebung hat weniger Einfluss auf die Korrelation. Durch kleinere Intervalle lässt sich die Sensitivität der Korrelation auf die Phasenverschiebung erhöhen. Die Intervallbreite ist somit abhängig von der Anwendung und den Bedürfnissen des Anwenders.

Es wird angenommen, dass sich das gemittelte Schwingungsverhalten bzw. die integrierte kinetische Energieverteilung mit deterministischen Vorhersagemethoden auch noch in einem Frequenzbereich hoher modaler Dichte und Überlappung ausreichend genau vorhersagen lässt. Untersucht wird dies in Kapitel 10.

Als Analogie zu einem Flugzeugrumpfquerschnitt ist in Abb. 7.6 (a) beispielhaft ein ovalisieren-

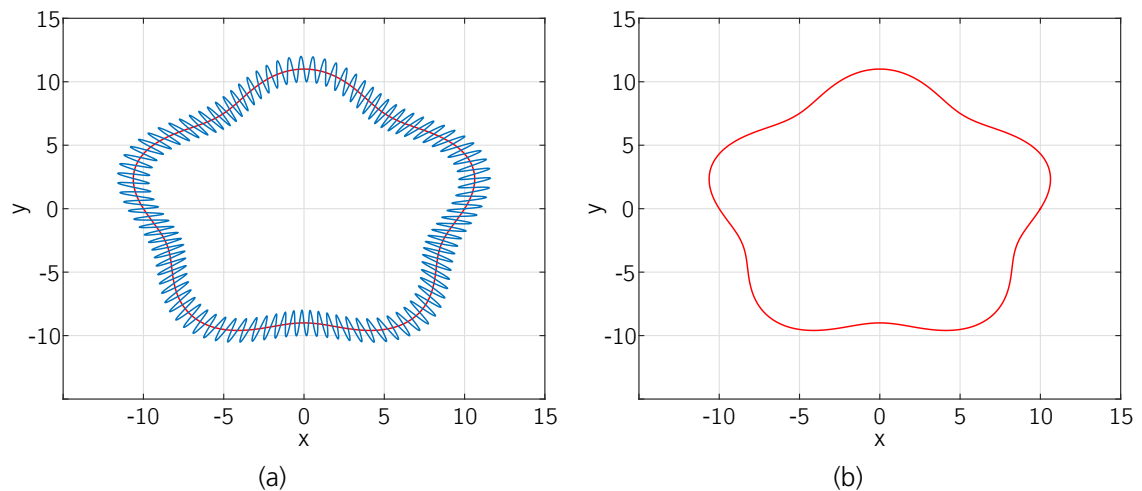


Abbildung 7.6.: Ovalisierender Kreis: (a) lokales Schwingungsverhalten in blau (b) globales und gemitteltes Schwingungsverhalten in rot.

der Kreis gezeigt. In blau ist ein stark lokales Schwingungsverhalten dargestellt. Der gemittelte Verlauf ist in Abb. 7.6 (b) in rot dargestellt. Dieser Verlauf weist, verglichen mit dem stark lokalen Schwingungsverhalten, einen globalen Charakter auf. Der globale Verlauf ist auch eindeutig in Abb. 7.6 (a) zu erkennen. Das lokale Schwingungsverhalten ist dem globalen und gemittelten Schwingungsverhalten überlagert.

## 7.7. Eigenschaften der kinetischen Energiekorrelation

ECC hat interessante Eigenschaften, durch die es sich als Korrelationsmethode in einem Frequenzbereich hoher modaler Dichte und starker modaler Überlappung qualifiziert. Dies sind Eigenschaften, die besonders im mittleren und hohen Frequenzbereich gefordert sind. Andere Kriterien, wie MAC oder FDAC, welche zur Modellkorrelation von Experiment und Simulation eingesetzt werden, sind in diesen Frequenzbereichen nur bedingt einsetzbar. In dem besagten Frequenzbereich ist eine experimentelle Identifikation der modalen Parameter oftmals nicht möglich und MAC lässt sich für eine Korrelation zwischen Experiment und Simulation nicht verwenden.

Aufgrund der Definition sind kinetische Energien rein reelle Größen. Abweichungen in einem Phasenwinkel müssen bei der Energiekorrelation mit ECC nicht berücksichtigt werden. Zum Beispiel reagiert der Phasenwinkel der Betriebsschwingungsformen sehr sensibel auf kleinste Unsicherheiten in den Modellparametern, aber auch auf die Randbedingungen im Experiment. Diese Tatsache erschwert auch die FDAC-Korrelation der Betriebsschwingungsformen (siehe Abschnitt 6.2).



Ein weiterer Vorteil ist, dass die kinetische Energie immer positiv ist. Eine Phasenverschiebung von  $180^\circ$  der Energieverteilungen ist somit nicht vorhanden und die Vorzeichen der Vektoren, welche die Energieverteilungen beschreiben, müssen bei einer Korrelation nicht mitberücksichtigt werden. Bei den Betriebsschwingungsformen kann eine Phasenverschiebung von  $180^\circ$  vorkommen und muss zusätzlich berücksichtigt werden (siehe Abschnitt 3.5.3). Da die kinetische Energie immer positiv ist, wird die integrierte kinetische Energie auch niemals null. Eine Ausnahme wäre, wenn die Struktur sich in absoluter Ruhe befände. Nulleinträge in den zu korrelierenden Vektoren der Energiematrix würden das Korrelationsergebnis verschlechtern (siehe Abschnitt 3.4.4).

Außerdem dienen sowohl die diskreten Massen des numerischen Modells als auch die kondensierten Massen des Testmodells als Wichtungsfaktoren. Die Beiträge der einzelnen, lokalen Messfreiheitsgrade tragen auf diese Art und Weise, abhängig von ihrem Massenanteil, unterschiedlich stark zur kinetischen Gesamtenergie einer Substruktur bei. Starkes, lokales und statistisches Schwingungsverhalten leichter Bereiche einer Struktur wirken sich auf diese Weise weniger stark auf den Grad der Korrelation aus (siehe Abschnitt 3.4.4). Dies lässt sich auch bei anderen räumlich integrierten Größen beobachten. Schallleistung, welche durch die Schallintensität in Beziehung mit der kinetischen Energie einer schallabstrahlenden Oberfläche steht, ist weniger anfällig gegenüber kleineren Abweichungen in der Geschwindigkeitsverteilung der abstrahlenden Oberfläche, da es von dem globalen Schwingungsverhalten der Struktur dominiert wird. Die räumliche und spektrale Integration bei der Energiekorrelation verringert die Sensibilität gegenüber kleineren räumlicher und spektraler Phasenverschiebungen auf den Grad der linearen Abhängigkeit der zu korrelierenden Energieverteilungen. Diese Phasenverschiebungen lassen sich auf Unsicherheiten bei der Modellierung des FE-Modells oder auf Fertigungstoleranzen zurückführen. Auch werden lokale Messfehler auf diese Art und Weise gemittelt. Des Weiteren reagiert die Energiekorrelation durch die Integration weniger sensibel auf leichte Unterschiede in den Messpositionen. Dieses Problem wird bei der Diskussion der Korrelationskriterien, wie MAC und FDAC, in Abschnitt 3.4.4 und 3.5.2 angesprochen.

Wie zuvor erwähnt ist die kinetische Energie keine komplexe Größe. Deshalb ist die Energiekorrelation auch nicht geeignet, wenn eine Korrelation des Phasenwinkels benötigt wird. Auch wird eine möglichst genaue Schätzung der Massenverteilung benötigt, da eine lokale Messung der Massen in den meisten Fällen unmöglich ist.

## 7.8. Zusammenfassung: Theoretische Grundlagen für eine kinetische Energiekorrelation

In diesem Abschnitt der Arbeit wurde ein Korrelationskriterium auf Basis der Kollinearität bzw. der linearen Abhängigkeit der kinetischen Energieverteilungen vorgestellt. Durch dieses Korrelationskriterium lassen sich die räumlichen kinetischen Energieverteilungen einer dynamischen Struktur

in jedem analysierten Frequenzband korrelieren. Zudem lässt sich ein Fehler berechnen, der die Abweichung des gesamten Energieinhaltes angibt.

ECC beabsichtigt eine Korrelation zwischen Simulation und Experiment besonders im mittleren Frequenzbereich, in welchem Standardkorrelationskriterien aufgrund der Unsicherheiten in den Modellparametern und Fertigungstoleranzen versagen. Nachdem die FE-Modellparameter mit Hilfe von ECC angepasst wurden, kann überprüft werden, ob eine Korrelation mit MAC oder FDAC möglich ist.

Die Anwendung des Energiekorrelationskriteriums auf das Beispiel einer analytischen Platte findet in Kapitel 9 statt. In Kapitel 10 und 12 wird eine experimentelle Untersuchung des Energiekorrelationskriteriums anhand zweier Teststrukturen durchgeführt.

## 8. Wellenzahlanalyse der Betriebsschwingungsformen einer Struktur

Die Wellenzahlanalyse ist das Kernstück bei der in dieser Arbeit vorgestellten Methode zur Einteilung des Frequenzbereiches in tiefen, mittleren und hohen Frequenzbereich. Eine Wellenzahlanalyse ist wie eine Fourier-Reihenentwicklung eines Zeitsignals. Es findet eine Zerlegung einer Betriebsschwingungsform in verschiedene Anteile mit unterschiedlichen Wellenzahlen statt. Anschließend kann die räumlich diskret abgetastete Betriebsschwingungsform analytisch durch Amplituden und Wellenzahlen beschrieben werden. Aus diesem Grund wird bei der neuen Methode der Einteilung des Frequenzbereichs zuerst eine 2D-Fourier-Transformation der Betriebsschwingungsformen durchgeführt [Gray u. Goodman 2012, S. 74 ff.], [Fowles 1975, S. 165 ff.]. Ziel der Wellenzahlanalyse ist es, die Schwingungsantworten der einzelnen Strukturkomponenten der Gesamtstruktur bei jeder gemessenen Frequenz zu identifizieren. Durch die Identifikation der Schwingungsantworten jeder Strukturkomponente lässt sich das Schwingungsverhalten der Gesamtstruktur charakterisieren. Eine Interpretation dieser Charakteristik des Schwingungsverhaltens der Gesamtstruktur lässt eine Einteilung des gesamten gemessenen Frequenzbereichs in tiefen, mittleren und hohen Frequenzbereich zu. Diese Einteilung liefert einen Hinweis für den Gültigkeitsbereich einzelner numerischer Werkzeuge und Methoden.

### 8.1. Ermittlung der Betriebsschwingungsform

Die Betriebsschwingungsformen lassen sich aus der Messung der dynamischen Antwort einer Struktur ermitteln. Die dynamische Antwort  $u$  jedes Messpunkts lässt sich mit Hilfe der 1D-Fourier-Transformation vom Zeitbereich in den Frequenzbereich transformieren (siehe Abschnitt 3.2).

$$\{u(t)\} \xrightarrow{\mathcal{FFT}} \{\hat{u}(\Omega)\} \quad (8.1)$$

Werden die transformierten Antworten bei einer Frequenz  $\Omega$  in einem Vektor angeordnet, liefert dieser Vektor die Betriebsschwingungsform  $\{\hat{u}\}$  der Struktur bei der Frequenz  $\Omega$

$$\{u(t)\} = \{\hat{u}(\Omega)\}e^{i\Omega t}. \quad (8.2)$$

Eine exemplarische Betriebsschwingungsform einer Kreiszylinderschale bei 200,48 Hz ist in Abb. 8.1 (a) dargestellt.

Die in dieser Arbeit gewählte Frequenzauflösung beträgt bei analytischen Untersuchungen 1 Hz. Bei experimentellen Untersuchungen beträgt die Frequenzauflösung 2 Hz.

## 8.2. 2D-Fourier-Transformation

Bevor die 2D-Fourier-Transformation angewendet werden kann, muss die exemplarische Betriebsschwingungsform der 3D Kreiszylinderschale gedanklich auf eine 2D Fläche abgerollt werden. Die exemplarisch abgerollte Betriebsschwingungsform der 3D Kreiszylinderschale ist in Abb. 8.1 (b) gezeigt. Wenn nur die radiale Komponente (dominantester Freiheitsgrad für ovalisierende Schwingungen) der Betriebsschwingungsform berücksichtigt wird, ist es möglich, die Betriebsschwingungsform in den Wellenzahlbereich zu transformieren. Dies ist in Abb. 8.1 (d) dargestellt. Die 2D-Fourier-Transformation zerlegt die Betriebsschwingungsform in eine Reihe von Grundschnwingungen mit einer Amplitude ( $\hat{U}$ ) und einer Wellenzahl ( $k_x, k_y$ ).

Im Falle der Kreiszylinderschale ist  $k_x$  die Wellenzahl in Längsrichtung und  $k_y$  die Wellenzahl in Umfangsrichtung. Eine Überlagerung dieser Grundschnwingungen liefert die ursprüngliche Betriebsschwingungsform.

Für eine diskrete Geschwindigkeitsverteilung, im Falle einer diskreten Anzahl an räumlich gleichmäßig verteilten Messpunkten, eignet sich eine schnelle 2D-Fourier-Transformation für die Transformation der Betriebsschwingungsformen in den Wellenzahlenbereich. Die schnelle 2D-Fourier-Transformation ist in den meisten numerischen Werkzeugen und Programmen implementiert. Eine angenäherte Lösung der ursprünglichen Betriebsschwingungsform liefert die diskrete Überlagerung von N Grundschnwingungen

$$\{\hat{u}\} = \sum_{n=1}^N \hat{U}_n e^{j2\pi(k_{x_n}\{x\} + k_{y_n}\{y\})} \Delta k_x \Delta k_y. \quad (8.3)$$

$\{x\}$  und  $\{y\}$  sind die diskreten Raumkoordinaten der abgerollten Fläche in Abb. 8.1 (b).  $\Delta k_x$  und  $\Delta k_y$  sind die räumlichen Auflösungen von  $k_x$  und  $k_y$ . Im Falle der Kreiszylinderschale ist

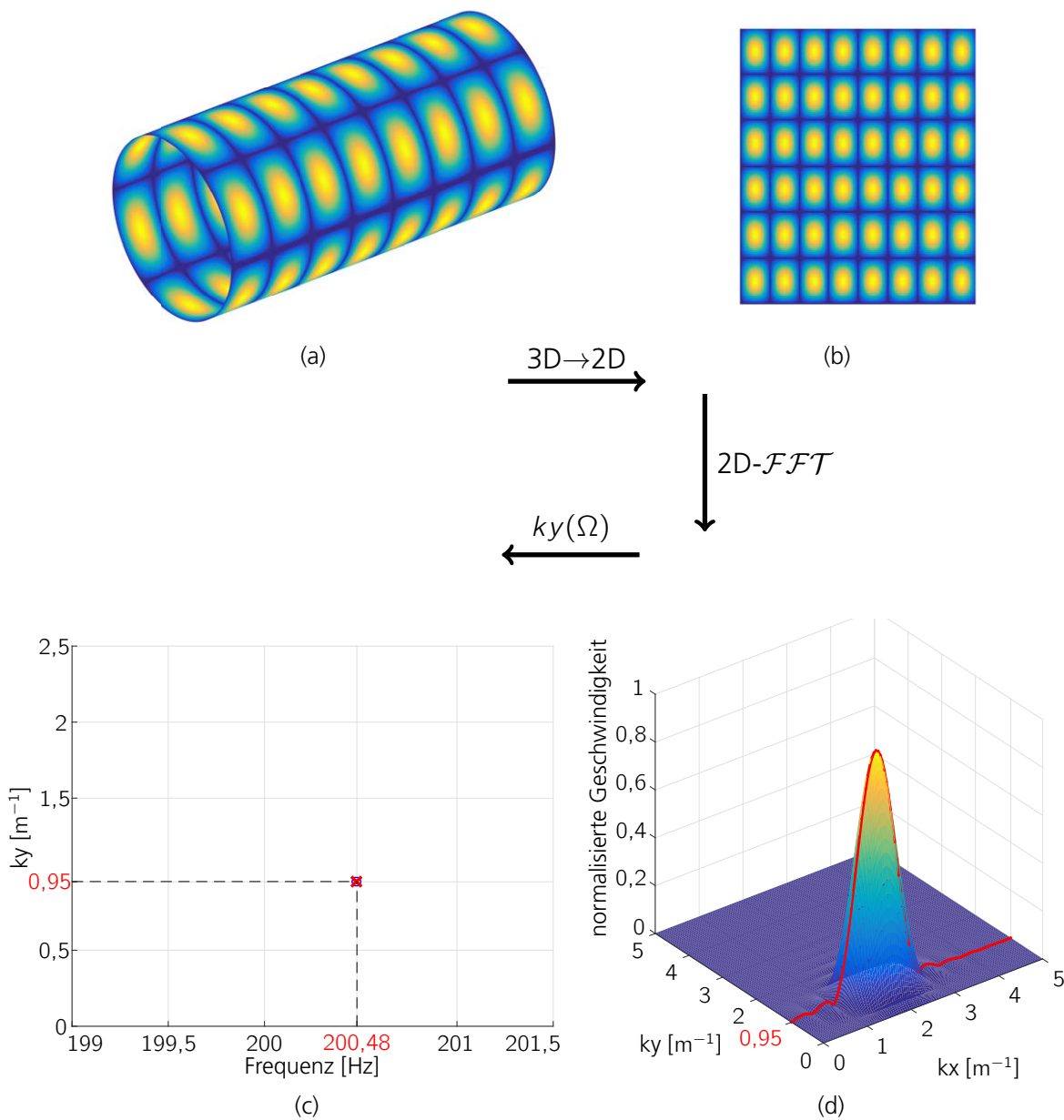


Abbildung 8.1.: (a) Beispiel einer 3D Betriebsschwingungsform bei 200,48 Hz (b) Auf eine 2D Fläche abgerollte 3D Betriebsschwingungsform (c) Identifizierte Wellenzahlen in Umfangsrichtung ( $ky$ ) der Spitze im Wellenzahlspektrum (d) Wellenzahlspektrum mit den identifizierten Wellenzahlen in Längsrichtung ( $kx$ ) und in Umfangsrichtung ( $ky$ ).

$\{x\}$  die diskrete Raumkoordinate in Längsrichtung und  $\{y\}$  die diskrete Raumkoordinate in Umfangsrichtung. Gl. 8.3 ist die analytisch angenäherte Beschreibung der ursprünglichen Betriebsschwingungsform. Die Betriebsschwingungsform kann sowohl numerisch als auch experimentell ermittelt worden sein.

In dieser Arbeit wird bei der 2D-Fourier-Transformation ein Hanning-Fenster verwendet, um den Leck-Effekt (Leakage-Effekt) bei der Transformation zu minimieren [Brandt 2011, S. 191 ff.]. Der Leck-Effekt entsteht bei der Transformation nicht exakt periodischer Schwingungsformen. Dieser Effekt tritt auch bei der 1D-Fourier-Transformation von diskreten Zeitsignalen auf (siehe Anhang A.3). Im Falle einer zylindrischen Struktur ist die Struktur in Umfangsrichtung geschlossen. Die Schwingungsform in Umfangsrichtung ist daher exakt periodisch. Wenn die zylindrische Struktur an beiden Enden offen ist, ist die Schwingungsform in Längsrichtung oft nicht exakte periodisch. In diesem Fall muss der Leck-Effekt bei der 2D-Fourier-Transformation berücksichtigt werden.

### 8.3. Wellenzahlspektrum

Das Wellenzahlspektrum der exemplarischen Betriebsschwingungsform aus Abb. 8.1 (a) besitzt nur eine signifikante Spitze, welche in Abb. 8.1 (d) deutlich zu erkennen ist. Daraus lässt sich schließen, dass die exemplarische Betriebsschwingungsform bei 200,48 Hz nur aus einer Grundschwingung mit 0,95 Wellen pro Meter in Umfangsrichtung besteht.

Die Wellenzahlen  $k_x$  und  $k_y$  bei der Frequenz  $\Omega$  können in einem Wellenzahlspektrum  $k_x$  über  $\Omega$  bzw.  $k_y$  über  $\Omega$  dargestellt werden. In diesem exemplarischen Fall der Betriebsschwingungsform beträgt die Wellenzahl der Grundschwingung in Umfangsrichtung  $0,95 \text{ m}^{-1}$ . Abb. 8.1 (c) zeigt ein Diagramm, welches die Wellenzahl der exemplarischen Betriebsschwingungsform über der Frequenz darstellt.

Wird dieser Prozess für alle Betriebsschwingungsformen bei allen gemessenen Frequenzen wiederholt, liefert dieses Diagramm ein Wellenzahlspektrum in Abhängigkeit der Frequenz. Diese Diagramme enthalten alle Strukturwellenzahlen aller Grundschwingungen; einmal in Längsrichtung und einmal in Umfangsrichtung.

Die Analyse dieses frequenzabhängigen Wellenzahlspektrums wird in Kapitel 11 verwendet, um den gemessenen Frequenzbereich in tiefen, mittleren und hohen Frequenzbereich zu unterteilen. Eine Charakterisierung des Schwingungsverhaltens der Struktur innerhalb dieser Frequenzbereiche ist durch die Analyse des frequenzabhängigen Wellenzahlspektrums ebenfalls möglich.

## 8.4. Zusammenfassung: Wellenzahlanalyse der Betriebsschwingungsformen einer Struktur

Dieser Abschnitt beschreibt die Vorgehensweise der neuen Methode zur Einteilung des Frequenzbereichs in tiefen, mittleren und hohen Frequenzbereich. Bei diesem Vorgehen werden die Betriebsschwingungsformen der zylindrischen Strukturen (3D) zuerst auf eine 2D Fläche abgerollt und mit Hilfe der 2D-Fourier-Transformation in den Wellenzahlbereich transformiert. Die 2D-Fourier-Transformation liefert die Amplituden und Wellenzahlen der Grundsicherungen der einzelnen Betriebsschwingungsformen. Eine Analyse dieser Wellenzahlen über den analysierten Frequenzbereich ermöglicht es dem Anwender, Schwingungsantworten einzelner Komponenten einer Gesamtstruktur zu identifizieren. Durch eine Interpretation dieser Wellenzahlanalyse lässt sich der analysierte Frequenzbereich in tiefen, mittleren und hohen Frequenzbereich unterteilen. In Kapitel 11 wird diese Wellenzahlanalyse anhand einer versteiften Kreiszylinderschale experimentell demonstriert.





## 9. Analytische Untersuchung des Energiekorrelationskriteriums

Die Leistungsfähigkeit und Eigenschaften des neuen Korrelationskriteriums aus Kapitel 7 werden in diesem Kapitel anhand einer einfach gelagerten und dünnwandigen Platte demonstriert. Es wird gezeigt, dass sich die räumlich und spektral integrierte kinetische Energieverteilung als robustes Korrelationskriterium strukturdynamischer Modelle jenseits des tiefen Frequenzbereichs eignet. Eine Parameterstudie der globalen Modellparameter der analytischen Platte beweist, dass sich das neue Energiekorrelationskriterium weniger sensitiv, aber dennoch stabil gegenüber kleinen Unsicherheiten in den Modellparametern verhält. In anderen Worten: Es verhält sich robust gegenüber kleinen Unsicherheiten.

**These** Räumlich und spektral integrierte kinetische Energieverteilungen eignen sich als robustes Korrelationskriterium strukturdynamischer Modelle. Das Korrelationskriterium ist robust bezüglich kleiner Unsicherheiten in Modellparametern und Fertigungstoleranzen bzw. Fertigungsimperfectionen.

Die globalen Modellparameter des analytischen Modells der einfach gelagerten und dünnwandigen Platte wurden wie folgt gewählt. Die Kantenlängen der analytischen Platte  $L_x$  und  $L_y$  betragen 1,2 m bzw. 1,6 m. Die Dicke  $h$  beträgt 0,005 m und als Material wurde Aluminium gewählt. Die Dichte  $\rho$  von Aluminium beträgt  $2700 \text{ kgm}^{-3}$ , der Elastizitätsmodul  $E$  (E-Modul)  $70 \text{ GNm}^{-2}$  und die Querkontraktionszahl  $\nu$  von Aluminium ist 0,34. Die modale Dämpfung  $\xi$  ist mit 1 % über den gesamten betrachteten Frequenzbereich zwischen 30 Hz und 2800 Hz angenommen. In dem Frequenzbereich wird eine Frequenzantwortanalyse mit einer Frequenzauflösung von 1 Hz durchgeführt. Die Betriebsschwingungsformen sind die komplexen Antwortamplituden der Oberflächengeschwindigkeit aller Modellfreiheitsgrade, welche aus einer harmonischen Anregung bei einer diskreten Frequenz resultieren. Durch die Frequenzauflösung ergeben sich im analysierten Frequenzbereich 2770 Betriebsschwingungsformen. Angeregt wird die Platte mit einer konstanten harmonischen Punktkraft  $F$  von 1 N an der Stelle  $x_0 = 0,2 \text{ m}$  und  $y_0 = 0,4 \text{ m}$ . Diese Parameter dienen bei der folgenden analytischen Untersuchung der Energiekorrelation als Referenz.

Für die Energiekorrelation mit ECC wird das analytische Modell der dünnwandigen Platte in 300 gleichgroße Flächen unterteilt (15 in x-Richtung und 20 in y-Richtung). Die Flächeneinteilung der einfach gelagerten und dünnwandigen Platte ist in Abb. 9.1 (a) gezeigt.

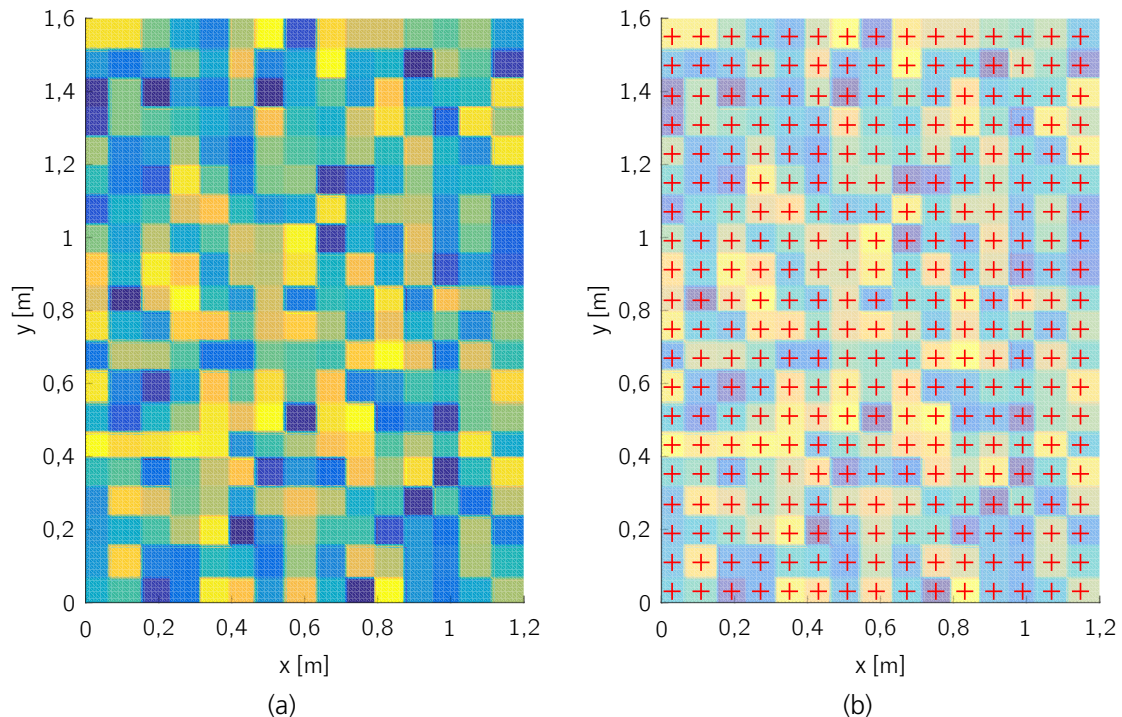


Abbildung 9.1.: (a) Einteilung der einfach gelagerten und dünnwandigen Platte in 300 Oberflächenbereiche (b) Definierte Oberflächenmittelpunkte (rote Kreuze) des Algorithmus zur Einteilung der dünnwandigen Platte.

Die Oberflächenbereiche werden mit Hilfe eines Algorithmus definiert. Diesem werden die Mittelpunkte der Oberflächenbereiche und ein Suchradius vorgegeben. Die Punkte innerhalb des Suchradius um den Mittelpunkt werden den Oberflächenbereichen zugeordnet. Zusätzlich wird dem Algorithmus vorgegeben, dass die Strukturpunkte nur einem Oberflächenbereich zugeordnet werden dürfen. Dieser Algorithmus wird für die Einteilung aller in dieser Arbeit verwendeten Modelle angewendet. Die definierten Mittelpunkte für die 300 Oberflächenbereiche der dünnwandigen Platte sind in Abb. 9.1 (b) als rote Kreuze dargestellt.

Um die Herausforderungen der Modellkorrelation im mittleren und hohen Frequenzbereich diskutieren zu können, wird das analytische Modell mit Unsicherheiten in seinen Modellparametern versehen. Die Unsicherheiten sind bekannt und werden vorgegeben. Dies entspricht einer bekannten Störung des Modells. In den meisten Fällen realer Strukturen sind die Störungen unbekannt. Deshalb wird der Begriff der Unsicherheit anstelle von Störung im Folgenden dieser Arbeit verwendet.

Das Kapitel betrachtet folgende Unsicherheiten in den Modellparametern des analytischen Modells einer einfach gelagerten und dünnwandigen Platte:

- 5 % Unsicherheit des Elastizitätsmoduls
- 5 % Unsicherheit der Kantenlänge ( $L_x$ )
- 10 % Unsicherheit der modalen Dämpfung
- Messfehler - zufälliges Rauschen mit SNR=1 (Signal zu Rausch Verhältnis)
- Größe der Oberflächenbereiche und Frequenzbänder

Sowohl die analytische bzw. numerische Untersuchung der einfach gelagerten Platte als auch die Korrelation der Modelle werden mit eigens geschriebener Software in MATLAB R2014b durchgeführt.

## 9.1. Analytische Beschreibung einer einfach gelagerten Platte

Die analytische Beschreibung einer einfach gelagerten Platte ist in [Cremer u. a. 2005, S. 294 ff.] beschrieben. Die Eigenformen müssen die homogene Biegewellengleichung der Platte erfüllen

$$D \nabla^4 \Phi_{kn}(x, y) - \rho h \omega_{kn}^2 \Phi_{kn}(x, y) = 0 \quad (9.1)$$

mit der Biegesteifigkeit  $D$  der Platte

$$D = \frac{E h^3}{12(1 - \nu^2)}. \quad (9.2)$$

Die Eigenformen nach Gl. 9.3 haben die geforderten Eigenschaften, um Gl. 9.1 zu erfüllen

$$\Phi_{kn}(x, y) = \sin\left(\frac{k \pi x}{L_x}\right) \sin\left(\frac{n \pi y}{L_y}\right). \quad (9.3)$$

Die zu den Eigenformen gehörenden Eigenfrequenzen  $\omega$  sind gegeben durch

$$\omega_{kn} = \sqrt{\frac{D}{\rho h} \left[ \left(\frac{k \pi}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n \pi}{L_y}\right)^2 \right]}. \quad (9.4)$$

$x$  und  $y$  sind die Raumkoordinaten entlang der Kanten der Platte.

Die von einer konstanten harmonischen Punktkraft  $F$  resultierende und angenäherte Geschwindigkeitsverteilung der dünnwandigen Platte kann mit Gl. 9.5 berechnet werden

$$v(x, y) = j\Omega \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{F \Phi_{kn}(x, y) \Phi_{kn}(x_0, y_0)}{\Lambda_{kn}(\omega_{kn}^2 - \Omega^2 + j2\xi_{kn}\omega_{kn}\Omega)}. \quad (9.5)$$

Die modale Masse  $\Lambda_{kn}$  lässt sich mit der Massenverteilung  $m'' = \rho h$  über das Flächenintegral der gesamte Platte  $S$  wie folgt berechnen

$$\Lambda_{kn} = \iint_S \rho h \Phi_{kn}^2(x, y) dS. \quad (9.6)$$

Wird Gl. 9.5 in Gl. 7.6 eingesetzt, liefert Gl. 7.6 die kinetische Gesamtenergie der dünnwandigen Platte in einem Frequenzband.

Bei der folgenden Untersuchung des analytischen Modells einer dünnwandigen Platte wird die räumliche Integration über die Flächen der Platte numerisch durchgeführt. Für die räumliche Integration wird die Fläche der dünnwandigen Platte mit 19481 gleichmäßig verteilten Strukturpunkten diskretisiert. Die Kantenlänge  $L_x$  wird in 121 gleichmäßig verteilte Strukturpunkte unterteilt und die Kantenlänge  $L_y$  in 161 gleichmäßig verteilte Strukturpunkte. Die spektral gemittelte Abweichung der kinetischen Gesamtenergie zwischen der mit 19481 ( $161 \times 121$ ) räumlichen Punkten aufgelösten Platte und einer mit 77361 ( $321 \times 241$ ) Punkten aufgelösten Platte beträgt 0,72 %. Aufgrund dieses niedrigen Fehlers wird angenommen, dass die gewählte räumliche Auflösung ausreichend hoch und der Fehler beim numerischen Integrieren angemessen klein ist, um die Modellkorrelation in diesem Kapitel diskutieren zu können.

Auch die spektrale Auflösung ist ausreichend hoch. Die Abweichung der sowohl räumlich als auch spektral integrierten kinetischen Energie zwischen einer Frequenzauflösung von 1 Hz und 0,5 Hz beträgt 0,05 %. Bei dieser Korrelation wurde die kinetische Energie über die gesamte Fläche der Platte als auch über den gesamten Frequenzbereich zwischen 30 Hz und 2800 Hz integriert.

Abb. 9.2 zeigt die Summe der Geschwindigkeitsantworten bezüglich der harmonischen Kraftanregung von 1 N nach Gl. 9.5 der 19481 diskreten Strukturpunkte der analytischen Platte. Diese Geschwindigkeitsverteilungen sind die Antworten der einfach gelagerten Platte auf die Punktkraft. Wie zuvor beschrieben wird die Schwingungsantwort der Platte zwischen 30 Hz und 2800 Hz analysiert. Bei tiefen Frequenzen zeigen sich eindeutig voneinander trennbare Resonanzspitzen. Die Resonanzspitzen flachen aufgrund der Dämpfung mit steigender Frequenz ab. Auch ein Verbreitern der Resonanzspitzen ist zu beobachten. Diese Charakteristik wurde schon in Kapitel 1 beschrieben und tritt auch bei den folgenden experimentellen Untersuchungen auf. Der analysierte Frequenzbereich wird für die Energiekorrelation in 69 gleichgroße Frequenzbänder unterteilt. Die Frequenzbänder haben eine konstante Frequenzbandbreite von  $\Delta f = 40$  Hz. Abb. 9.2

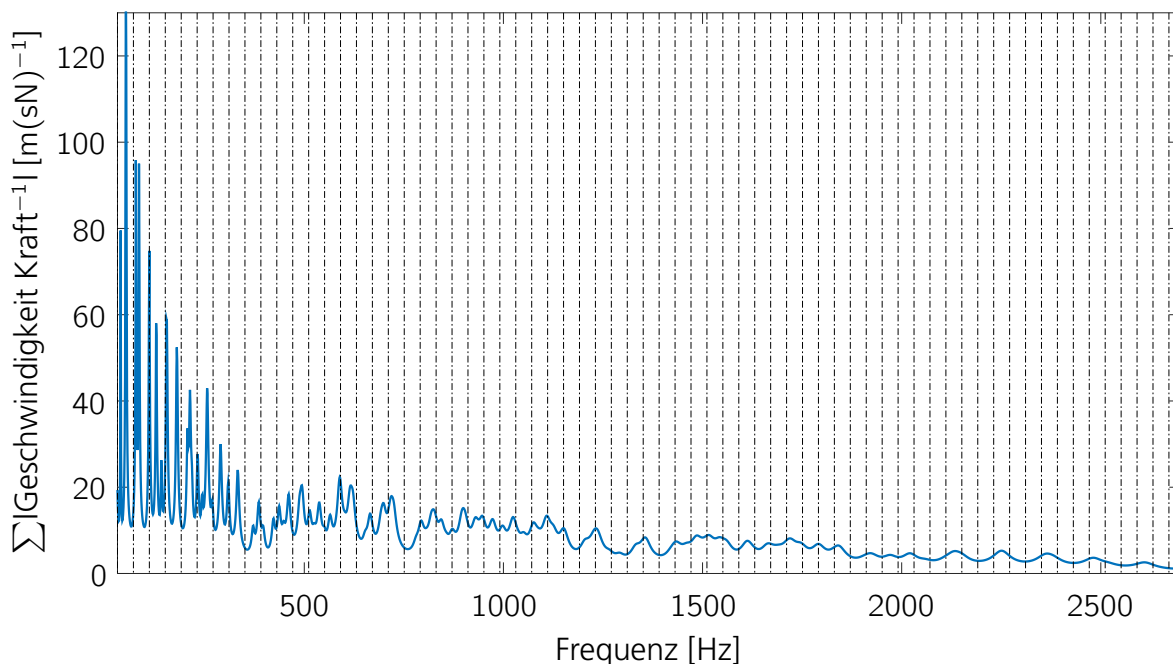


Abbildung 9.2.: Summe der Geschwindigkeitsantworten bezüglich der harmonischen Kraftanregung (blaue Kurve) und die Einteilung des analysierten Frequenzbereichs in 69 konstante Frequenzbänder mit  $\Delta f = 40$  Hz (schwarze Linien).

zeigt die 69 Frequenzbänder des eingeteilten, analysierten Frequenzbereiches. Die Grenzen der Frequenzbänder sind als schwarz gestrichelte, vertikale Linien gekennzeichnet.

Die Eigenformen dieser einfach gelagerten, analytischen Platte sind symmetrisch. Dies lässt sich auf die Sinusfunktionen in Gl. 9.3 zurückführen. Dennoch wird die Schwingungsantwort aufgrund der gewählten Position der Punktkraft und durch die modale Überlappung eine gewisse Asymmetrie aufweisen. Anders als versteifte Strukturen wird die dünnwandige Platte kein lokales Schwingungsverhalten zeigen, welches durch die Versteifungen geprägt wird, wie z.B. beim A400M in Kapitel 1. Auch steigt die modale Dichte der analytischen Platte nicht mit der Frequenz an. Aus Gl. 9.4 lässt sich erkennen, dass die Eigenfrequenzen quadratisch mit der Frequenz ansteigen. Somit sinkt die Anzahl der Eigenfrequenzen und Eigenformen mit steigender Frequenz innerhalb der Frequenzbänder, wenn eine konstante Frequenzbandbreite zugrunde gelegt wird. Dennoch weist die Platte bei höheren Frequenzen kleine Strukturwellen auf, weil die Wellenzahlen mit der Frequenz steigen. Dieses Verhalten reicht aus, um anhand dieses analytischen Modells die allgemeinen Herausforderungen der Modellkorrelation zu diskutieren.

## 9.2. Korrelation des analytischen Modells mit Unsicherheiten im Elastizitätsmodul

Um die Herausforderungen der Modellkorrelation im mittleren und hohen Frequenzbereich zu demonstrieren, wird der Elastizitätsmodul des analytischen Modells der dünnwandigen Platte mit einer Unsicherheit von 5 % versehen. Der Elastizitätsmodul des mit Unsicherheiten behafteten Modells ist 5 % kleiner als der Referenzwert des Elastizitätsmoduls von Aluminium.

Abb. 9.3 zeigt die kinetische Gesamtenergie des Referenzmodells ohne Unsicherheit und des fehlerhaften Modells mit Unsicherheit von 5 % im Elastizitätsmodul im Frequenzbereich zwischen 30 Hz und 2800 Hz. Aufgrund der Unsicherheit im Elastizitätsmodul sind die Übertragungsfunktionen der kinetischen Gesamtenergie der beiden analytischen Modelle im analysierten Frequenzbereich zueinander verschoben. Eine solche spektrale Verschiebung wurde in Abschnitt 3.5.2 schon angesprochen. Eine Unsicherheit von 5 % erscheint nicht viel, dennoch hat sie einen signifikanten Einfluss auf die dynamische Antwort der dünnwandigen Platte. Dieses Verhalten lässt sich leicht erklären, wenn Gl. 9.4 und Gl. 9.2 betrachtet werden. Der Elastizitätsmodul hat signifikanten Einfluss auf die Eigenfrequenzen der dünnwandigen Platte. Die Eigenfrequenzen der einfach gelagerten Platte sind proportional zum Elastizitätsmodul ( $\omega \sim \sqrt{E}$ ) (siehe Gl. 9.2 und Gl. 9.4).

Der Elastizitätsmodul hat keinen Einfluss auf die Eigenformen (siehe Gl. 9.3). Eine Korrelation mit MAC würde eine vollkommene Kollinearität aller 225 Eigenformen der beiden analytischen Modelle im analysierten Frequenzbereich zwischen 30 Hz und 2800 Hz zeigen. Dennoch wäre eine komplette Identifikation aller Eigenformen und Eigenfrequenzen mit EMA in diesem Frequenzbereich für eine real gemessene dünnwandige Platte nicht möglich. Im Fall der dünnwandigen und einfach gelagerten Platte erschwert das Abflachen und Verbreitern der Resonanzspitzen eine experimentelle modale Identifikation.

Die FDAC-Korrelation der räumlich diskreten Geschwindigkeitsverteilung bzw. Betriebsschwingungsformen der beiden analytischen Modelle ist in Abb. 9.4 (a) dargestellt. In der Abbildung ist deutlich zu erkennen, dass die Korrelation zwischen 30 Hz und 500 Hz rapide auf rund 40 % sinkt. Dieses Verhalten korreliert mit der spektralen Verschiebung der kinetischen Gesamtenergie der beiden analytischen Modelle. Aufgrund dieser spektralen Verschiebung scheitert die Korrelation der beiden analytischen Modelle mit FDAC. Dabei unterscheiden sich beide analytischen Modelle der dünnwandigen Platte nur um eine sehr kleine Unsicherheit (5 %) in einem einzigen Modellparameter (Elastizitätsmodul).

Die ECC-Korrelation der räumlichen kinetischen Energieverteilung in Abb. 9.4 (b) signalisiert eine signifikant bessere Korrelation der beiden analytischen Modelle der dünnwandigen Platte als FDAC. Die Korrelation ist beinahe konstant über 80 % im gesamten analysierten Frequenzbereich.

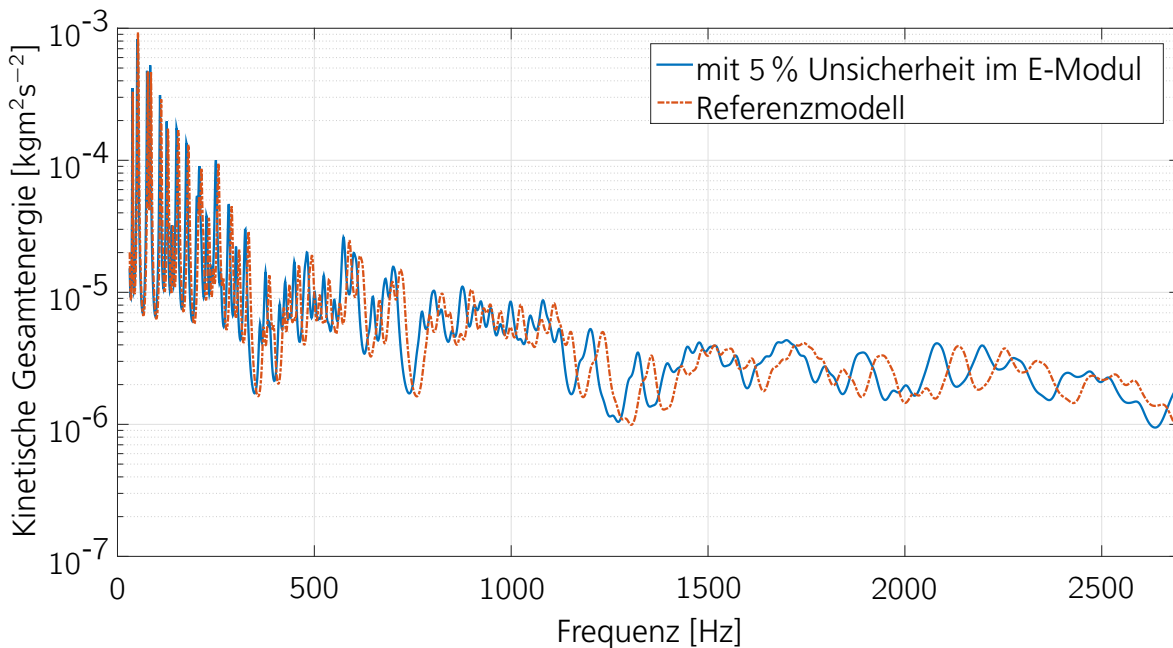


Abbildung 9.3.: Kinetische Gesamtenergie in Abhängigkeit der Frequenz der beiden analytischen Modelle mit und ohne 5 % Unsicherheit im Elastizitätsmodul.

Alle Abbildungen der Energiekorrelation ECC beinhalten eine schwarze Linie bei 80 %. Dies dient der besseren Visualisierung und optischen Einteilung der Korrelation mit ECC.

Die spektrale Verschiebung hat weniger Einfluss auf die energiebasierte Modellkorrelation aufgrund der spektralen Integration. Die leichten Verschiebungen im Frequenzgang werden durch die Integration gemittelt. ECC erkennt auf diese Art und Weise ein hohes Maß an Ähnlichkeit zwischen den beiden analytischen Modellen in einem Frequenzbereich, in welchem Standardkorrelationskriterien aufgrund kleiner Unsicherheiten in den Modellparametern scheitern.

### 9.3. Korrelation des analytischen Modells mit Unsicherheiten in der Kantenlänge

Nicht nur spektrale Verschiebungen sind im mittleren und hohen Frequenzbereich zu erwarten, sondern auch räumliche Verschiebung und Verzerrungen der Betriebsschwingungsformen sind aufgrund lokaler Unsicherheiten in den Modellparametern üblich. Auch Mängel in der Fertigung

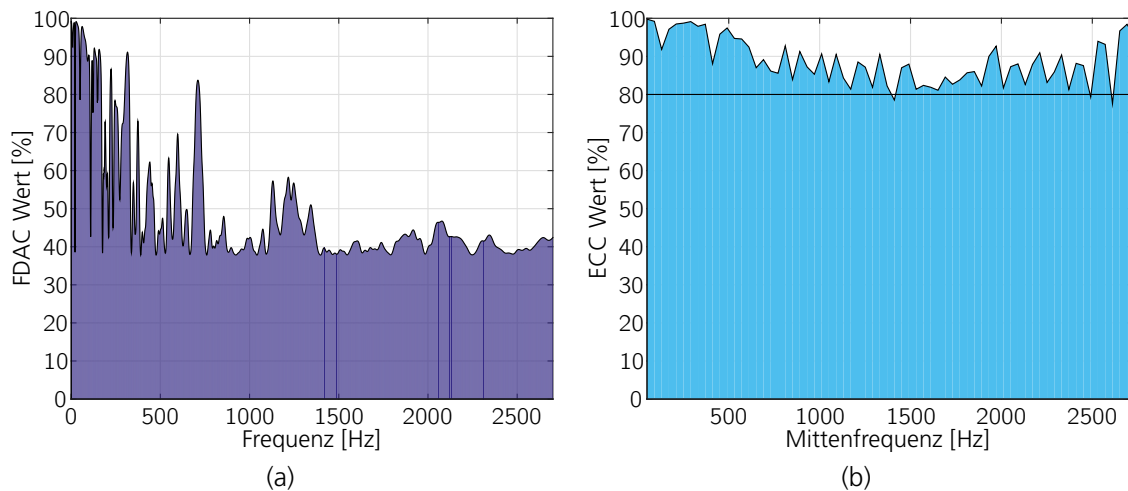


Abbildung 9.4.: Korrelation der beiden analytischen Modelle mit und ohne 5 % Unsicherheit im Elastizitätsmodul: (a) FDAC angewendet auf die Betriebsschwingungsformen (b) ECC angewendet auf die kinetische Energieverteilung.

der realen Struktur führen zu Verzerrungen der Betriebsschwingungsformen im mittleren und hohen Frequenzbereich. Um die Auswirkungen der räumlichen Verschiebungen und Verzerrungen auf das Korrelationsergebnis zu untersuchen, wird eine der beiden Kantenlängen ( $L_x$ ) des analytischen Modells der dünnwandigen Platte um 5 % verlängert. Dies hat auch zur Folge, dass sich die Gesamtmasse der analytischen Platte um 5 % erhöht.

Bei der folgenden Untersuchung des analytischen Modells einer dünnwandigen Platte wird die Diskretisierung der 19481 gleichmäßig verteilten Strukturpunkte beibehalten. Auch die mit Unsicherheiten behaftete Kantenlänge wird in 121 gleichmäßig verteilte Strukturpunkte unterteilt. Um diese Einteilung beibehalten zu können, wird die inkrementelle Kantenlänge  $\Delta x$  um 5 % erhöht.

Abb. 9.5 (a) und (b) zeigen die Geschwindigkeitsverteilungen der beiden analytischen Modelle der dünnwandigen Platte bei 261 Hz. Ein visueller Vergleich der beiden Abbildungen zeigt, dass Teile der Geschwindigkeitsverteilung des mit Unsicherheiten behafteten analytischen Modells im Vergleich zum analytischen Referenzmodell räumlich verzerrt sind. Die FDAC-Korrelation dieser beiden Geschwindigkeitsverteilungen liegt bei 40 %.

Eine schwarz gestrichelte Linie mit einem roten Frequenzwert kennzeichnet die Frequenz der Betriebsschwingungsformen bzw. Geschwindigkeitsverteilungen in allen folgenden Diagrammen.

Diese räumlichen Verzerrungen haben einen signifikant höheren Einfluss auf die FDAC-Korrelation als die spektrale Verschiebung. Die FDAC-Korrelation ist in Abb. 9.5 (c) gezeigt. Die Korrelation zwischen den beiden analytischen Modellen mit einer dominierenden räumlichen Unsicherheit



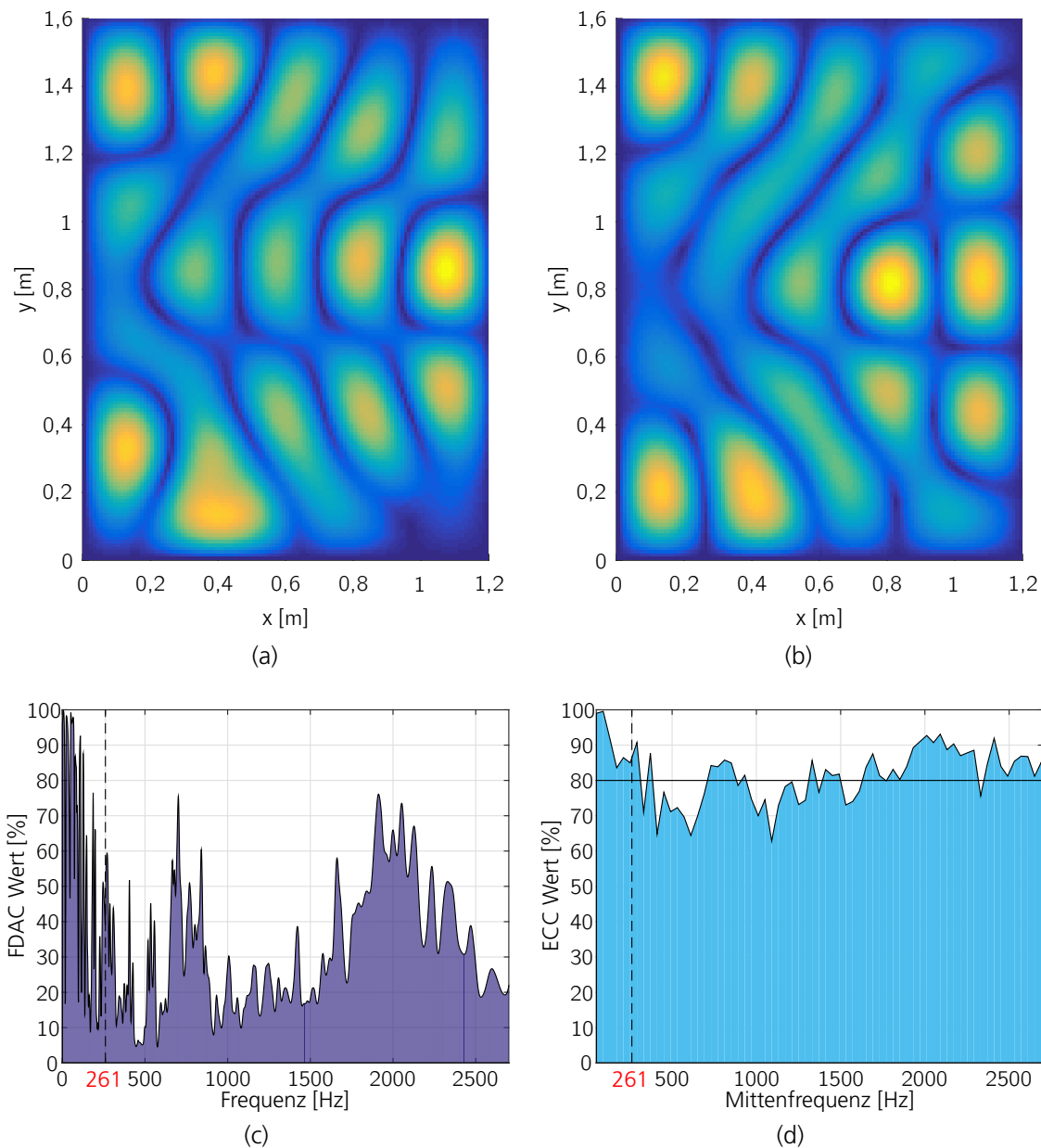


Abbildung 9.5.: Betriebsschwingungsformen der beiden analytischen Modelle bei 261 Hz (a) ohne Unsicherheiten und (b) mit 5 % Unsicherheit in der Kantenlänge  $L_x$  der Platte. Die Korrelation der beiden analytischen Modelle mit FDAC angewendet auf die Betriebsschwingungsformen zeigt (c) und ECC angewendet auf die kinetischen Energieverteilungen zeigt (d).

ist schlechter als die Korrelation mit einer dominierenden spektralen Unsicherheit. Natürlich beeinflussen beide Parameter ( $E, L_x$ ) die räumliche als auch spektrale Schwingungsantwort einer Struktur, jedoch hat die Kantenlänge ( $L_x$ ) einen direkten Einfluss auf die Eigenformen der dünnwandigen Platte (siehe Gl. 9.3).

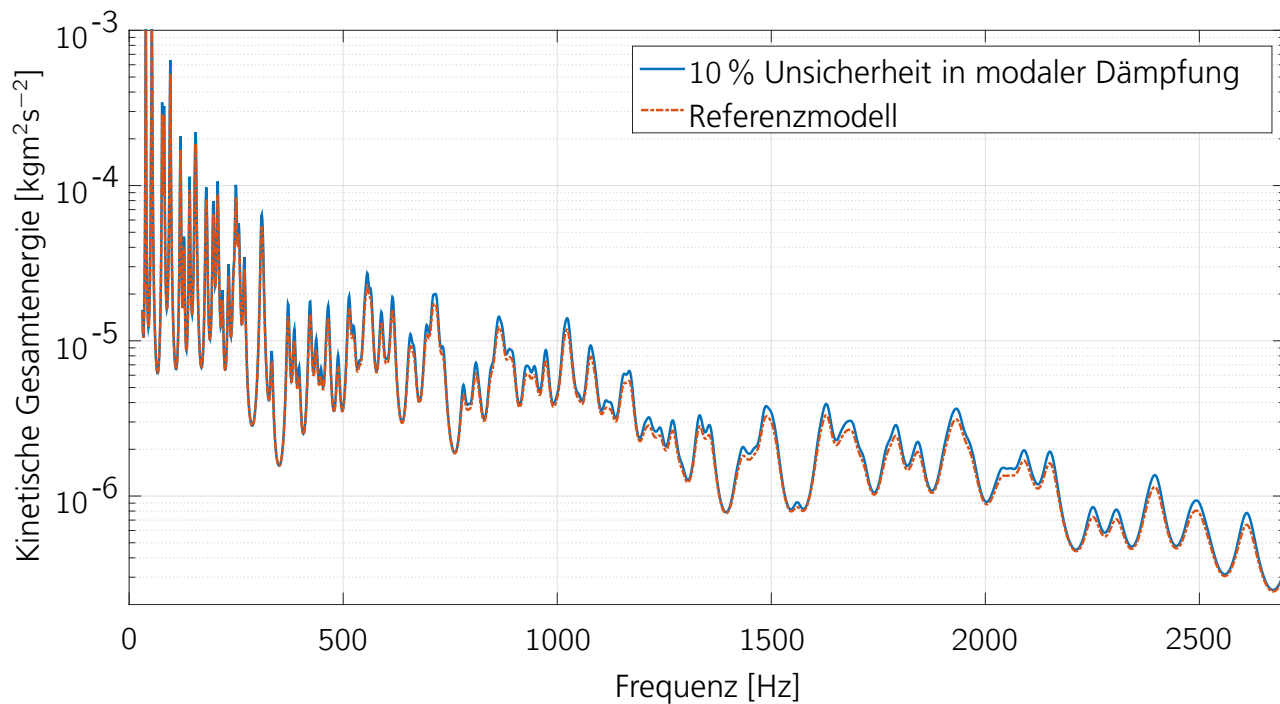
Die Energiekorrelation mit ECC signalisiert eine wesentlich bessere Korrelation der integrierten kinetischen Energieverteilungen der beiden analytischen Modelle als FDAC. Die ECC-Korrelation ist in Abb. 9.5 (d) dargestellt. Aufgrund der räumlichen Integration haben die räumlichen Verzerrungen weniger Einfluss auf die Energiekorrelation mit ECC. Die leichten räumlichen Verschiebungen und Verzerrungen in den Geschwindigkeitsverteilungen werden durch die Integration gemittelt. Ein visueller Vergleich der Geschwindigkeitsverteilungen in Abb. 9.5 (a) und (b) zeigt, abgesehen von der leichten räumlichen Verzerrung, starke Ähnlichkeiten im Schwingungsbild. Aus diesem Grund ist auch eine starke Ähnlichkeit der globalen und gemittelten kinetischen Energieverteilung zu erwarten. Dieses hohe Maß an Ähnlichkeit wird von ECC erfasst und durch einen hohen Grad an linearer Abhängigkeit (87 %) der beiden globalen und gemittelten kinetischen Energieverteilungen widergespiegelt.

Bei der Energiekorrelation werden räumliche Phasenverschiebungen von Strukturwellen, deren Wellenlänge kleiner ist als die Kantenlängen der Oberflächenbereiche, nicht mehr aufgelöst und werden somit bei der Korrelation nicht erkannt.

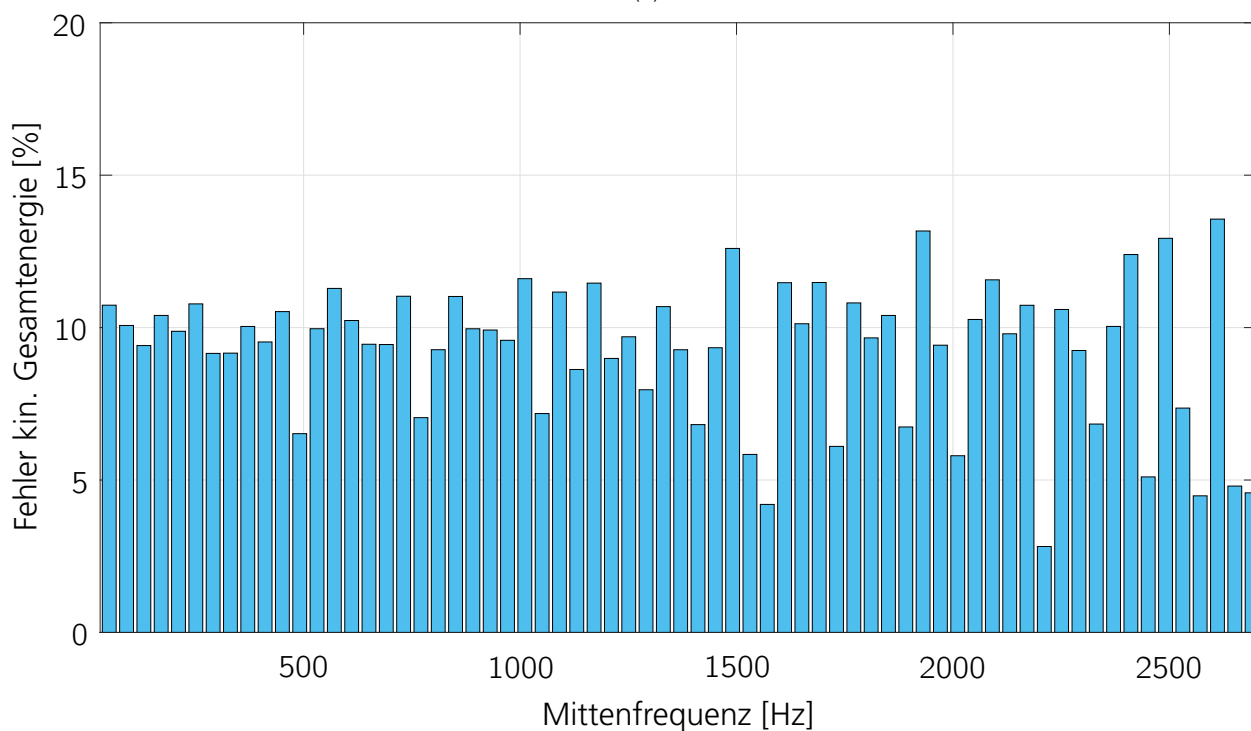
## 9.4. Korrelation des analytischen Modells mit Unsicherheiten in der Dämpfung

Der letzte betrachtete Modellparameter dieser Diskussion ist die modale Dämpfung. Letztere hat weder Einfluss auf die Eigenformen der Platte (siehe Gl. 9.3) noch auf die Eigenfrequenzen (siehe Gl. 9.4). Deshalb wird eine Abweichung der modalen Dämpfung bei einer räumlichen Korrelation aufgrund der Normierung der Schwingungsformen (Eigenform und Betriebsschwingungsform) und der kinetischen Energieverteilungen von allen drei Korrelationskriterien (MAC, FDAC und ECC) nicht erfasst. Um die Auswirkungen der Dämpfung untersuchen zu können, ist die modale Dämpfung des mit Unsicherheiten behafteten Modells 10 % kleiner als der gewählte Referenzwert.

Der kinetische Energiefehler in Kapitel 7.5 wurde vorgestellt, um auch diese Abweichungen in den Energieverteilungen zu ermitteln. In diesem Fall ermittelt der Fehler die Abweichung der kinetischen Gesamtenergien der beiden analytischen Modelle der dünnwandigen Platte. Abb. 9.6 (a) zeigt die kinetische Gesamtenergie in Abhängigkeit der Frequenz der beiden analytischen Modelle mit und ohne Unsicherheit von 10 % in der modalen Dämpfung. Wie in Abb. 9.6 (a) zu erkennen ist, hat die modale Dämpfung im Falle dieses analytischen Modells nur Einfluss auf



(a)



(b)

Abbildung 9.6.: (a) Kinetische Gesamtenergie mit und ohne 10 % Unsicherheit in der modalen Dämpfung (b) Fehler der kinetischen Gesamtenergie.

die Amplitude der dynamischen Antwort. Die Abweichung der kinetischen Gesamtenergie wird von dem kinetischen Energiefehler angezeigt. Der Fehler deutet auf eine Über- bzw. Unterschätzung der modalen Dämpfung hin. Dies ist in Abb. 9.6 (b) gezeigt. Die mittlere Abweichung der Gesamtenergie über alle analysierten Frequenzen liegt bei ca. 10 %. Wäre die Dämpfung richtig geschätzt worden, läge die Abweichung bei 0 %.

## 9.5. Korrelation des analytischen Modells mit lokalen Messfehlern

Bei der Korrelation der Schwingungsantwort realer Strukturen müssen Messfehler mitberücksichtigt werden. Dem gemessenen Signalen ist immer ein Grundrauschen überlagert. Wird die Struktur nicht stark genug angeregt, kann das Verhältnis des Grundrauschen zum gemessenen Signal sehr hoch sein und das eigentliche Signal ist kaum zu identifizieren.

Aus diesen Gründen wird in diesem Abschnitt der Arbeit die Auswirkung solcher Messfehler auf die Energiekorrelation untersucht. Dabei wird jeder der analysierten Betriebsschwingungsformen der dünnwandigen Platte ein normal verteiltes, numerisches Rauschen hinzugefügt und mit der reinen Betriebsschwingungsform ohne Rauschen korreliert. Das Rauschen ist zufällig und das Signal zu Rausch Verhältnis (SNR) bei jeder analysierten Betriebsschwingungsform entspricht, über den Frequenzbereich gemittelt, den Wert 0,9987.

Das Signal zu Rausch Verhältnis jeder analysierten Betriebsschwingungsform wird nach Gl. 9.7 definiert

$$SNR(\Omega) = \frac{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |\hat{u}_n(\Omega)|}{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |\hat{R}_n(\Omega)|}. \quad (9.7)$$

$N$  ist die Anzahl der räumlich diskret verteilten Schwingungsantworten der dünnwandigen Platte. Im Zähler steht die mittlere Amplitude der Betriebsschwingungsform  $\{\hat{u}\}$  und im Nenner die mittlere Amplitude des Rauschens  $\{\hat{R}\}$ . Die Standardabweichung [Papula 2008, S. 337] des Signal zu Rausch Verhältnisses zum Wert eins beträgt über den analysierten Frequenzbereich 0,0055. Dies bedeutet, dass bei dem in diesem Beispiel gewählten Verhältnis von eins die mittlere Amplitude des Rauschsignals dieselbe Größenordnung hat wie die mittlere Amplitude der Schwingungsform. Abb. 9.7 zeigt das Signal zu Rausch Verhältnis des analysierten Frequenzbereichs.

Je höher das Signal zu Rausch Verhältnis ist, umso reiner ist die Schwingungsform. Eine Ver-

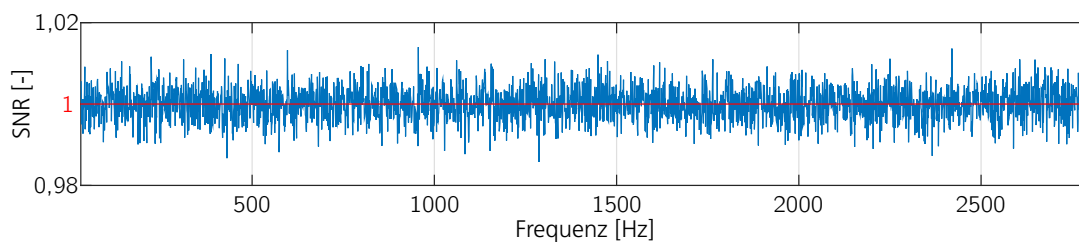


Abbildung 9.7.: Das Signal zu Rausch Verhältnis der Betriebsschwingungsformen über die Frequenz ist in blau dargestellt. Das Signal zu Rausch Verhältnis vom Wert eins ist als rote Linie gekennzeichnet.

zerrung der Schwingungsform aufgrund des Rauschens ist bei einem hohen Signal zu Rausch Verhältnis kaum wahrnehmbar.

Das Rauschen wurde mit der MATLAB R2014b Funktion „*randn*“ künstlich erzeugt. Diese MATLAB Funktion erzeugt normal verteilte, zufällige Zahlen, die als Fehler bzw. Rauschen den Betriebsschwingungsformen hinzugefügt werden.

Die Betriebsschwingungsform der analytischen Platte bei 1876 Hz ist in Abb. 9.8 (a) gezeigt. Abb. 9.8 (b) zeigt dieselbe Betriebsschwingungsform mit Rauschen. Abgesehen von dem Rauschen ist die ursprüngliche Betriebsschwingungsform noch zu erkennen.

Die FDAC-Korrelation dieser beiden Betriebsschwingungsformen beträgt nur 52 %. Abb. 9.8 (c) zeigt, dass auch die FDAC-Korrelation aller analysierten Betriebsschwingungsformen in dem gesamten betrachteten Frequenzbereich zwischen 30 Hz und 2700 Hz nur eine Korrelation von durchschnittlich 47 % aufweist. Daraus lässt sich schlussfolgern, dass die FDAC-Korrelation sehr sensibel auf das Rauschen reagiert.

Die kinetische Energiekorrelation mit ECC liefert über den gesamten analysierten Frequenzbereich eine bessere Korrelation der beiden analytischen, dünnwandigen Platten mit und ohne Rauschen. Abb. 9.8 (d) zeigt, dass die ECC-Korrelation im Durchschnitt bei 92 % liegt. Das vergleichsweise bessere Korrelationsergebnis kommt durch die räumliche Integration der kinetischen Energieverteilung über die 300 Oberflächenbereiche zustande. Das Rauschen wird durch die Integration gemittelt. Auch die Korrelation der beiden Betriebsschwingungsformen bei 1876 Hz in Abb. 9.8 (a) und (b) ist signifikant besser als die FDAC-Korrelation. Die Korrelation mit ECC der beiden Energieverteilungen im Frequenzband bei 1876 Hz beträgt 92 %.

Dieses Ergebnis lässt sich auf die Signalmittelung zurückführen [Harris u. a. 2014, S. 534]. Wird ein Signal einschließlich Grundrauschen  $n$ -mal aufgezeichnet und  $n$ -mal addiert, sind die Amplituden des Spektrums  $n$ -mal größer als im ersten Spektrum. Das normal verteilte, zufällige Rauschen

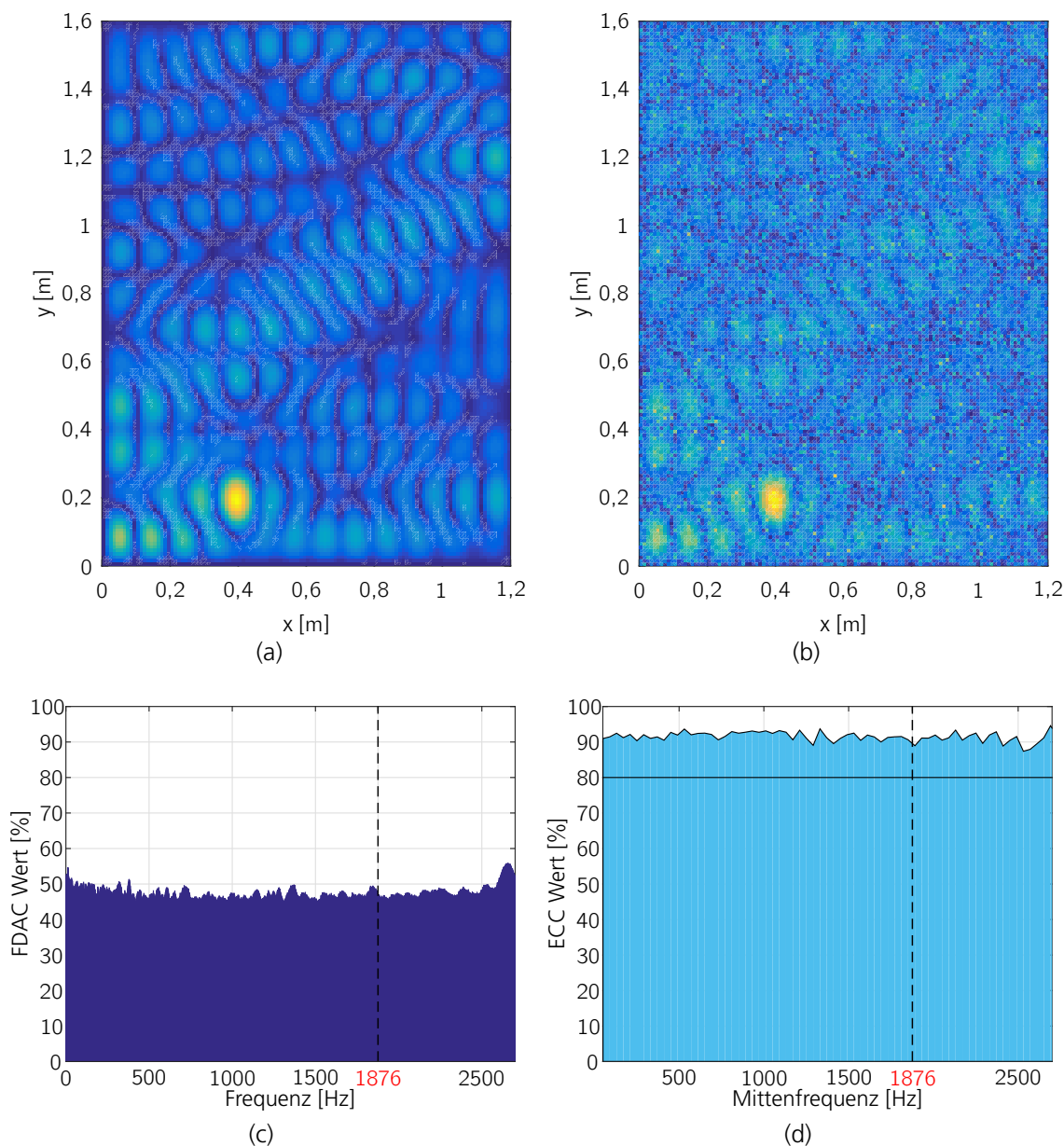


Abbildung 9.8.: (a) zeigt die Betriebsschwingungsform der analytischen Platte bei 1876 Hz ohne Unsicherheiten und (b) mit Rauschen. Korrelation der beiden analytischen Modelle mit (c) FDAC angewendet auf die Betriebsschwingungsformen und (d) ECC angewendet auf die kinetischen Energieverteilungen.

erhöht sich hingegen um den Faktor  $\sqrt{n}$ , weil das Rauschen an jedem Punkt des aufgezeichneten Spektrum nicht nur positive Werte, sondern auch negative Werte haben kann. Somit wächst das Signal zu Rausch Verhältnis durch  $n$  Mittelungen im Verhältnis zu  $\frac{n}{\sqrt{n}} = \sqrt{n}$ . Das Signal zu Rausch Verhältnis wird durch die Mittelung besser. Dieselbe Überlegung gilt auch für die integrierten Energieverteilungen. Die Energieverteilungen werden zwar nicht  $n$ -mal gemessen, dennoch ist die Korrelation der integrierten Energieverteilungen besser, weil durch die Integration über die Oberflächenbereiche und Frequenzbänder sowohl eine räumliche als auch spektrale Mittelung der kinetischen Energien stattfindet.

## 9.6. Korrelation des analytischen Modells mit unterschiedlich großen Oberflächenbereichen und Frequenzbandbreiten

Dieser Abschnitt beschäftigt sich mit der Auswirkung der Größe der Oberflächenbereiche und Frequenzbandbreite auf die Energiekorrelation. Hierbei werden die Größen der zu korrelierenden Oberflächenbereiche und somit die Anzahl der Bereiche variiert. Auch die Breite der Frequenzbänder wird variiert. Korreliert wird die analytische, dünnwandige Platte aus Abschnitt 9.3 mit einer Unsicherheit in der Kantenlänge  $L_x$ . Ausgangslage für die folgende Untersuchung sind die 300 Oberflächenbereiche aus Abb. 9.1 (a) und eine konstante Frequenzbandbreite von 40 Hz aus Abb. 9.1 (b).

Im Nachfolgenden wird die Anzahl der Oberflächenbereiche variiert. Dabei wird die Anzahl der Oberflächenbereiche auf maximal 4191 und minimal *einen* Oberflächenbereich begrenzt. Die Anordnung der Oberflächenbereiche bleibt über den gesamten Variationsbereich, wie in Abb. 9.1 (a), gleichmäßig über beide Kantenlängen der analytischen, dünnwandigen Platte verteilt. Somit bleibt die, einem Schachbrettmuster ähnelnde, Einteilung der analytischen Platte über den Variationsbereich erhalten. Das Schachbrettmuster ist in Abb. 9.1 (a) dargestellt. Nur eine Variation der Kantenlängen der rechteckigen Oberflächenbereiche ist zulässig. Dabei ist die Variation der Kantenlängen für alle rechteckigen Oberflächenbereiche identisch.

Abb. 9.9 (a) zeigt die Änderung der kinetischen Energiekorrelation mit ECC in Abhängigkeit der Anzahl an Oberflächenbereiche. Die x-Achse zeigt die Energiekorrelation über den analysierten Frequenzbereich zwischen 30 Hz bis 2800 Hz und die y-Achse die Änderung der Energiekorrelation über die Anzahl an Oberflächenbereiche. In diesem Fall ist die y-Achse logarithmisch skaliert. Die Farbcodierung gibt Aufschluss über den Grad der Korrelation. Die schwarz gestrichelte Linie in Abb. 9.9 (a) zeigt die Grenzwelle einer Energiekorrelation von 80 %.

Der Farbverlauf von blau (0 %) nach gelb (100 %) in Abb. 9.9 (a) zeigt deutlich, dass die Energiekorrelation mit sinkender Anzahl an Oberflächenbereichen steigt. Dabei konvergiert die Energie-

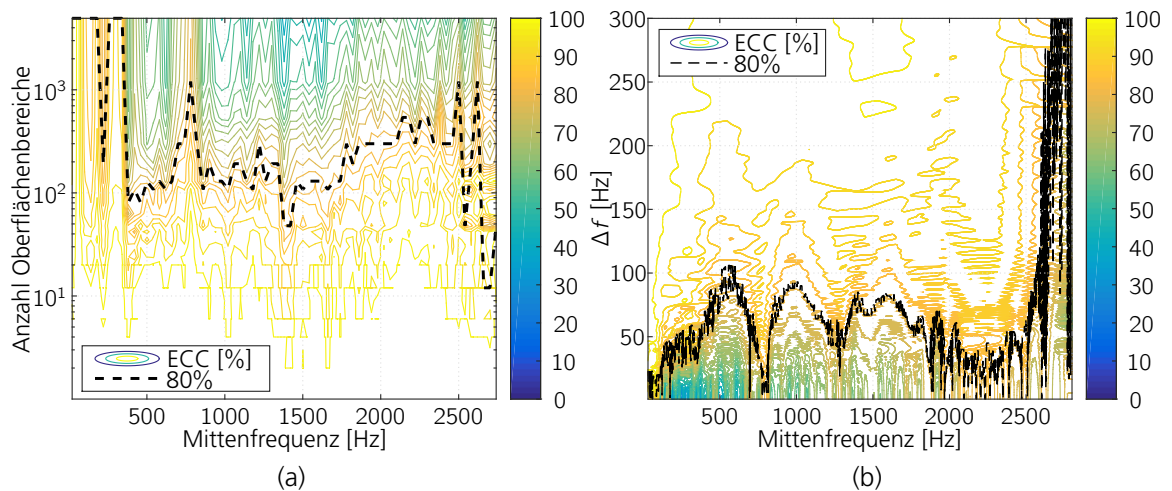


Abbildung 9.9.: ECC in Abhängigkeit (a) der Anzahl an Oberflächenbereiche und (b) der Frequenzbandbreite.

korrelation der Energieverteilungen gegen 100 %. Die Erklärung für dieses Verhalten ist simpel. Die Korrelation von nur einem Oberflächenbereich liefert aufgrund der Normierung der positiven Energieverteilung immer 100 %.

Ein ähnliches, aber inverses Verhalten lässt sich bei der Variation der Frequenzbandbreite beobachten. Abb. 9.9 (b) zeigt die Energiekorrelation in Abhängigkeit der Frequenzbandbreite. Der betrachtete Frequenzbereich wird in gleichmäßige Frequenzbänder unterteilt, deren Breite für die folgende Untersuchung variiert wird. Die y-Achse, welche in diesem Fall linear skaliert ist, zeigt die Änderung der Energiekorrelation in Abhängigkeit der Frequenzbandbreite  $\Delta f$ .

Der Farbverlauf in Abb. 9.9 (b) zeigt deutlich, dass die Energiekorrelation mit steigender Frequenzbandbreite ebenfalls steigt und gegen 100 % konvergiert.

Dieses Problem der spektralen und räumlichen Unterabtastung hat das kinetische Energiekorrelationskriterium mit MAC und FDAC gemeinsam. Eine MAC und FDAC-Korrelation mit nur einer Sensorposition und einer diskreten Frequenz oder Eigenfrequenz liefert ebenfalls eine Korrelation von 100 %.

„The other defect of the MAC criterion is its reduced sensitivity when the number of components in the vectors  $\mu_1$  and  $\mu_2$  is small.“ [Vacher u. a. 2010, S. 2715]

„In the limit, it can be seen that if we only define each mode shape by the amplitudes at just 2 DOFs, then most modes would look very similar and, indeed, if we did a formal correlation, would be found to be highly correlated with roughly half of all the modes included in the process. It is necessary to include sufficient DOFs to ensure



the effective discrimination between the various modes.”[Ewins 2000b, S. 228]

Basierend auf den Ergebnissen der Untersuchungen in diesem Abschnitt ist für eine aussagekräftige Korrelation mit dem Energiekorrelationskriterium ECC sowohl eine möglichst feine räumliche als auch spektrale Auflösung der Oberflächenbereiche und Frequenzbänder anzustreben. Dies setzt voraus, dass die räumliche und spektrale Auflösung des Experiments und der Simulation sehr viel feiner ist, damit der Fehler bei der Integration bzw. Mittelung der kinetischen Energien über die Oberflächenbereiche und Frequenzbänder möglichst klein ist (siehe Abschnitt 7.6).

## 9.7. Zusammenfassung: Analytische Untersuchung des Energiekorrelationskriteriums

Die Ergebnisse der analytischen Untersuchung dieses Kapitels zeigen, dass das Energiekorrelationskriterium ECC sehr viel robuster als MAC und FDAC auf kleinere Unsicherheiten in den globalen Modellparametern jenseits des tiefen Frequenzbereichs reagiert. Auch Messfehler und Rauschen haben signifikant weniger Einfluss auf das Ergebnis der Energiekorrelation. Die Robustheit des Energiekorrelationskriteriums lässt sich auf die spektrale und räumliche Integration über die Substrukturen und Frequenzbänder zurückführen. Ein hohes Maß an Ähnlichkeit der integrierten kinetischen Energieverteilung der mit leichten Unsicherheiten behafteten analytischen Modelle kann in diesem Kapitel gezeigt werden.

Der in Abschnitt 7.5 vorgestellte kinetische Energiefehler erfasst die Abweichung der kinetischen Gesamtenergie und deutet z.B. auf eine Über- bzw. Unterschätzung der modalen Dämpfung hin.

Die Ergebnisse zeigen, dass sich räumlich und spektral integrierte kinetische Energieverteilungen als robusteres Korrelationskriterium strukturdynamischer Modelle mit kleinen Unsicherheiten in Modellparametern und Fertigungstoleranzen bzw. Fertigungsunperfektionen eignen.

Ebenso wie MAC und FDAC leidet die Aussagekraft der Energiekorrelation ECC bei zu niedriger räumlicher und spektraler Auflösung. Eine möglichst hohe räumliche als auch spektrale Auflösung der räumlich und spektral integrierten kinetischen Energieverteilungen ist anzustreben, damit die Energiekorrelation ein aussagekräftiges Ergebnis liefert. Dies setzt natürlich voraus, dass die diskret gemessenen und simulierten Geschwindigkeiten eine wesentlich höhere räumliche und spektrale Auflösung besitzen. Eine zu geringe Auflösung führt zu Fehlern bei der räumlichen und spektralen numerischen Integration über die Substrukturen bzw. Oberflächenbereiche und Frequenzbänder (siehe Abschnitt 7.6).



# 10. Experimentelle Untersuchung des Energiekorrelationskriteriums

Kapitel 9 demonstriert, dass sich das neue Energiekorrelationskriterium ECC robust und stabil gegenüber kleinen Unsicherheiten in den Modellparametern verhält. Das folgende Kapitel beinhaltet eine experimentelle Untersuchung der Energiekorrelation. Bei dieser Untersuchung wird das Energiekorrelationskriterium ECC auf gemessene Geschwindigkeitsverteilungen einer Teststruktur angewendet. Diese Teststruktur besitzt eine hohe modale Dichte und starke modale Überlappung. Dies ist charakteristisch für den mittleren und hohen Frequenzbereich und besonders bei vibroakustischen Problemstellungen interessant. Nach der Energiekorrelation mit ECC zeigt sich, dass sich das globale und gemittelte Schwingungsverhalten dieser Teststruktur mit Hilfe deterministischer numerischer Werkzeuge, wie z.B. der FEM, gut vorhersagen lässt. Die kinetische Energieverteilung des numerischen Modells korreliert gut mit den Testergebnissen der realen Struktur in einem Frequenzbereich hoher modaler Dichte und Überlappung.

**These** Das globale und gemittelte Schwingungsverhalten lässt sich hinreichend genau auch in einem Frequenzbereich mit hoher modaler Dichte und Überlappung mit Hilfe deterministischer numerischer Modelle vorhersagen und auf Basis von integrierten Energieverteilungen mit realen Strukturen korrelieren.

Um die Korrelation zwischen einer Simulation und einem Experiment zu ermöglichen, werden die Schwingungsantworten einer realen, dünnwandigen, zylindrischen Teststruktur gemessen. Parallel wird das Schwingungsverhalten der zylindrischen Teststruktur mit Hilfe eines numerischen Modells vorhergesagt. Das in dieser Arbeit verwendete numerische Modell der Teststruktur basiert auf der Finite Elemente Methode. Als numerischer Löser wird in dieser Arbeit MD NASTRAN 2011 verwendet. Die Analyse und Korrelation der Simulations- und Testmodelle werden mit Hilfe eigens geschriebener Software in MATLAB R2014b durchgeführt.

## 10.1. Vorstellung der zylindrischen Teststruktur

Die dünnwandige, zylindrische Teststruktur wurde von dem DLR Institut für Faserverbundleichtbau und Adaption in Braunschweig zur Verfügung gestellt. Die Kreiszyinderschale ist 2000 mm

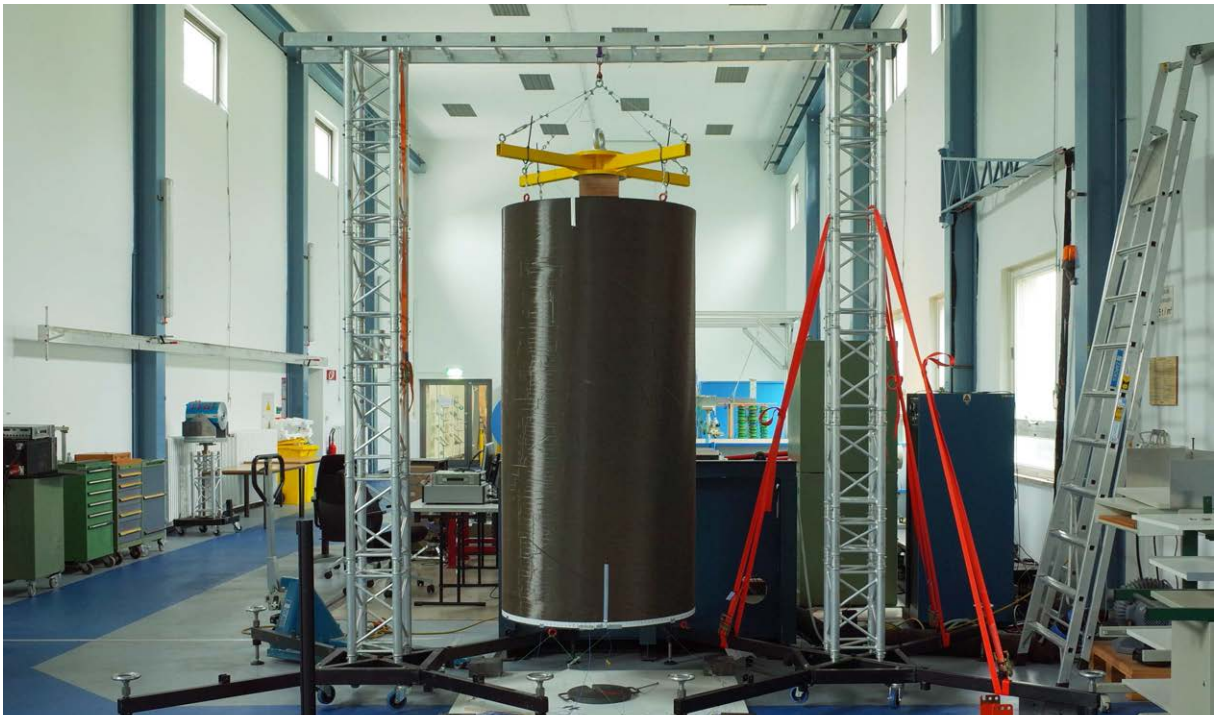


Abbildung 10.1.: Zylindrische Teststruktur einschließlich Aufhängung.

lang und hat einen Durchmesser von 1000 mm. Gefertigt wurde die Kreiszyinderschale aus einem mehrlagigen Kohlenstofffaser-Komposit, welches mit Hilfe einer Tapelegemaschine auf einen Kern gewickelt wurde. Abb. 10.1 zeigt die zylindrische Teststruktur im Labor. Die Haut der Kreiszyinderschale ist 2,2 mm dick und die Gesamtmasse beträgt 22 kg. Die Kreiszyinderschale ist an beiden Enden mit jeweils einem Aluminiumring versteift. Diese Aluminiumringe haben ein L-Profil im Querschnitt und besitzen jeweils acht Gewindebohrungen, um die Kreiszyinderschale aufhängen zu können.

## 10.2. Testaufbau und Testdurchführung

Die radiale Komponente der Geschwindigkeitsantwort der Kreiszyinderschale wird an 31557 gleichmäßig verteilten Messpunkten gemessen. Die hohe räumliche Auflösung an Messpunkten wird mit einem Polytec OFV-303 Laserdopplervibrometer berührungslos realisiert. Der Laservibrometer verfügt über eine vom DLR entwickelte, automatische Laserscanningeinheit. Die hohe räumliche Auflösung ist notwendig, um die mit steigender Frequenz kleiner werdenden

Strukturwellen ausreichend genau auflösen zu können. Die mit der Frequenz sinkenden Strukturwellenzahlen wird in der Abschnitt 3.2 bezüglich des charakteristischen Schwingungsverhaltens einer Struktur in den einzelnen Frequenzbereichen angesprochen. Auch ist diese hohe Auflösung notwendig, um den Fehler beim räumlichen numerischen Integrieren der kinetischen Energien möglichst klein zu halten (siehe Abschnitt 7.6).

Die für die Schallabstrahlung maßgebende Komponente der Schwingungsantwort ist die Oberflächenschnelle der Struktur, welche normal zur Oberfläche gerichtet ist. Im Falle eines Zylinders ist dies die radiale Komponente. Aus diesem Grund ist die radiale Komponente der dominante Freiheitsgrad [Cremer u. a. 2005, S. 465], [Möser 2012, S. 445], [Putra u. a. 2014].

Die Kreiszyinderschale hängt zusammen mit dem Schwingungserreger an einem frei drehbaren Rahmen, welcher in Abb. 10.1 (a) zu sehen ist. Die Rotationsachse liegt vertikal entlang der Kreiszyinderschale und der Laservibrometer tastet die Kreiszyinderschale automatisch vertikal entlang einer Linie ab. Nachdem die Linie abgetastet wurde, wird die Kreiszyinderschale einschließlich Schwingungserreger um wenige Grad weitergedreht und die Messung fortgesetzt. Bei diesem Testaufbau wird die Kreiszyinderschale mit 201 gleichmäßig verteilten Messpunkten vom Laservibrometer in Längsrichtung abgetastet. Bei der Versuchsdurchführung werden 157 Linien der Tonne abgetastet. Daraus ergeben sich die zuvor genannten 31557 Messpunkte.

Um eine nahezu frei-freie Randbedingung zu ermöglichen, wird die Kreiszyinderschale an vier Punkten am oberen Rand des Zylinders über Fäden mit dem frei drehbaren Rahmen verbunden. Dieser Testaufbau ermöglicht der Kreiszyinderschale, mit einer nahezu freien radialen Bewegung an beiden Enden auf die Kraftanregung zu antworten. Eine detaillierte Beschreibung der Testeinrichtung ist im Anhang A.3 dieser Arbeit zu finden.

Um eine für jede gemessene Linie wiederholbare Anregung zu gewährleisten, wird ein Anregungssignal (Rauschsignal) generiert und bei jeder Messung erneut abgespielt. Das Rauschsignal für diese Messung ist auf eine Bandbreite von 30 Hz bis 4000 Hz limitiert.

Der Schwingungserreger befindet sich 350 mm in Längsrichtung vom unteren Rand der Kreiszyinderschale entfernt im Inneren der Teststruktur. Dabei wird der Schwingungserreger radial im Inneren der Kreiszyinderschale über eine kleine Aluminiumscheibe mit der Haut der Kreiszyinderschale verbunden. Während der gesamten Messung kann der Schwingungserreger mit der Teststruktur verbunden bleiben, weil dieser zusammen mit der Teststruktur gedreht wird.

Abb. 10.2 zeigt die gemessene Betriebsschwingungsform der Kreiszyinderschale bei 258 Hz. Bei genauer Betrachtung von Abb. 10.2 zeigen sich einige Messfehler aufgrund der Oberflächenbeschaffenheit der Kreiszyinderschale aus Faserverbundwerkstoff. Die Oberfläche ist nicht optimal für eine optische Schwingungsmessung geeignet. An diesen Messpunkten kann eine Schwingungsantwort für den gesamten gemessenen Frequenzbereich nicht bereitgestellt werden, weil nur ein System- bzw. Grundrauschen gemessen wird. An diesen Messpunkten ist eine große und lokale Differenz zum vollen FE-Modell vorhanden, welche einen negativen Einfluss auf den

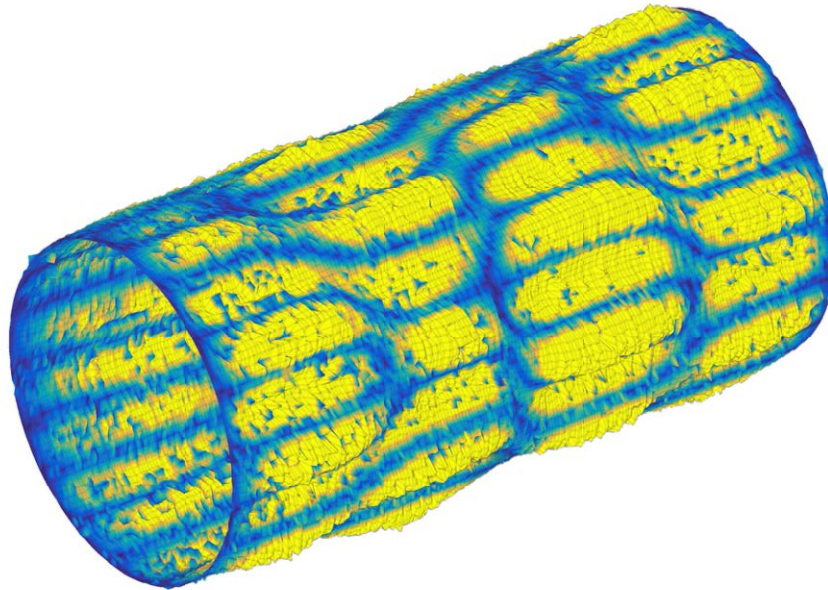


Abbildung 10.2.: Gemessene Betriebsschwingungsform bei 258 Hz einschließlich Messfehler.

Grad der Korrelation hat (siehe Abschnitt 6.2). Da an diesen Messpunkten nicht die Korrelation zwischen den Modellen schlecht ist, sondern nur die Information über die Schwingungsantwort fehlt, werden diese Messpunkte für die folgende Analyse entfernt. Messpunkte, die eine gemittelte spektrale Kohärenz [Brandt 2011, S. 291 ff.] von weniger als 50 % zwischen Erregerkraftsignal und Antwortsignal im Frequenzbereich zwischen 30 Hz und 500 Hz aufweisen, werden für die Analyse herausgefiltert. Dies sind ca. 28 % der gemessenen Messpunkte. Das heißt, dass sich nur die Schwingungsantworten von 22611 Messpunkten für eine Korrelation mit dem FE-Modell verwenden lassen. Die Anzahl an Messpunkten ist immer noch sehr hoch. Um eine Korrelation mit dem vollen FE-Modell zu ermöglichen, werden die fehlenden Messpunkte mit einem Volumespline [Harder u. Desmarais 1972] interpoliert. Die Interpolation schätzt die Schwingungsantworten der fehlenden Messpunkte auf Basis der Schwingungsantworten der benachbarten Punkte. Es wird angenommen, dass der Fehler dieser Schätzung durch die räumliche und spektrale Integration bei der Energiekorrelation reduziert wird und somit die Auswirkungen des Fehlers auf den Grad der Korrelation gering ausfällt. Der Differenz der Schwingungsantworten zwischen dem FE-Modell und dem Testmodell an diesen interpolierten Punkten ist auf jeden Fall kleiner als zwischen den Schwingungsantworten und dem Grundrauschen, welches an den Messpunkten aufgezeichnet wurde. Die interpolierte Betriebsschwingungsform ist in Abb.10.6 (c) dargestellt.

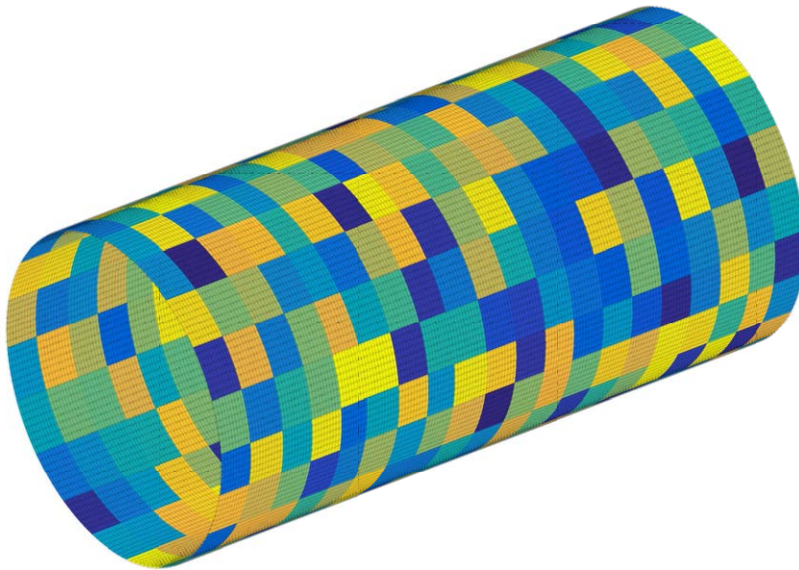


Abbildung 10.3.: FE-Modell der zylindrischen Teststruktur einschließlich der Einteilung in 400 Oberflächenbereiche.

### 10.3. FE-Simulation der zylindrischen Teststruktur

Das Finite Elemente Modell der dünnwandigen Kreiszyklinderschale, welches in Abb. 10.3 gezeigt ist, wurde mit Hilfe von 4-Knoten Schalenelementen mit bilinearen Ansatzfunktionen für die Verschiebung modelliert. Mit Hilfe der PCOMP Elementeigenschaften werden die Faserverbundeigenschaften im FE-Modell realisiert. Die Aluminiumringe an den Enden der Kreiszyklinderschale werden durch Balkenelemente abgebildet. Um eine bestmögliche Vergleichbarkeit zum Experiment gewährleisten zu können, stimmen sowohl die Raumkoordinaten als auch die räumliche Verteilung der FE-Knoten mit den Messpunkten überein. Somit sind auch die FE-Knotenpunkte des FE-Netzes gleichmäßig verteilt ( $201 \times 157$ ). Die Dämpfung des FE-Modells wird mit 1 % Strukturdämpfung angenommen. Diese Annahme der Strukturdämpfung wurde nach bestem technischem Wissen auf Basis der Struktur- und Materialeigenschaften der Kreiszyklinderschale getroffen. Die Gesamtmasse des FE-Modells beträgt 22,6 kg und entspricht der Größenordnung der gemessenen 22 kg der realen Kreiszyklinderschale. Dies entspricht einem Unterschied von 2,65 % zwischen den beiden Gesamtmassen. Eine solch gute Übereinstimmung in den Gesamtmassen des numerischen Modells und des Testmodells deutet auf eine hinreichend genaue Modellierung der Massenverteilung des numerischen Modells hin.

Sowohl das FE-Modell als auch das Testmodell werden in ein gleichmäßiges Gitter aus Oberflä-

chenbereichen unterteilt (20 Oberflächenbereiche in Umfangsrichtung und 20 in Längsrichtung). Jeder dieser 400 Oberflächenbereiche enthält dieselbe Anzahl an FE-Knoten des FE-Modells auf Seiten der Simulation und Messpunkte der realen Kreiszylinderschale auf Seiten des Experiments. Da sowohl das Messgitter als auch das FE-Netz identisch sind, ist auch die Anzahl der Punkte innerhalb der Oberflächenbereiche identisch. Die Anzahl der FE-Knoten bzw. Messpunkte innerhalb der Oberflächenbereiche variiert leicht um die 80 Punkte. Die Einteilung der Oberflächen wird mit Hilfe des in Kapitel 9 beschriebenen Algorithmus durchgeführt. Der Abstand zwischen den Mittelpunkten der Oberflächenbereiche und der Suchradius werden den geforderten 80 Punkten entsprechend gewählt. Obwohl eine ungerade Anzahl an Messpunkten bzw. FE-Knoten vorhanden ist, werden gleich große Oberflächenbereiche angestrebt ( $20 \times 20$ ). Die Standardabweichung der Anzahl an FE-Knoten bzw. Messpunkte innerhalb der Oberflächenbereiche beträgt 5,9 FE-Knoten bzw. Messpunkte bezüglich der gewählten Anzahl von 80 Punkten pro Oberflächenbereich. Die Größe der Oberflächenbereiche bzw. der Abstand zwischen den Mittelpunkten wurde nach bestem technischem Wissen und den Ergebnissen aus Abschnitt 9.6 gewählt. Dabei wird bei der Einteilung der Oberfläche berücksichtigt, dass die räumliche Auflösung der Oberflächenbereiche für eine Korrelation der kinetischen Energieverteilung ausreichend hoch ist. Zudem wird die räumliche Auflösung der FE-Knoten und Messpunkte innerhalb der Oberflächenbereiche so gewählt, dass der Fehler bei der räumlichen Integration klein ist. Die Verteilung der Oberflächenbereiche ist in Abb. 10.3 gezeigt. In Abb. 10.3 ist zu erkennen, dass die Oberflächenbereiche des vorderen Rings in Längsrichtung etwas kleiner sind als die restlichen Oberflächenbereiche. Aufgrund der gewählten Größe der Oberflächenbereiche und der realen Oberfläche der Struktur ist die Kantenlänge des vorderen Rings kleiner als die Kantenlängen der restlichen Oberflächenbereiche. Diese Abweichung ist sowohl im FE-Modell als auch im Testmodell vorhanden und wird somit bei der Korrelation im gleichen Maße berücksichtigt.

An der Position des Schwingungserregers greift im FE-Modell eine einzelne harmonische Punktkraft in radialer Richtung an. Diese Kraft ist über den gesamten Frequenzbereich konstant und hat eine Amplitude von 1 N. Die Aluminiumscheibe, über welche der Schwingungserreger mit der Haut der Kreiszylinderschale verklebt ist, wird mit Hilfe von FE-Punktmassen (CONM2) abgebildet. Diese FE-Punktmassen sind starr über RBE2 Elemente miteinander verbunden. Dies ist eine vereinfachte Modellierung der Aluminiumscheibe bzw. des Krafteinleitungspunkts, weil eine detaillierte Untersuchung des Schwingungsverhaltens der Aluminiumscheibe nicht von Interesse ist und nur deren Einfluss bei der Krafteinleitung im FE-Modell berücksichtigt werden soll.

Die kinetische Energie für jeden FE-Knoten und jeden Messpunkt wird auf Basis der radialen Komponente der Schwingungsantwort berechnet. Dies ist die dominanteste Komponente der Schwingungsantwort und enthält annähernd die gesamte kinetische Energie der Kreiszylinderschale.

Der Frequenzbereich zwischen 30 Hz und 4000 Hz wird mit einer Frequenzauflösung von 2 Hz analysiert. Aus dieser Frequenzauflösung des gemessenen Frequenzbereichs ergeben sich sowohl 1986 gemessene als auch 1986 simulierte Betriebsschwingungsformen.



## 10.4. Vergleich der kinetischen Gesamtenergie im Frequenzbereich

Abb. 10.4 zeigt die radiale kinetische Gesamtenergie der dünnwandigen Kreiszylinderschale in Abhängigkeit der Frequenz von Simulation und Experiment zwischen 30 Hz und 4000 Hz. Die gezeigte kinetische Gesamtenergie ist das Ergebnis einer konstanten harmonischen Punktkraft von 1 N. Dies entspricht einer Summe über alle gemessenen und simulierten Übertragungsfunktionen der diskreten kinetischen Energien.

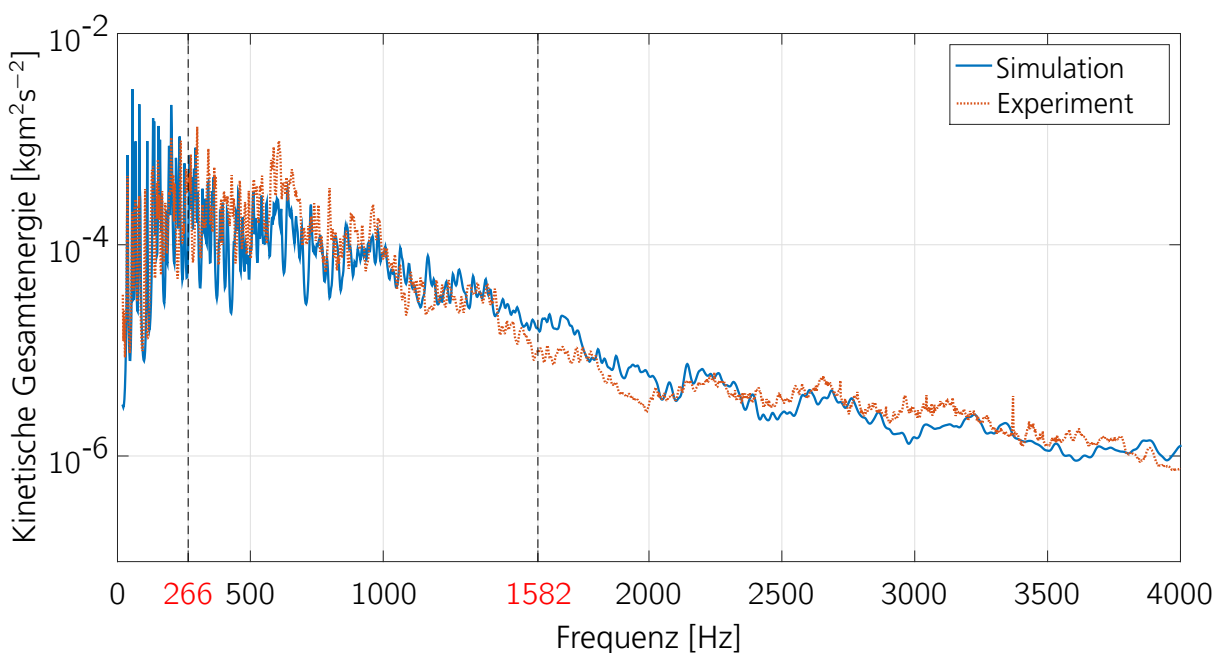


Abbildung 10.4.: Gemessene und simulierte kinetische Gesamtenergie der Kreiszylinderschale in Abhängigkeit der Frequenz.

Die kinetische Gesamtenergie, sowohl von der Simulation als auch vom Experiment, zeigt ein qualitativ ähnliches Verhalten im betrachteten Frequenzbereich. Eine exakte Übereinstimmung der kinetischen Gesamtenergie (Kurven im Diagramm) ist zwar nicht zu erkennen, dennoch zeigen die Kurven ähnliche Charakteristiken. Der tiefe Frequenzbereich zeigt eindeutige Resonanzspitzen. Die Dichte der Resonanzspitzen zwischen 30 Hz und 1000 Hz deutet auf eine schnell ansteigende modale Dichte hin. Zwischen 1000 Hz und 4000 Hz sinkt die kinetische Gesamtenergie sowohl der Simulation als auch des Experiments mit der Frequenz im Grunde stetig gegen den Wert  $10^{-6} \text{ kgm}^2 \text{ s}^{-2}$ . Bei höheren Frequenzen zeigt die Gesamtenergie breite und flache Spitzen. Dieses Abflachen und Verbreitern der Spitzen lässt sich auf die Dämpfung zurückführen und kann auch in Kapitel 9 bei der dünnwandigen, analytischen Platte beobachtet werden. Dieses Verhal-

ten spricht für eine Überlappung der Resonanzspitzen. Eine modale Identifikation oder Trennung dieser Resonanzstellen ist in diesem Frequenzbereich nicht mehr möglich.

Der visuelle Vergleich zeigt eine, qualitativ gesehen, gute mittlere Übereinstimmung der kinetischen Gesamtenergie zwischen Simulation und Experiment. Bei genauerer Betrachtung zeigen sich im Detail der Verläufe der kinetischen Gesamtenergie dennoch leichte Abweichungen.

## 10.5. Analyse der modalen Dichte der zylindrischen Teststruktur

Der Vergleich der kinetischen Gesamtenergie deutet auf eine rapide ansteigende modale Dichte hin. Das numerische Modell weist 3914 Eigenformen und zugehörigen Eigenfrequenzen in dem Frequenzbereich zwischen 0 Hz und 4000 Hz auf. Für die spätere Energiekorrelation wird der betrachtete Frequenzbereich zwischen 30 Hz und 4000 Hz in gleichmäßige Frequenzbänder unterteilt. Die gewählte Frequenzbandbreite beträgt  $\Delta f = 40$  Hz. Diese Einteilung des Frequenzbandes wurde nach bestem technischen Wissen gewählt, um den Fehler bei der spektralen numerischen Integration gering zu halten.

Abb. 10.5 zeigt die Unterteilung des gemessenen Frequenzbereichs. Schwarz gestrichelte, vertikale Linien zeigen die Grenzen der Frequenzbänder. Bei der Einteilung wird darauf geachtet, dass die spektrale Auflösung ausreichend hoch ist.

Die Anzahl der numerisch ermittelten Eigenformen in den jeweiligen Frequenzbändern ist in Abb. 10.5 als blaues Säulendiagramm dargestellt. In Abb. 10.5 ist ein rapider Anstieg der Anzahl an Eigenformen zwischen 0 Hz und 1700 Hz zu erkennen. Dabei steigt die Anzahl der numerischen Eigenformen von 6 Eigenformen pro Frequenzband auf 71 Eigenformen pro Frequenzband. Dies ist ein eindeutiges Indiz für eine rapide ansteigende modale Dichte der Kreiszylinderschale aus Faserverbundwerkstoff. In Anbetracht der sich verbreiternden Spitzen der kinetischen Gesamtenergie in Abb. 10.4 lässt sich ebenfalls auf eine mit der Frequenz stärker werdende modale Überlappung schließen. Jenseits der 1700 Hz sind durchschnittlich 50 Eigenformen pro Frequenzband vorhanden.

Der Modal Overlap Factor nach Gl. 3.2 erreicht bei 320 Hz (Mittenfrequenz des Frequenzbands) die in Abschnitt 3.2.1 definierte Grenze von eins. Diese quantitative Grenze trennt den tiefen Frequenzbereich vom hohen Frequenzbereich. Der hohe Frequenzbereich ist nach Abschnitt 3.2 durch eine hohe modale Dichte und starke modale Überlappung gekennzeichnet und entspricht den vorherigen Beobachtungen der steigenden Anzahl an Eigenformen pro Frequenzband. In Abb. 10.5 ist diese Grenze mit einer roten, vertikalen Linie dargestellt.

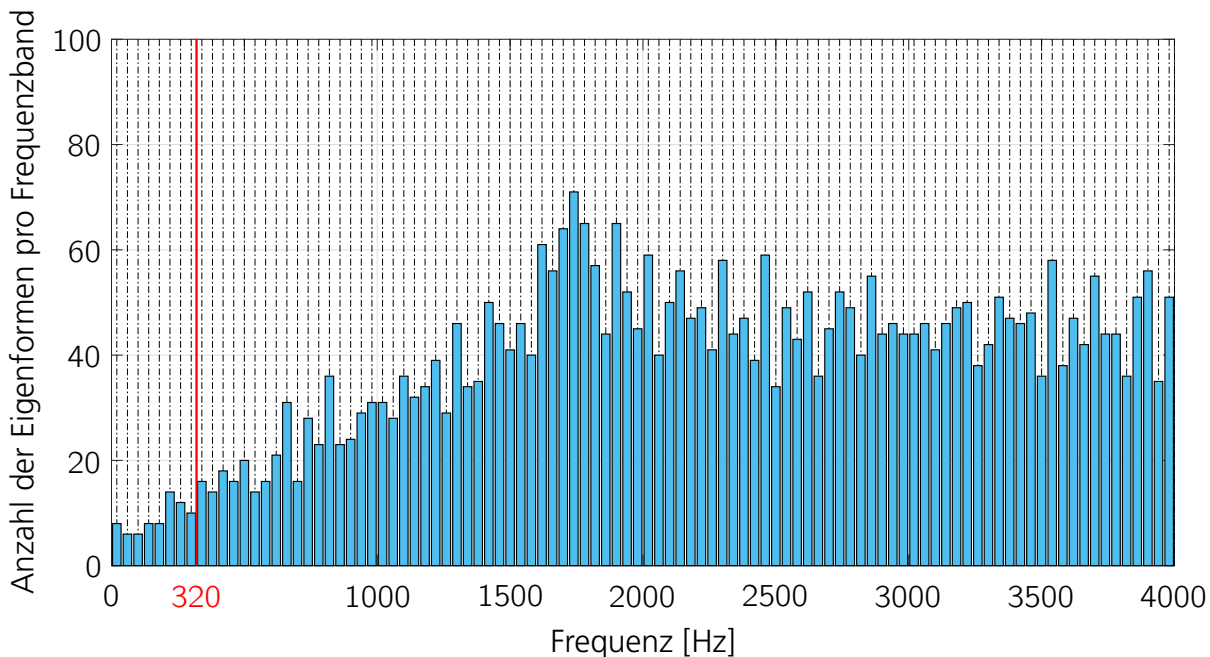


Abbildung 10.5.: Einteilung des gemessenen Frequenzbereichs in 100 Frequenzbänder mit einer Frequenzbandbreite von  $\Delta f = 40$  Hz in schwarz und der Verlauf der Anzahl an numerischen Eigenformen pro Frequenzband in blau.

Durch die Analyse der rapide ansteigenden Anzahl an Eigenformen im analysierten Frequenzbereich lässt sich schlussfolgern, dass die in diesem Kapitel experimentell untersuchte Kreiszylinderschale aus Faserverbundwerkstoff eine sehr hohe modale Dichte und Überlappung jenseits von 320 Hz besitzt. Der Fokus der Energiekorrelation des Schwingungsverhaltens der Kreiszylinderschale wird sich auf diesen Frequenzbereich jenseits der 320 Hz richten.

## 10.6. Korrelation der Betriebsschwingungsformen

Abb. 10.6 zeigt gemessene und simulierte Betriebsschwingungsformen. Ein Vergleich der Betriebsschwingungsformen bei 272 Hz und 1582 Hz deutet auf eine mit der Frequenz steigende Strukturwellenzahl der Kreiszylinderschale aus Faserverbundwerkstoff hin. Dabei steigen die Strukturwellenzahlen in Längsrichtung und in Umfangsrichtung unterschiedlich schnell an. Ein qualitativer, visueller Vergleich zwischen den simulierten und gemessenen Betriebsschwingungsformen sowohl in Abb. 10.6 (a) und (c) als auch in Abb. 10.6 (b) und (d) zeigt signifikante Ähnlichkeiten. Dennoch scheitert eine Korrelation der Betriebsschwingungsformen mit FDAC.

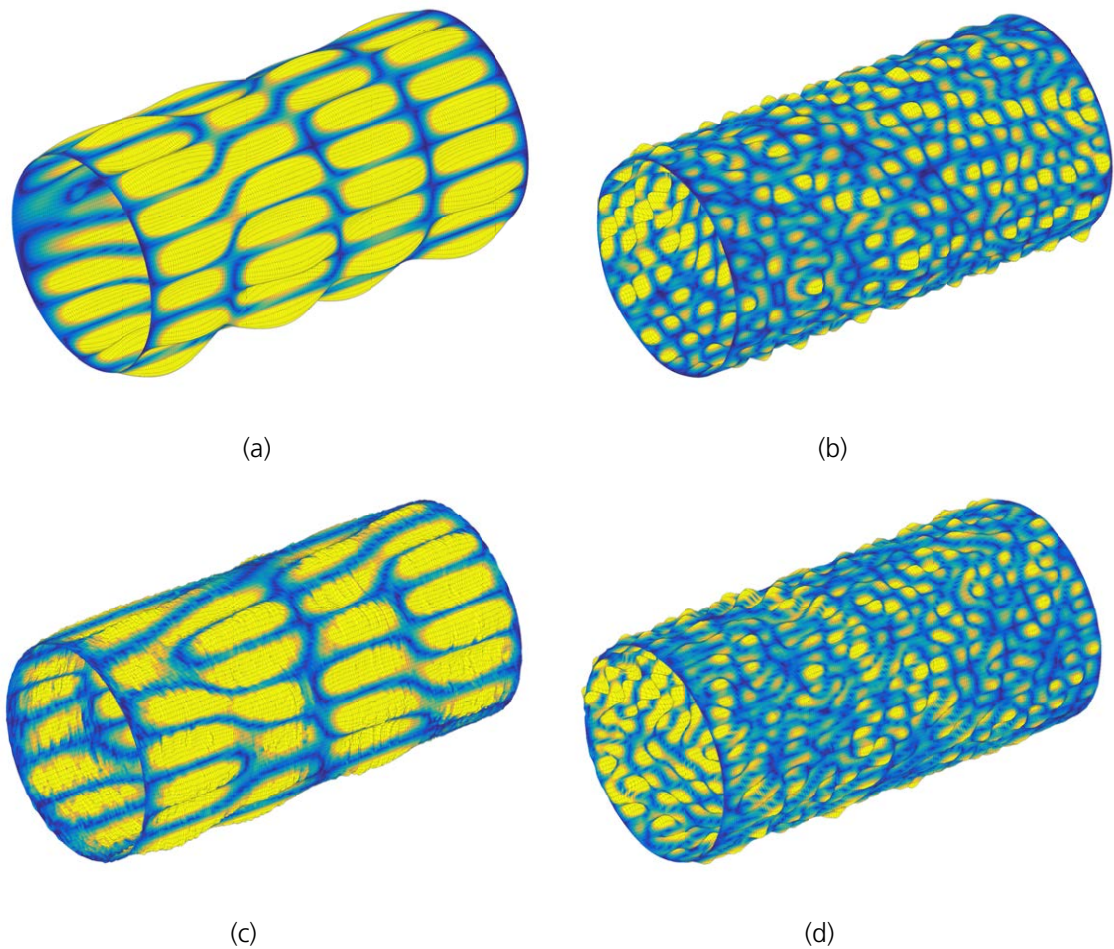


Abbildung 10.6.: Simulierte Betriebsschwingungsform bei (a) 272 Hz und (b) bei 1582 Hz sowie gemessene Betriebsschwingungsform bei (c) 266 Hz und bei (d) 1582 Hz.

Die FDAC-Korrelation, welche in Abb. 10.7 (a) gezeigt ist, fällt zwischen 0 Hz und 500 Hz von 90 % auf unter 5 % ab. Zwischen 500 Hz und 4000 Hz bleibt die Korrelation bei unter 5 %. Die Interpretation dieser Modellkorrelation mit FDAC deutet darauf hin, dass die beiden Modelle (Simulation und Experiment) keine Ähnlichkeiten aufweisen oder keine ähnlichen Objekte beschreiben. Die zuvor durchgeführte Analyse der modalen Dichte der Kreiszylinderschale zeigt, dass die Teststruktur jenseits von 320 Hz eine rapide ansteigende modale Dichte aufweist. Aus der Literatur ist bekannt, dass Eigenformen mit steigender Frequenz zunehmend sensibler auf leichte Unterschiede und kleine Unsicherheiten zwischen den beiden Modellen reagieren. Eine Diskussion dieser Eigenschaft der Eigenformen ist in Kapitel 3.2 zu finden. Die Schwingungsantworten der Teststruktur, welche sich unter anderem aus einer Superposition der Eigenformen zusammensetzen, weisen daher dieselbe Sensibilität gegenüber leichten Unterschieden zwischen den Modellen auf. Das schlechte Korrelationsergebnis der räumlich detaillierten Korrelation mit

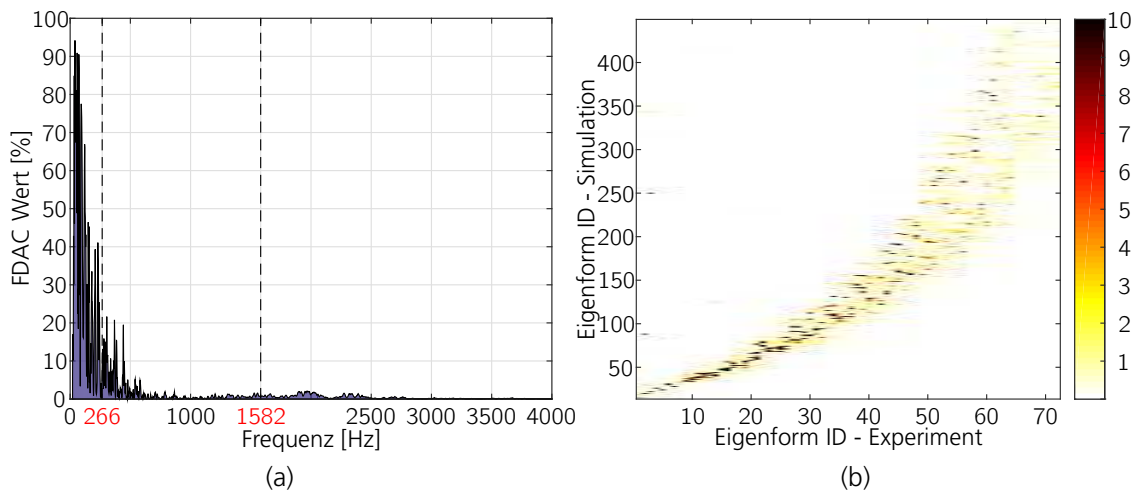


Abbildung 10.7.: (a) FDAC-Korrelation sowie (b) MAC-Korrelation zwischen Simulation und Experiment (Farbskala in %).

FDAC ist aufgrund dieser Eigenschaft der Eigenformen und insbesondere in Anbetracht der steigenden modalen Dichte und Überlappung zu erwarten.

Aufgrund der Fertigungsabweichungen ist die zur simulierte Betriebsschwingungsform bei 272 Hz korrespondierende, gemessene Schwingungsform um 6 Hz im Frequenzbereich verschoben. Die simulierte Betriebsschwingungsform bei 272 Hz ist in Abb. 10.6 (a) gezeigt und die zu dieser Schwingungsform korrespondierende, gemessene Betriebsschwingungsform bei 266 Hz ist in Abb. 10.6 (c) dargestellt. Eine Zuordnung dieser Schwingungsformen ist in diesem Fall visuell möglich. Beide Betriebsschwingungsformen weisen dieselbe Anzahl an Schwingungsknoten sowie Schwingungsbäuchen sowohl in Umfangs- als auch in Längsrichtung auf. Dennoch beträgt die FDAC-Kreuzkorrelation der Betriebsschwingungsformen 13 %. Die leichten räumlichen Verzerrungen und Verdrehungen der Betriebsschwingungsformen um die Längsachse der Kreiszylinderschale, wie sie aus Abb. 10.6 (a) und Abb. 10.6 (c) ersichtlich sind, führen zu einer schlechten Korrelation mit FDAC. Auch wenn die Betriebsschwingungsformen in Abb. 10.6 (b) und Abb. 10.6 (d) aufgrund ihrer hohen Strukturwellenzahlen schwieriger visuell zu vergleichen sind, lässt sich ein ähnliches lokales Schwingungsverhalten beobachten. Dennoch beträgt auch eine Korrelation dieser Betriebsschwingungsformen mit FDAC weniger als 5 %.

## 10.7. Korrelation der Eigenformen

Obwohl die Teststruktur eine hohe modale Dichte in dem Frequenzbereich jenseits von 320 Hz besitzt, wird eine experimentelle Modalanalyse im Frequenzbereich zwischen 0 Hz und 1000 Hz durchgeführt. Die MAC-Korrelation der gemessenen und numerischen Eigenformen ist in Abb.

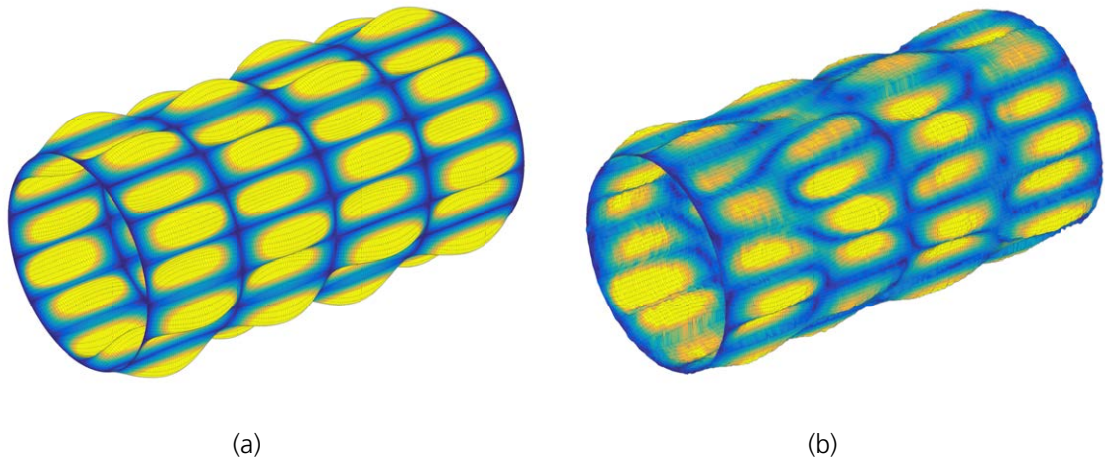


Abbildung 10.8.: (a) Simulierte Eigenform bei 273 Hz und (b) reell transformierte, gemessene Eigenform bei 266 Hz.

10.7 (b) gezeigt. Im Frequenzbereich zwischen 0 Hz und 1000 Hz besitzt das numerische FE-Modell der Kreiszylinderschale 436 Eigenformen.

Aufgrund der hohen modalen Dichte und Überlappung lassen sich aus den gemessenen Übertragungsfunktionen der realen Kreiszylinderschale nur 71 Eigenformen identifizieren. Die Farbskalierung in Abb. 10.7 (b) deutet auf eine weniger gute Korrelation zwischen den gemessenen und simulierten Eigenformen hin. Nur die tiefschwarzen Punkte in dem MAC Diagramm zeigen eine Korrelation von über 10 %. Aufgrund der schlechten Korrelation ist eine Zuordnung der gemessenen und simulierten Eigenformen über MAC ebenfalls schwierig.

Abb. 10.8 (a) zeigt die numerisch ermittelte Eigenform mit einer Eigenfrequenz von 273 Hz und Abb. 10.8 (b) die korrespondierende, gemessene Eigenform mit einer Eigenfrequenz von 266 Hz. Aufgrund der Fertigungsabweichungen der Teststruktur, wie in der Oberfläche und dem Lagenaufbau der Kohlenstofffasern, sind die Schwingungsformen und somit auch die Eigenformen räumlich leicht verdreht. Im Gegensatz dazu weist die numerische Eigenform aufgrund des idealisierten FE-Modells, wie z.B. den homogenen Materialeigenschaften, eine symmetrische Form auf. Diese räumlichen Verdrehungen führen zu einer schlechteren Korrelation mit MAC. Die MAC-Korrelation der beiden Eigenformen in Abb. 10.8 (a) und (b) beträgt 65 %.

Die numerischen Eigenformen sind rein reell. Die Dämpfung wird bei der Berechnung nicht berücksichtigt. Die gemessenen Eigenformen sind hingegen meist aufgrund der vorhandenen nicht proportionalen Dämpfung komplex. Abschnitt 6.2 zeigt, dass die Korrelation durch den Phasenwinkel signifikant beeinflusst wird. Aus diesem Grund werden bei den MAC-Korrelationen in dieser Arbeit die gemessenen, komplexen Eigenformen in rein reelle Eigenformen transformiert. Die einfachste Möglichkeit einer solchen Transformation ist die Verwendung des Betrages jedes Eigenvektorelements versehen mit einem  $\pm$  Vorzeichen in Abhängigkeit der Nähe des Phasen-

winkels zu  $0^\circ$  oder  $180^\circ$  [Ewins 2000b, S. 225].

Aufgrund der besseren MAC-Korrelation dieser reellen Eigenform bei 266 Hz und 273 Hz im Vergleich zur FDAC Kreuzkorrelation der Betriebsschwingungsformen bei 266 Hz und 273 Hz lässt sich schließen, dass die schlechte FDAC-Korrelation auf die Komplexität der Betriebsschwingungsformen zurückzuführen ist (Unsicherheiten im Phasenwinkel siehe Abschnitt 6.2).

Von den Ergebnissen der MAC-Korrelation in diesem Abschnitt lässt sich schlussfolgern, dass eine vollständige Identifikation der Eigenformen in einem Frequenzbereich hoher modaler Dichte und Überlappung scheitert. Auch die identifizierten Formen weisen aufgrund von Fertigungsabweichungen signifikante räumliche Verzerrungen auf. Eine Korrelation mit den idealisiert angenommenen und stark symmetrischen, numerischen Eigenformen scheitert.

Zudem ist fraglich, ob die 71 experimentell ermittelten Eigenformen wirklich Eigenformen sind und nicht aus mehreren Eigenformen superponierte Schwingungsformen darstellen. Für eine solche Behauptung spricht die mit steigender Eigenfrequenz zunehmende Komplexität der Eigenformen und die hohe modale Dichte und Überlappung in dem Frequenzbereich jenseits von 320 Hz.

## 10.8. Korrelation der kinetischen Energieverteilungen

Aufgrund der Unsicherheiten in der Herstellung der Kreiszylinderschale und in den Annahmen bzw. Vereinfachungen beim Modellieren des FE-Modells zeigen sowohl die Eigenformen als auch die Betriebsschwingungsformen leichte räumliche Verschiebungen und Verzerrungen. Des Weiteren lassen sich auch spektrale Verschiebungen beobachten. Auch leidet die FDAC-Korrelation unter den zuvor beschriebenen Messfehlern und der Komplexität der Betriebsschwingungsformen.

Obwohl MAC sowie FDAC auf eine nur im geringen Maße vorhandene Ähnlichkeit zwischen Simulation und Experiment hinweisen, ist dennoch offensichtlich, dass sowohl die Simulation als auch das Experiment ein ähnliches Testobjekt beschreiben. Auch wenn das Schwingungsverhalten im Detail leichte Unterschiede zwischen Simulation und Experiment aufweist, wird angenommen, dass das gemittelte Schwingungsverhalten der simulierten und der gemessenen Kreiszylinderschale ähnlich ist. Aus diesem Grund werden in diesem Abschnitt räumlich und spektral integrierte kinetische Energieverteilungen zur Korrelation verwendet.

Die Energiekorrelation ECC kennzeichnet eine signifikant bessere Korrelation zwischen Simulation und Experiment als FDAC und MAC. Das Korrelationsergebnis der kinetischen Energieverteilungen mit ECC ist in Abb. 10.9 (a) dargestellt. Die Korrelation der  $400 \times 100$  räumlich und spektral integrierten kinetischen Energien zeigt eine lineare Abhängigkeit der Energieverteilung



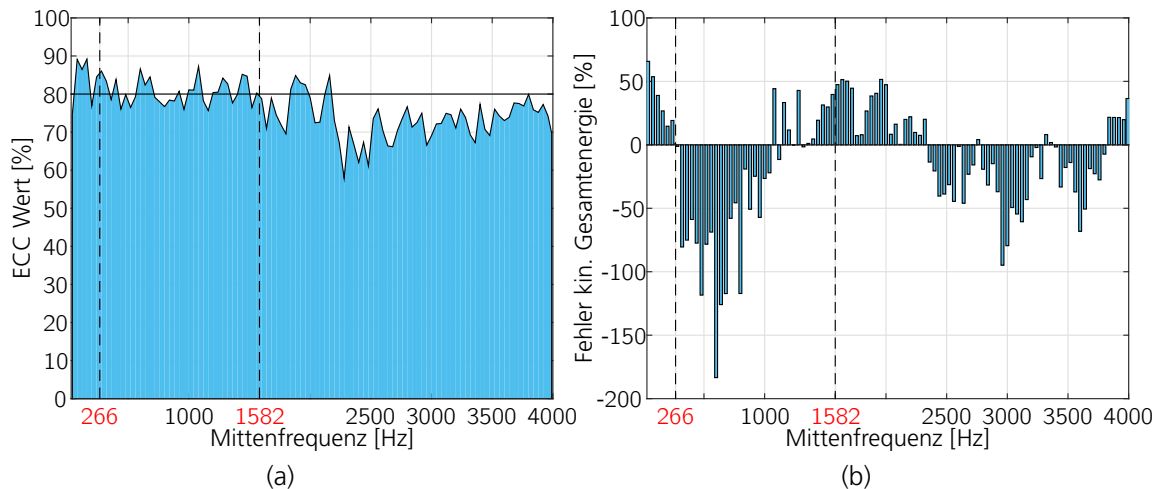


Abbildung 10.9.: Korrelation der Zylinderschale mit: (a) ECC angewendet auf die kinetische Energieverteilung und (b) Fehler der kinetischen Gesamtenergie.

gen zwischen Simulation und Experiment von durchschnittlich 80 % zwischen 30 Hz und 2000 Hz. Jenseits von 2000 Hz sinkt die Korrelation auf ca. 70 %.

Die Korrelation der integrierten kinetischen Energieverteilungen zeigt einen vergleichsweise höheren Korrelationsgrad zwischen Simulation und Experiment bei 266 Hz als FDAC zwischen den beiden Betriebsschwingungsformen. Im Frequenzband um 266 Hz beträgt der Korrelationsgrad der kinetischen Energieverteilungen mit ECC zwischen Simulation und Experiment 85 %. Die FDAC-Korrelation der Betriebsschwingungsformen weist bei 266 Hz gerade einmal 10 % auf.

Die Modellkorrelation der globalen und gemittelten kinetischen Energieverteilung weist auf eine in hohem Maße vorhandene Ähnlichkeit zwischen Simulation und Experiment hin. Eine lineare Abhängigkeit von minimal 70 % und maximal 90 % zwischen 30 Hz bis 2000 Hz signalisiert eine deutlich höhere Ähnlichkeit der beiden Modelle mit ECC als mit MAC und FDAC. Die FDAC-Korrelation zeigt zwischen 500 Hz und 2000 Hz eine lineare Abhängigkeit der Betriebsschwingungsformen von unter 10 %, welches auf eine im niedrigen Maße vorhandene Ähnlichkeit zwischen Simulation und Experiment hindeutet.

Die Energiekorrelation signalisiert eine hohe lineare Abhängigkeit der Energieverteilung in dem vom Modal Overlap Factor definierten Frequenzbereich jenseits der 320 Hz. Dieser Frequenzbereich ist geprägt von einer hohen modalen Dichte und Überlappung. Aus der in hohem Maße vorhandenen Ähnlichkeit zwischen den integrierten kinetischen Energieverteilungen von Simulation und Experiment lässt sich schließen, dass sich das globale und gemittelte Schwingungsverhalten in einem Frequenzbereich mit hoher modaler Dichte und Überlappung mit deterministischen numerischen Modellen hinreichend genau vorhersagen lässt. Das neue Energiekorrelationskriterium liefert eine aussagekräftige Korrelation zwischen dem numerischen Modell und dem Testmodell



in einem Frequenzbereich hoher modaler Dichte und starker modaler Überlappung. Dies wird in Kapitel 13 durch die eindeutige Lösung einer automatischen Modellanpassung auf Basis der integrierten kinetischen Energieverteilung bestätigt.

In Abhängigkeit der Anwendung und des Betrachters zeigt die kinetische Energiekorrelation, dass das globale und gemittelte Schwingungsverhalten der Kreiszylinderschale in diesem Bereich hinreichend genau vorhergesagt wird und eine Modellkorrelation mit Hilfe kinetischer Energieverteilungen in einem Frequenzbereich hoher modaler Dichte und Überlappung möglich ist. FDAC hingegen kann kaum eine Ähnlichkeit zwischen Simulation und Experiment jenseits des tiefen Frequenzbereichs (ab 320 Hz) feststellen. Wird von der Anwendung oder dem Betrachter eine höhere Korrelation gefordert, lässt sich mit Hilfe der integrierten kinetischen Energien eine automatische Modellanpassung des FE-Modells durchführen, um einen höheren Korrelationsgrad zwischen Simulation und Experiment zu erzielen.

Abb. 10.9 (b) zeigt den Fehler in der Gesamtenergie der Kreiszylinderschale in Abhängigkeit der Frequenz. Der Fehler in der Gesamtenergie schwankt zwischen ca. +60 % und –180 % in dem gemessenen Frequenzbereich zwischen 30 Hz und 4000 Hz.

Der Fehler in der kinetischen Gesamtenergie ist nach Gl. 7.19 berechnet worden. Ein Fehler von –100 % entspricht einem Faktor von zwei. Ein Fehler von –200 % entspricht einem Faktor von drei usw. Dies bedeutet, dass bei einem Fehler von –100 % die gemessene kinetische Gesamtenergie um den Faktor zwei größer ist als die simulierte kinetische Gesamtenergie. Bei 0 % sind die kinetischen Gesamtenergien gleich groß und bei 50 % ist die gemessene kinetische Gesamtenergie halb so groß wie die simulierte kinetische Gesamtenergie.

Diese Abweichungen in der kinetischen Energie sind in Anbetracht der Dämpfungsmodellierung nicht überraschend. Die Strukturdämpfung wurde mit konstanten 1 % über den gesamten Frequenzbereich angenommen. Dies ist eine nach bestem technischem Wissen getroffene erste Schätzung der Strukturdämpfung, welche sich in Anbetracht des Fehlers der kinetischen Gesamtenergie als nicht optimal herausstellt. Eine frequenzabhängige Dämpfungsmodellierung würde zu besseren Ergebnissen führen. Diese Behauptung wird an dieser Stelle nicht bewiesen, weil Dämpfungsmodellierung kein Bestandteil dieser Arbeit ist.

## 10.9. Zusammenfassung: Experimentelle Untersuchung des Energiekorrelationskriteriums

Dieses Kapitel zeigt, dass sich die globalen und gemittelten Schwingungsformen in einem Frequenzbereich hoher modale Dichte und starker modaler Überlappung mit Hilfe deterministischer numerischer Modelle hinreichend genau vorhersagen lassen. Dies wird durch den hohen Grad

der linearen Abhängigkeit zwischen den kinetischen Energieverteilungen des numerischen Modells und der realen Teststruktur bestätigt. An dieser Stelle wird darauf hingewiesen, dass die Anforderung an den Grad der Korrelation anwendungsspezifisch ist und somit variieren kann. Im Fall der Kreiszylinderschale weist das numerische, globale und gemittelte Schwingungsverhalten ein hohes Maß an Ähnlichkeit zum gemessenen und gemittelten Schwingungsverhalten auf. Bezüglich der räumlich und spektral detaillierteren Korrelation mit FDAC lässt sich nur ein geringes Maß an Ähnlichkeit feststellen. Wenn ein höherer Korrelationsgrad zwischen den beiden Modellen gefordert wird, empfiehlt sich eine automatische Modellanpassung, um den Grad der Korrelation auch im Detail zu erhöhen (siehe Kapitel 13).

Des Weiteren lässt sich feststellen, dass die Messfehler und kleine räumliche sowie spektrale Verschiebungen der Schwingungsformen weniger Einfluss auf den Grad der Energiekorrelation haben. Diese Eigenschaft der Energiekorrelation lässt sich auf die räumliche und spektrale Integration zurückführen, welche auch in Kapitel 9 demonstriert wurde. Eine Vektorkorrelation der  $400 \times 100$  Energiematrix ist wesentlich robuster als die Vektorkorrelation einer  $31557 \times 1986$  Matrix der Betriebsschwingungsformen. Die Ergebnisse aus diesem Kapitel, welche an einer realen Struktur nachgewiesen wurden, stimmen mit den analytischen Ergebnissen aus Kapitel 9 überein.

Zudem lässt sich feststellen, dass das gemittelte und globale Schwingungsverhalten trotz des Fehlers, welcher durch die Interpolation entsteht, ausreichend genau erfasst wird. Der hohe Korrelationsgrad zwischen den integrierten Energieverteilungen bestätigt diese Feststellung.

Die Ergebnisse der experimentellen und numerischen Untersuchung an der Kreiszylinderschale aus Faserverbundwerkstoff zeigen, dass die neue Methode der kinetischen Energiekorrelation auch in einem Frequenzbereich hoher modaler Dichte und starker modaler Überlappung zur Korrelation strukturdynamischer Modelle geeignet ist. Eine modale Identifikation ist in diesem Frequenzbereich nicht möglich und eine Modellkorrelation mit MAC nicht geeignet. FDAC zeigt aufgrund leichter räumlicher Verschiebungen der Schwingungsformen eine beinahe nicht vorhandene Korrelation zwischen Simulation und Experiment jenseits des tiefen Frequenzbereichs. Anders als MAC und FDAC liefert die Energiekorrelation mit ECC ein aussagekräftiges Ergebnis über den Grad der Ähnlichkeit des globalen und gemittelten Schwingungsverhaltens zwischen Simulation und Experiment auch in einem Frequenzbereich hoher modaler Dichte und starker modaler Überlappung. Kapitel 13 zeigt zudem, dass eine automatische Modellanpassung auf Basis der integrierten kinetischen Energieverteilungen eine eindeutige Lösung liefert.

# 11. Frequenzbereichseinteilung des Schwingungsverhaltens gemessener Strukturen

In Kapitel 10 wird der gemessene Frequenzbereich der Kreiszyinderschale aus Faserverbundwerkstoff in einen tiefen Frequenzbereich mit einzelnen, globalen Resonanzstellen und einen Frequenzbereich mit hoher modaler Dichte und Überlappung unterteilt. Die quantitative Einteilung des Frequenzbereichs lässt sich mit dem Modal Overlap Factors (Gl. 3.2) durchführen. Die Einteilung mit Hilfe des Modal Overlap Factors setzt ein ausreichend genau modelliertes numerisches Modell voraus. Der Modal Overlap Factor benötigt die Anzahl der Eigenformen in einem zuvor definierten Frequenzband, welche sich aus einem numerischen Modell einfach entnehmen lässt. Eine Abgrenzung der Frequenzbereiche aus experimentell ermittelten Schwingungsantworten lässt sich mit dem Modal Overlap Factor nicht durchführen. Die mit der Frequenz steigende modale Dichte und Überlappung erschweren eine komplette Identifikation aller Eigenformen aus den experimentell ermittelten Schwingungsantworten.

Aus diesem Grund wird in diesem Kapitel eine neue Methode zur Einteilung des tiefen, mittleren und hohen Frequenzbereichs basierend auf experimentell ermittelten Schwingungsantworten vorgeschlagen. Diese Methode wird auf die experimentell ermittelten Schwingungsantworten einer versteiften Kreiszyinderschale angewendet. Basierend auf der in Kapitel 8 vorgestellten Strukturwellenzahlanalyse wird eine Trennung von lokalen und globalen Betriebsschwingungsformen einzelner Strukturkomponenten der versteiften Kreiszyinderschale demonstriert und durch die Interpretation des Schwingungsverhaltens die Einteilung des gemessenen Frequenzbereichs vorgenommen.

**These** Eine Einteilung des tiefen, mittleren und hohen Frequenzbereichs wird durch eine Wellenzahlanalyse der Betriebsschwingungsformen ermöglicht.

**These** Eine Unterscheidung von lokalen und globalen Betriebsschwingungsformen erfolgt durch separate Wellenzahlanalysen einzelner Komponenten einer Struktur.

Am Ende des Kapitels demonstriert ein qualitativer Vergleich, dass der mit der neuen Methode eingeteilte Frequenzbereich eine sehr gute Übereinstimmung mit der aus der Literatur bekannten

Einteilung zeigt. Die aus der Literatur bekannte und qualitative Einteilung des tiefen, mittleren und hohen Frequenzbereichs wird in Abschnitt 3.2 diskutiert. Die Wellenzahlanalyse der Testdaten wird mit Hilfe eigens geschriebener Software in MATLAB R2014b realisiert.

### 11.1. Beschreibung des Schwingungsverhaltens im tiefen bis hohen Frequenzbereich

Für vibroakustische Untersuchungen ist eine Einteilung des Frequenzbereichs in tiefen, mittleren und hohen Frequenzbereich wichtig, weil einige Methoden und Verfahren in Anbetracht vibroakustischer Herausforderungen nur für bestimmte Frequenzbereiche optimal geeignet sind. Zu diesen Methoden und Verfahren gehören sowohl Vorhersagemethoden, wie z.B. FEM und SEA, als auch experimentelle Verfahren, wie z.B. EMA und PIM. Deshalb wurde eine versteifte Kreiszyinderschale von Airbus Operations zur Verfügung gestellt, welche experimentelle Untersuchungen einer Flugzeugrumpfstruktur im Labor ermöglicht. Diese Teststruktur, genannt MiniCRAFD, stellt ein skaliertes Modell einer zylindrischen Sektion eines A320 Rumpfs im Maßstab 1:6 dar und besitzt ein ähnliches Schwingungsverhalten. Durch die experimentelle Untersuchung an dem skalierten Flugzeugrumpf wird es möglich sein den tiefen, mittleren und hohen Frequenzbereich bezüglich deren Schwingungsverhaltens einteilen zu können. Das 3D CAD Modell der MiniCRAFD Teststruktur ist in Abb. 11.1 dargestellt. Im folgenden Abschnitt wird das Schwingungsverhalten der skalierten Flugzeugrumpfstruktur beschreiben. In den darauffolgenden Abschnitten wird eine Einteilung des Frequenzbereichs auf Basis der in diesem Kapitel diskutierten und gemessenen Schwingungsantworten vorgenommen.

Die versteifte Kreiszyinderschale ist 957 mm lang und hat einen Durchmesser von 701 mm. Gefertigt wurde die MiniCRAFD Teststruktur aus Aluminium. Die Haut der Kreiszyinderschale ist 0,5 mm dick und besteht aus zwei Aluminiumblechen. Die unter dem Aluminiumblech befindliche Versteifung ist über einen Cyanacrylat-Klebstoff mit den beiden Aluminiumblechen verklebt. Die beiden Aluminiumbleche sind aus Gründen der Stabilität mit 56 Schrauben an den beiden gegenüberliegenden Seiten fest miteinander verschraubt. Die Aluminiumbleche der Kreiszyinderschale sind mit zehn ringförmigen Spanten (Querversteifung) und 80 Stringer (Längsversteifung) versteift. Alle Versteifungen sind räumlich gleichmäßig verteilt. Durch diese Verteilung entstehen  $80 \times 9$  Hautfelder der Größe 111 mm  $\times$  27 mm.

### 11.2. Testaufbau und Testdurchführung

Der Testaufbau ist ähnlich dem in Kapitel 10 vorgestellten Aufbau der einfachen Kreiszyinderschale aus Faserverbundwerkstoff und ist in Abb. 11.2 gezeigt. In diesem Testfall wird aufgrund

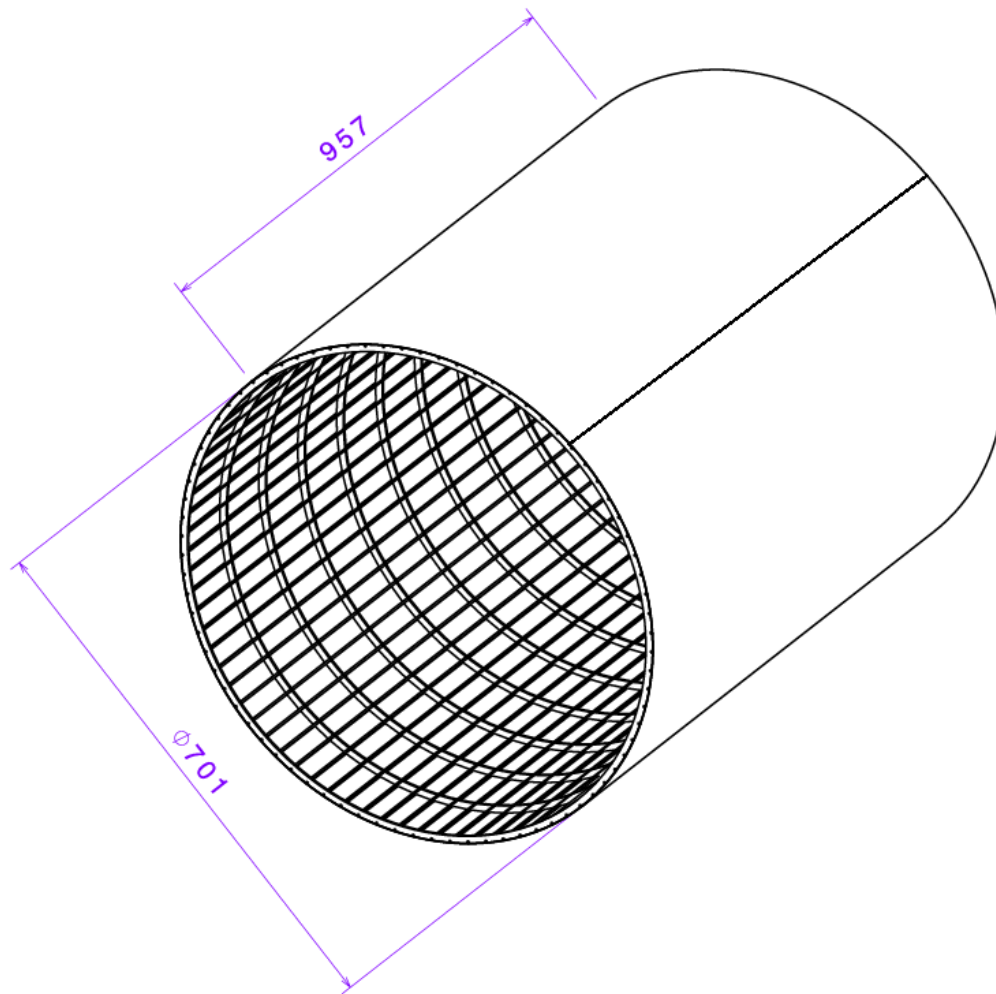


Abbildung 11.1.: 3D-Modell der MiniCRAFD Teststruktur einschließlich Stringer (Längsversteifung) und Spanten (Querversteifung).

der Größe der MiniCRAFD Teststruktur eine geringere Messpunktauflösung gewählt. Die vom Laservibrometer gemessenen Linien werden mit 101 gleichmäßig verteilten Messpunkten abgetastet. Dabei wird jede Stringerposition und jedes Hautfeld zwischen zwei Stringer abgetastet. Durch diese Abtastung ergeben sich 160 Linien. Insgesamt werden 16160 Messpunkte gemessen.

Der Schwingungserreger wird radial im Inneren der Kreiszylinderschale angebracht. Über eine kleine Aluminiumscheibe wird der Schwingungserreger mit zwei benachbarten Stringer verbunden. Die Anbindung an die Versteifung der Kreiszylinderschale dient dazu, dass sich die Anregungsenergie gleichmäßig über die gesamte Struktur verteilt und nicht lokal nur ein Hautfeld

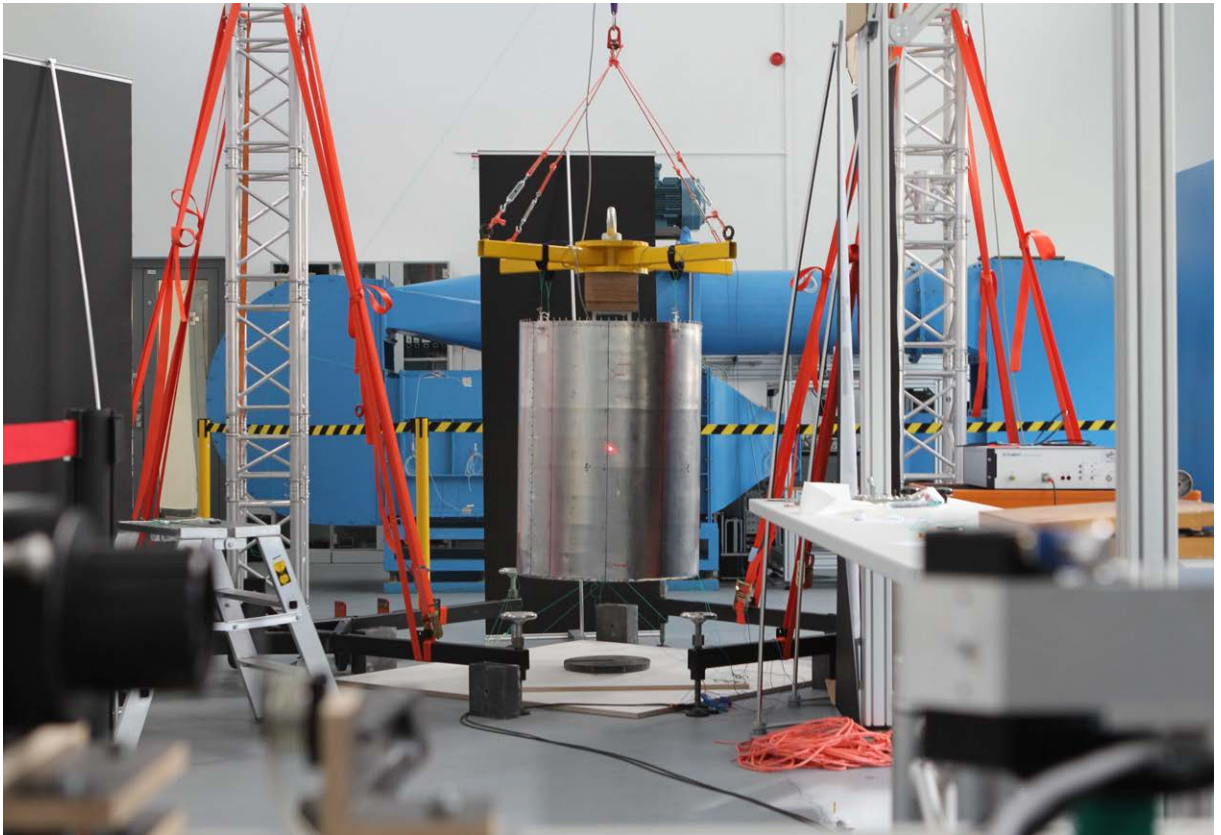


Abbildung 11.2.: MiniCRAFT Teststruktur einschließlich Aufhängung und Laserpunkt des Laservibrometers.

zum Schwingen anregt. Auch bei dieser Messung bleibt der Schwingungserreger während der gesamten Messung mit der MiniCRAFT Teststruktur verbunden und wird mit dem Aufbau gedreht. In Abb. 7.2 (a) bis (d) ist der Angriffspunkt des Schwingungserregers aufgrund der Masse der kleinen Aluminiumscheibe deutlich zu erkennen. Die FE-Punktmassen der Aluminiumscheibe sind als dunkelblaue Punkte in den Abbildungen dargestellt. Der Angriffspunkt befindet sich 186 mm in Längsrichtung vom oberen Rand der Kreiszylinderschale entfernt im Inneren der Teststruktur.

## 11.3. Interpretation der gemessenen Übertragungsfunktionen

Abb. 11.3 zeigt alle 16160 gemessenen Übertragungsfunktionen der MiniCRAFD Teststruktur. Es zeigt die Amplitude der Geschwindigkeitsantwort der MiniCRAFD Teststruktur bezogen auf die Punktkraftanregung durch den Schwingungserreger. Aufgrund der Menge an Übertragungsfunktionen zeigt das Diagramm nur die Kontur aller Übertragungsfunktionen getrennt nach Messpunkten verschiedener Komponenten der Teststruktur. Die Übertragungsfunktionen der Spanten sind in hellblau, der Stringer in dunkelrot und die Hautfelder in hellgrün dargestellt.

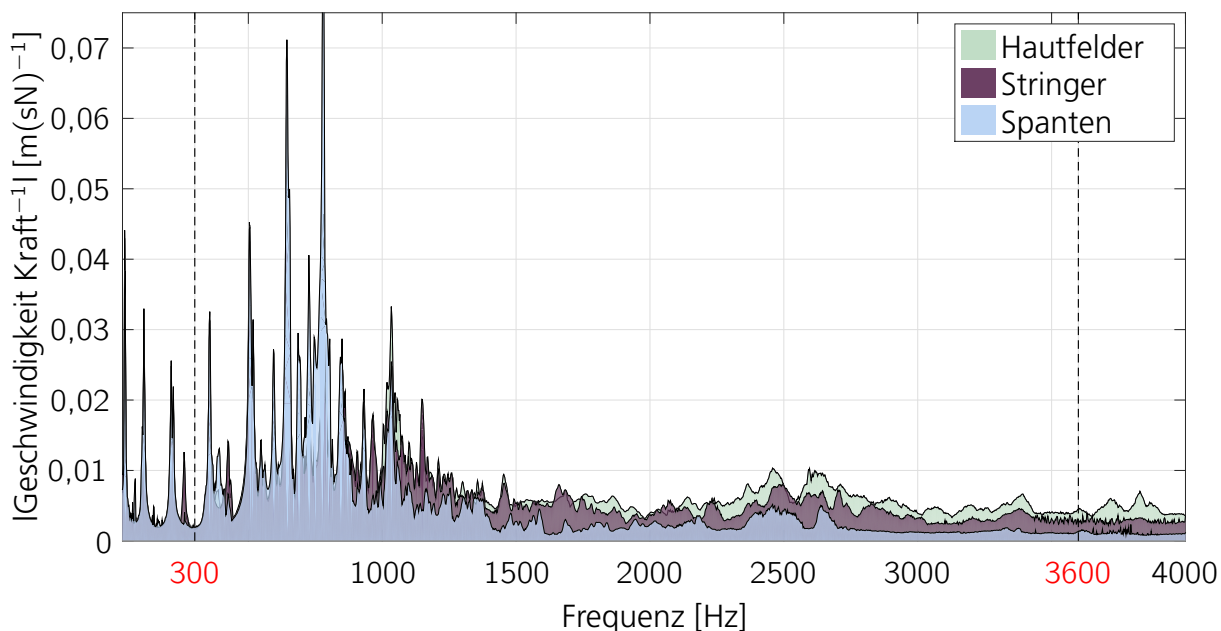


Abbildung 11.3.: Die gemessenen Übertragungsfunktionen der 16160 Messpunkte sind als Farbkontur getrennt nach Strukturkomponente dargestellt.

Wie in Abb. 11.3 zu sehen ist, zeigen alle Übertragungsfunktionen dieselben Resonanzspitzen bis ca. 1000 Hz. In diesem Frequenzbereich zeigt die versteifte Kreiszylinderschale ein globales Schwingungsverhalten. Alle Messpunkte liefern in den einzelnen Resonanzspitzen der Übertragungsfunktionen einen Beitrag zur globalen Schwingungsform der MiniCRAFD Teststruktur. In diesem Frequenzbereich können globale Eigenformen sehr einfach mit Hilfe der experimentellen Modalanalyse identifiziert werden.

Jenseits von 1500 Hz folgen die Amplituden der Geschwindigkeit der versteiften Kreiszylinderschale, verglichen mit dem Verlauf unter 1000 Hz, einem praktisch flachen Verlauf. Aus diesem

Kurvenverlauf lässt sich schließen, dass sich die meiste kinetische Energie der MiniCRAFD Teststruktur im Frequenzbereich unter 1000 Hz befindet. Die kinetische Energie ist proportional zur Masse und dem Betrag der Geschwindigkeit zum Quadrat (siehe Abschnitt 7.1) und wird somit von der Geschwindigkeit dominiert, wenn die Masse der Struktur gleichmäßig verteilt ist.

Wie aus der Einfärbung in Abb. 11.3 zu erkennen ist, trennen sich im höheren Frequenzbereich ab ca. 1500 Hz alle Übertragungsfunktionen der Messpunkte auf den Versteifungen von den Messpunkten auf den Hautfeldern. Die Amplituden der Übertragungsfunktionen der Hautfelder sind wesentlich größer als die Amplituden der Versteifungen. Aus diesem Amplitudenverlauf lässt sich schließen, dass die Hautfelder die meiste kinetische Energie der versteiften Kreiszylinderschale beinhalten und die Versteifungen nahezu keine dynamische Antwort auf die Anregung zeigen. Die versteifte Kreiszylinderschale besitzt ein dominierend lokales Schwingungsverhalten im höheren Frequenzbereich.

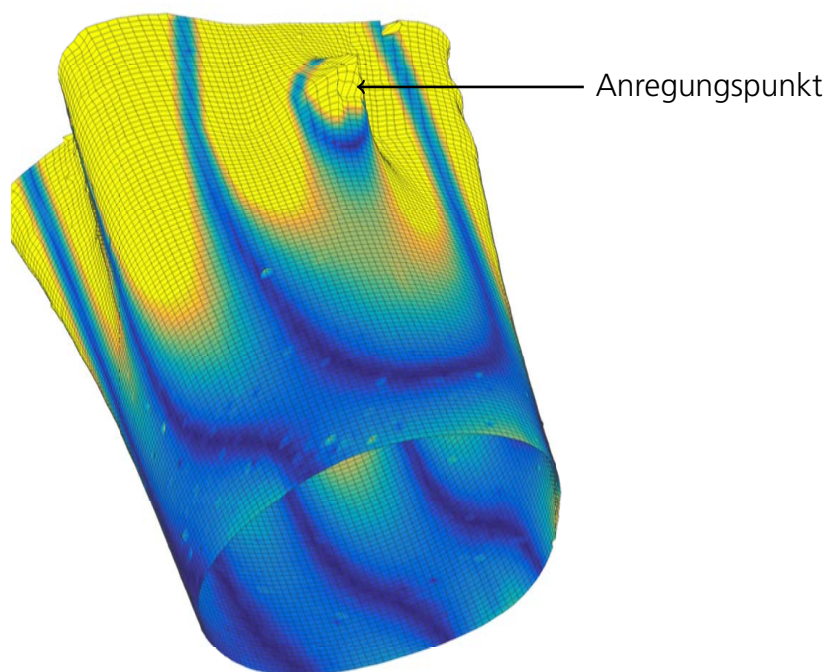
## 11.4. Interpretation der gemessenen Betriebsschwingungsformen

Abb. 11.4 bestätigt die Beobachtungen aus dem vorherigen Abschnitt 11.3. Es zeigt die Betriebsschwingungsformen bei 300 Hz und 3600 Hz. Die Betriebsschwingungsform bei 300 Hz zeigt ein globales Schwingungsverhalten und die Betriebsschwingungsform bei 3600 Hz ein stark lokales Schwingungsverhalten.

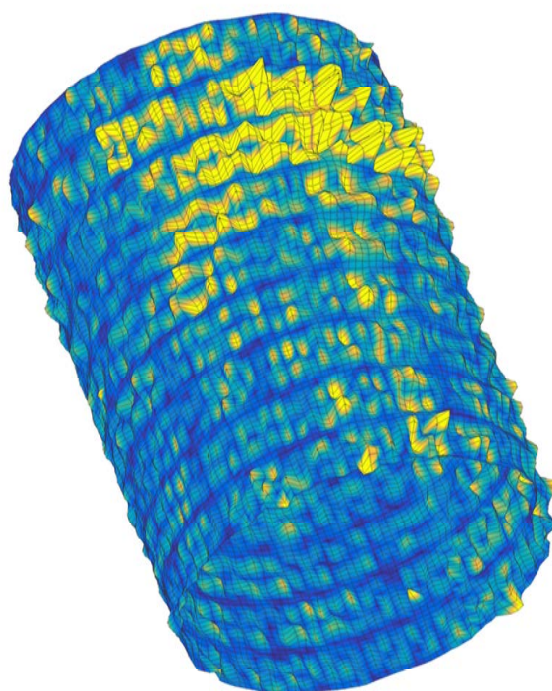
Abb. 11.4 (a) zeigt eine globale Strukturwelle, die sich primär in Umfangsrichtung ausbreitet. Der Anregungspunkt und die Knotenlinien der Schwingungsform sind deutlich sichtbar. Aufgrund der großen Schwingungsamplituden lässt sich schließen, dass sich die meiste kinetische Energie im „oberen“ Bereich um den Anregungspunkt der versteiften Kreiszylinderschale befindet. Die Eingangsenergie wird dem System über den Anregungspunkt zugefügt und breitet sich von dort aus, bleibt aber in dem „oberen“ Bereich der versteiften Kreiszylinderschale. Es ist anzunehmen, dass im „oberen“ Bereich der Kreiszylinderschale die Energie durch die Aufhängung, durch die Materialdämpfung oder als abgestrahlter Schall in die umgebende Luft dissipiert.

Während die globale Betriebsschwingungsform in Abb. 11.4 (a) eindeutig interpretierbar ist und sowohl der Anregungspunkt als auch die Energieverteilung ein deutlich regelmäßiges Verhalten zeigen, ist in Abb. 11.4 (b) ein eher unregelmäßiges Verhalten zu erkennen. Der Anregungspunkt ist nicht mehr sichtbar und die Energieverteilung scheint zufällig. Eine nähere Betrachtung von Abb. 11.4 (b) zeigt, dass sich die meiste kinetische Energie in den Hautfeldern zwischen den Versteifungen befindet. In Abb. 11.4 (b) sind eindeutig gerade Linien sichtbar. Diese geraden Linien deuten darauf hin, dass die Versteifungen verglichen mit den Hautfeldern kaum auf die Anregung antworten. Dieses Verhalten stimmt mit der Interpretation von Abb. 11.3 überein.





(a)



(b)

Abbildung 11.4.: Betriebsschwingungsform bei (a) 300 Hz und (b) 3600 Hz.

## 11.5. Einteilung des Frequenzbereichs mit dem Phasenwinkel der Eingangsleistung

Bevor die neue Methode zur Einteilung des Frequenzbereichs auf Basis der Wellenzahlanalyse demonstriert wird, wird ein aus der Literatur bekanntes Kriterium auf die Testergebnisse der MiniCRAFD Teststruktur angewendet. Das aus der Literatur bekannte Kriterium zur Einteilung des Frequenzbereichs in tiefen, mittleren und hohen Frequenzbereich basiert auf dem Phasenwinkel der Eingangsleistung. Diese Einteilung des Frequenzbereichs wird in Abschnitt 3.2.2 erörtert.

Dieses Kriterium wird in diesem Abschnitt auf die Testergebnisse der versteiften Kreiszyinderschale angewendet. Das Ergebnis dieser Methode ist in Abb. 11.5 gezeigt.

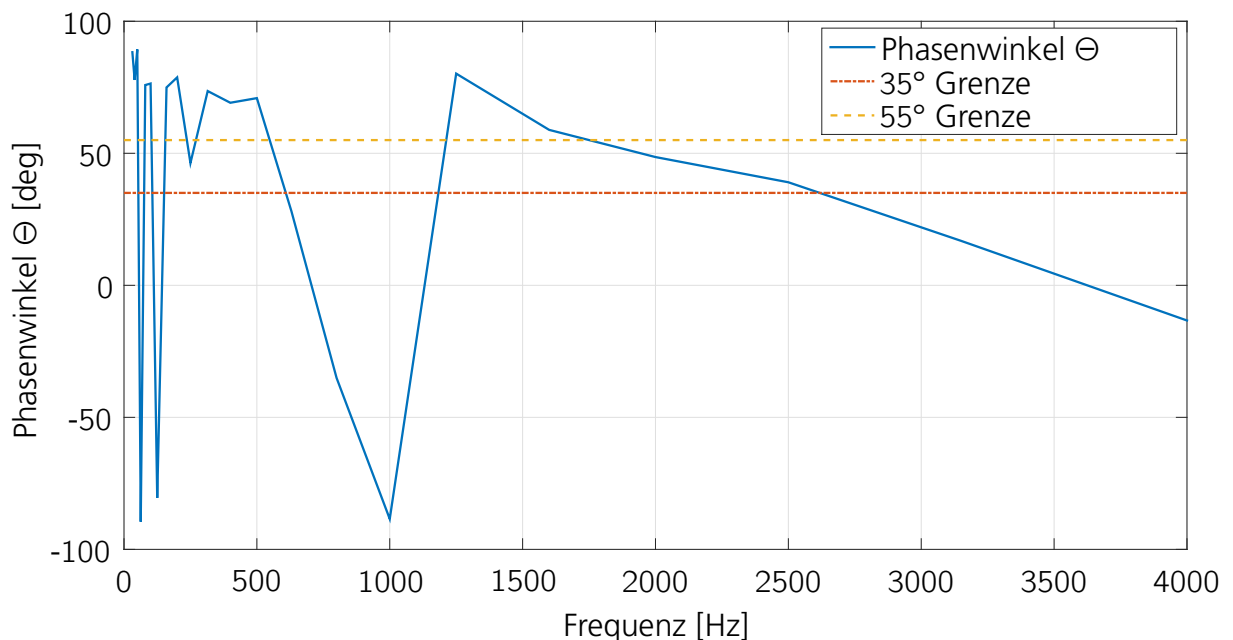


Abbildung 11.5.: Über Terzbänder gemittelter Phasenwinkel der Eingangsleistung der MiniCRAFD Teststruktur.

Abb. 11.5 zeigt, dass sich die Einteilung des Frequenzbereichs mit dem Kriterium aus [li u. a. 2012] nicht auf die versteifte Kreiszyinderschale übertragen lässt. Der Phasenwinkel der Eingangsleistung schwankt stark zwischen  $\pm 90^\circ$  in dem Frequenzbereich zwischen 0 Hz und 1200 Hz. Diesen Schwankungen im Phasenwinkel folgt ein kontinuierlicher Abfall des Phasenwinkels von  $90^\circ$  auf ca.  $-15^\circ$  in dem Frequenzbereich zwischen 1200 Hz und 4000 Hz. Eine Konvergenz des Phasenwinkels ist nicht zu beobachten.

Dieser Verlauf ist qualitativ nicht vergleichbar mit dem Verlauf aus Abb. 3.4. Eine Konvergenz des Phasenwinkels auf  $35^\circ$  ist nicht vorhanden. Auch der im Grunde konstante Abfall des Phasenwinkels von  $90^\circ$  auf  $35^\circ$  mit steigender Frequenz, wie in Abb. 3.4 gezeigt, lässt sich nicht beobachten.

## 11.6. Wellenzahlbasierte Einteilung des Frequenzbereichs

In diesem Abschnitt wird die in Kapitel 8 vorgestellte, neue Methode der Frequenzbereichseinteilung auf Basis einer Strukturwellenzahlanalyse anhand der gemessenen Strukturantworten der MiniCRAFD Teststruktur demonstriert. Dem Verfahren aus Kapitel 8 folgend werden zuerst alle gemessenen Betriebsschwingungsformen in das Wellenzahlspektrum transformiert. Die Frequenzauflösung des gemessenen Frequenzbereichs zwischen 30 Hz und 4000 Hz beträgt 2 Hz. Aus dieser Frequenzauflösung ergeben sich insgesamt 1986 gemessene Betriebsschwingungsformen der MiniCRAFD Teststruktur im betrachteten Frequenzbereich.

Die Betriebsschwingungsform der MiniCRAFD Teststruktur bei 1360 Hz ist in Abb. 11.6 (a) dargestellt. Abb. 11.6 (d) zeigt das Wellenzahlspektrum in Längs- und Umfangsrichtung ( $k_x, k_y$ ) der Betriebsschwingungsform. Eine visuelle Analyse des Wellenzahlspektrums deutet eindeutig darauf hin, dass die Betriebsschwingungsform der MiniCRAFD Teststruktur bei 1360 Hz aus einer Überlagerung mehrerer Strukturwellen mit unterschiedlichen Strukturwellenzahlen besteht. Nachdem alle Strukturwellenzahlen dieser Betriebsschwingungsform bei 1360 Hz identifiziert wurden, kann ein Wellenzahlspektrum in Abhängigkeit der Frequenz erstellt werden. Ein solches Wellenzahlspektrum ist in Abb. 11.6 (c) als Diagramm gezeigt. Dieses Diagramm enthält die identifizierten Strukturwellenzahlen der MiniCRAFD Teststruktur in Umfangsrichtung bei 1360 Hz. Aufgrund der strukturellen Eigenschaften der untersuchten Kreiszylinderschale breiten sich Strukturwellen primär in Umfangsrichtung aus. Aus diesem Grund wird in der folgenden Diskussion nur die Umfangsrichtung betrachtet und die Strukturwellenzahlen in Längsrichtung vernachlässigt. Analysiert werden nur Strukturwellen, deren Amplitude größer als 50 % der dominanten Strukturwelle ist.

Die dominante Strukturwelle ist in dieser Arbeit als die Strukturwelle mit der größten Amplitude bzw. höchsten Spitze im Wellenzahlspektrum definiert.

Nachdem alle Strukturwellenzahlen der 1986 Betriebsschwingungsformen der MiniCRAFD Teststruktur identifiziert wurden, kann ein Wellenzahlspektrum in Abhängigkeit der gemessenen Frequenzen erstellt werden. Dieses frequenzabhängige Wellenzahlspektrum ist in Abb. 11.7 dargestellt.

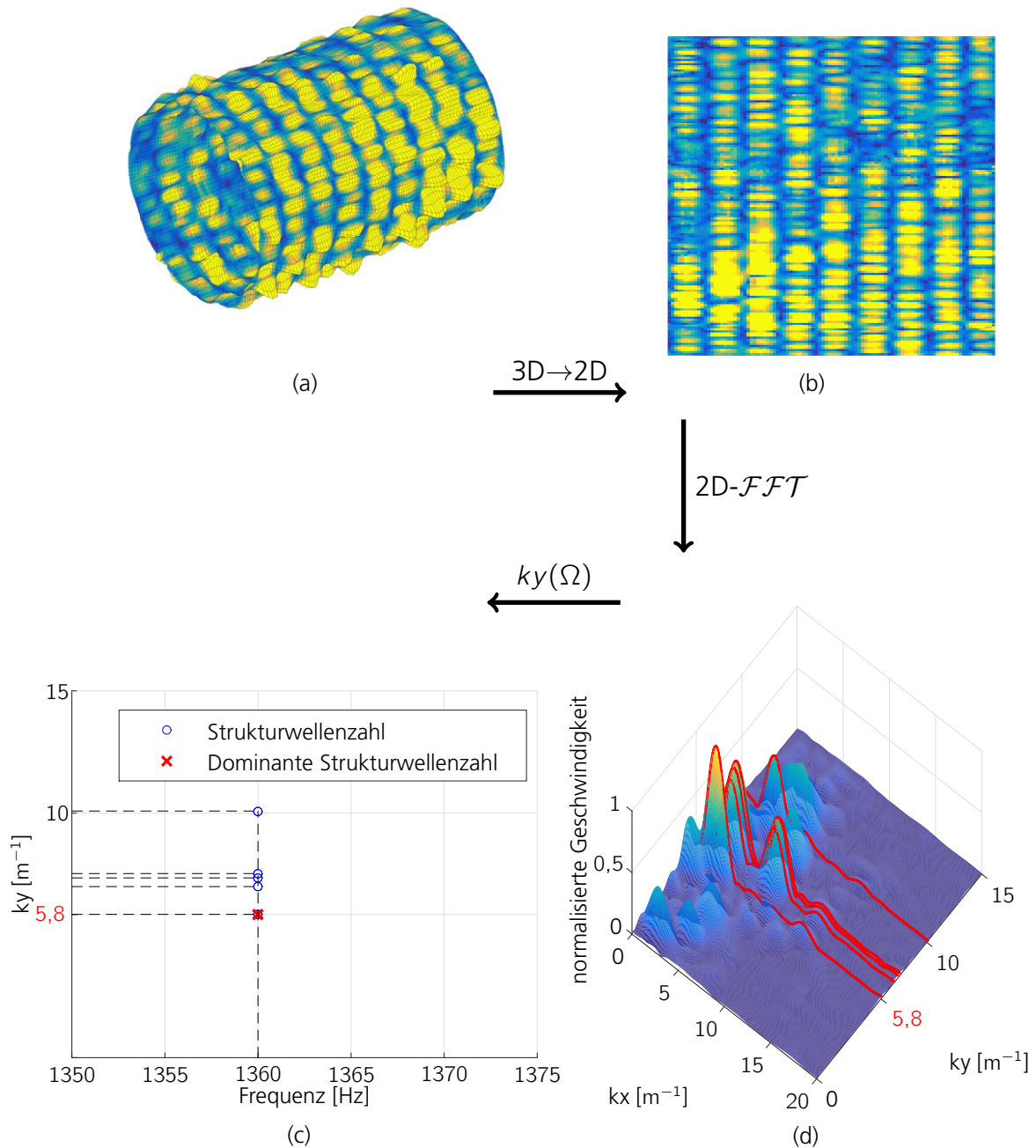


Abbildung 11.6.: (a) 3D Betriebsschwingungsform bei 1360 Hz (b) Auf eine 2D Fläche abgerollte 3D Betriebsschwingungsform bei 1360 Hz (c) Identifizierte Wellenzahlen in Umfangsrichtung ( $k_y$ ) der Spitzen im Wellenzahlspektrum (d) Wellenzahlspektrum mit den identifizierten Wellenzahlen in Längsrichtung ( $k_x$ ) und in Umfangsrichtung ( $k_y$ ) bei 1360 Hz.

Abb. 11.7 zeigt ein für versteifte Strukturen typisches Wellenzahlspektrum in Abhängigkeit der Frequenz. Eine Eigenschaft versteifter Strukturen, welche eindeutig auch im Wellenzahlspektrum zu erkennen ist, ist die mit der Frequenz steigende Strukturwellenzahl in Umfangsrichtung (siehe Zitat).

„However, as the frequency increases, the finite element mesh must be refined in order to capture shorter-wavelength vibration, [...]“ [Castanier u. Pierre 2002, S. 3]

Im folgenden Abschnitt wird das frequenzabhängige Wellenzahlspektrum der MiniCRAD Teststruktur aus Abb. 11.7 abschnittsweise für den tiefen, mittleren und hohen Frequenzbereich visuell analysiert.

Die Strukturwellenzahl, welche die meiste kinetische Energie beinhaltet, ist in Abb. 11.7 rot gekennzeichnet. Diese Wellenzahl korrespondiert mit der dominanten Strukturwelle.

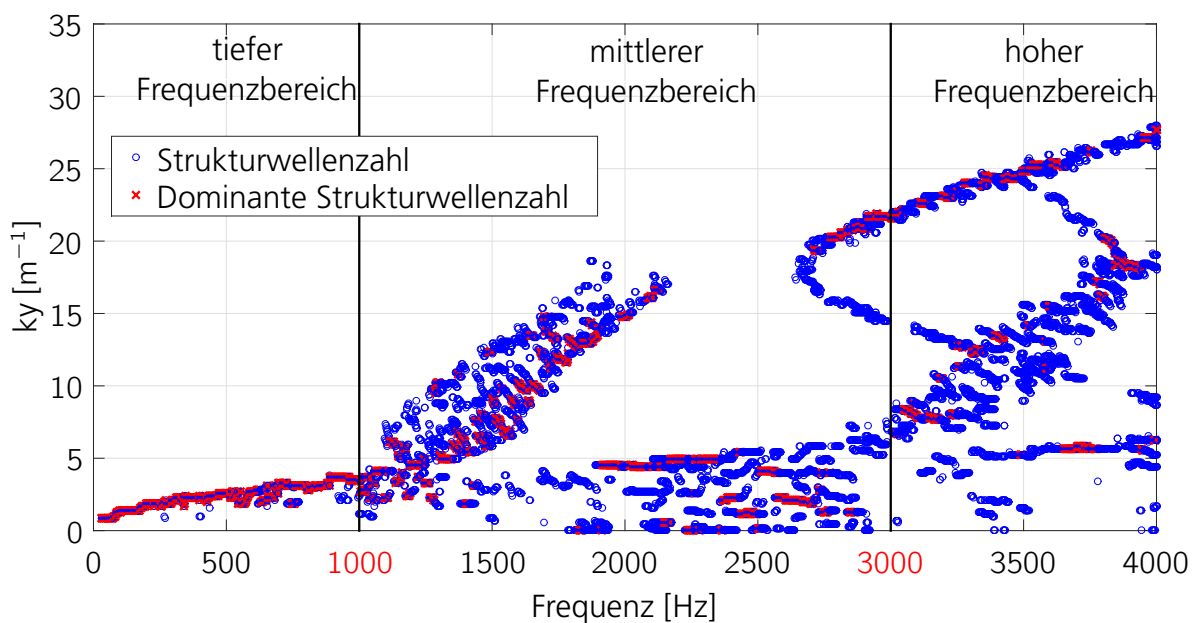


Abbildung 11.7.: Identifizierte Strukturwellenzahlen in Umfangsrichtung ( $k_y$ ) in Abhängigkeit der Frequenz.

## 11.7. Tiefer Frequenzbereich

Der in diesem Abschnitt diskutierte, gemessene Frequenzbereich der MiniCRAFD Teststruktur liegt zwischen 0 Hz und 1000 Hz (siehe Abb. 11.7). Im tiefen Frequenzbereich bis 1000 Hz steigt die Strukturwellenzahl nur langsam mit der Frequenz. In dem Frequenzbereich zwischen 500 Hz und 1000 Hz identifiziert die 2D-Fourier-Transformation mehr als eine Strukturwellenzahl pro Betriebsschwingungsform. Dennoch dominiert pro Betriebsschwingungsform nur eine Strukturwelle. Diese dominante Strukturwelle enthält signifikant mehr kinetische Energie als die anderen identifizierten Strukturwellen. Aus diesem Grund werden die eindeutig globalen Schwingungsformen der MiniCRAFD Teststruktur im tiefen Frequenzbereich von den dominanten Strukturwellen geprägt. Dieses rein globale Schwingungsverhalten der MiniCRAFD Teststruktur im tiefen Frequenzbereich wird in Abschnitt 11.4 beschrieben (siehe Abb. 11.4 (a)).

## 11.8. Mittlerer Frequenzbereich

Der in diesem Abschnitt diskutierte, gemessene Frequenzbereich der MiniCRAFD Teststruktur liegt zwischen 1000 Hz und 3000 Hz (siehe Abb. 11.7). Jenseits von 1000 Hz steigt die Strukturwellenzahl signifikant schneller an und auch mehr als eine Strukturwellenzahl wird durch die 2D-Fourier-Transformation identifiziert. In dem Frequenzbereich zwischen 1000 Hz und 2000 Hz lassen sich zwei Gruppen von Wellenzahlen beobachten. Diese zwei Gruppen von Wellenzahlen deuten auf unabhängige Schwingungsantworten zweier Gruppen von Strukturkomponenten der versteiften Kreiszyinderschale hin.

Die beiden identifizierten Gruppen von Strukturkomponenten antworten unabhängig voneinander auf die Kraftanregung. Zum einen zeigen die Stringer und Hautfelder zwischen den Spanten ein gemeinsames lokales Schwingungsverhalten. Kleine Strukturwellen mit hohen Wellenzahlen (über ca.  $5 \text{ m}^{-1}$ ) breiten sich zwischen den Spanten aus (siehe Abb. 11.6 (a)).

Neben den hohen Wellenzahlen lassen sich in Abb. 11.7 lange Strukturwellen mit kleinen Wellenzahlen (unter ca.  $5 \text{ m}^{-1}$ ) zwischen 1000 Hz und 2000 Hz identifizieren. Diese Wellenzahlen stimmen mit den Schwingungsantworten der Spanten überein, welche signifikant steifer als die Stringer und Hautfelder sind. Aufgrund ihrer Steifigkeit antworten die Spanten praktisch unabhängig von den Stringer und Hautfeldern, während die Schwingungsantwort der Stringer und Hautfelder auf eine starke Kopplung hindeuten. Dieses Schwingungsverhalten ist in Abb. 11.6 (a) gezeigt.

Die meiste kinetische Energie konzentriert sich auf die Bereiche zwischen den Spanten. Aus diesem Grund korrespondiert die dominante Strukturwellenzahl mit der gekoppelten Schwingungsantwort der Stringer und Hautfelder.

Zwischen 2000 Hz und 3000 Hz zeigt die MiniCRAFD Teststruktur ein zusammenhängendes globales Schwingungsverhalten. Die 2D-Fourier-Transformation identifiziert nur kleine Wellenzahlen unter ca.  $5 \text{ m}^{-1}$  für alle Komponenten der Struktur. Die Interpretation dieser kleinen identifizierten Wellenzahlen deutet auf ein stark gekoppeltes und globales Schwingungsverhalten aller Komponenten der Struktur hin.

Die versteifte Kreiszylinderschale zeigt zwischen 1000 Hz bis 3000 Hz sowohl ein lokales als auch globales Schwingungsverhalten. Dieses Verhalten ist eine prädominante Eigenschaft des mittleren Frequenzbereichs.

## 11.9. Hoher Frequenzbereich

Der in diesem Abschnitt diskutierte, gemessene Frequenzbereich der MiniCRAFD Teststruktur liegt zwischen 3000 Hz und 4000 Hz (siehe Abb. 11.7). 4000 Hz ist die Obergrenze des gemessenen Frequenzbereichs. Jenseits der 3000 Hz werden drei Gruppen von Wellenzahlen identifiziert. In dem Frequenzbereich zwischen 3000 Hz und 4000 Hz steigt die dominante Wellenzahl von  $20 \text{ m}^{-1}$  auf  $28 \text{ m}^{-1}$  bis auf wenige Ausnahmen monoton an. Diese Gruppe von dominanten Wellenzahlen korrespondiert mit der Schwingungsantwort der Hautfelder, welche die meiste kinetische Energie in diesem Frequenzbereich besitzen. Die zu den dominanten Strukturwellenzahlen korrespondierenden Strukturwellen breiten sich zwischen den Spanten aus. Die Knotenlinien dieser Strukturwellen korrespondieren mit den Positionen der Stringer. Dieses Schwingungsverhalten ist in Abb. 11.4 (b) gezeigt.

Das lokale Schwingungsverhalten der Spanten wird auch in diesem Frequenzbereich jenseits von 3000 Hz von der 2D-Fourier-Transformation identifiziert. Auch im hohen Frequenzbereich korrespondiert das Schwingungsverhalten der Spanten mit der Gruppe von Wellenzahlen unter ca.  $5 \text{ m}^{-1}$ .

Zusätzlich zu diesen beiden Gruppen von Wellenzahlen identifiziert die 2D-Fourier-Transformation noch eine dritte Gruppe von Wellenzahlen zwischen ca.  $5 \text{ m}^{-1}$  und  $20 \text{ m}^{-1}$ . Diese Gruppe liegt zwischen den Wellenzahlen der Hautfelder und den Wellenzahlen der Spanten, jenseits von 3000 Hz. Dieses lokale Schwingungsverhalten korrespondiert mit dem Gerüst aus Stringer, welche durch die schwache Biegesteifigkeit der Aluminiumbleche der Hautfelder schwach miteinander gekoppelt sind. Durch diese leichte Kopplung der Stringer breiten sich Strukturwellen über die Stringer in Umfangsrichtung aus. Die Schwingungsform des Gerüst aus Spanten und den überlagerten Hautfeldschwingungen ist in Abb. 7.6 (a) vereinfacht dargestellt.

Die Interpretation des Wellenzahlspektrums jenseits von 3000 Hz lässt auf ein dominant lokales Schwingungsverhalten der versteiften Kreiszylinderschale schließen. Die 2D-Fourier-Transformation ist dennoch in der Lage, das lokale Schwingungsverhalten der drei Strukturkomponenten zu

identifizieren. Obwohl die Stringer und Spanten signifikant weniger kinetische Energie als die Hautfelder enthalten, ist eine Identifikation möglich.

### 11.10. Räumlich getrennte Betrachtung der Schwingungsantwort der versteiften Kreiszyinderschale

In diesem Abschnitt wird eine, von den Strukturkomponenten abhängige, visuelle Analyse der Wellenzahlen durchgeführt. Bei dieser Analyse wird die 2D-Fourier-Transformation auf zwei Untermengen von Messpunkten angewendet. Die eine Untermenge der Betriebsschwingungsformen beinhaltet nur Messpunkte auf den Spantpositionen, während die andere Untermenge nur Messpunkte auf den Stringerpositionen besitzt.

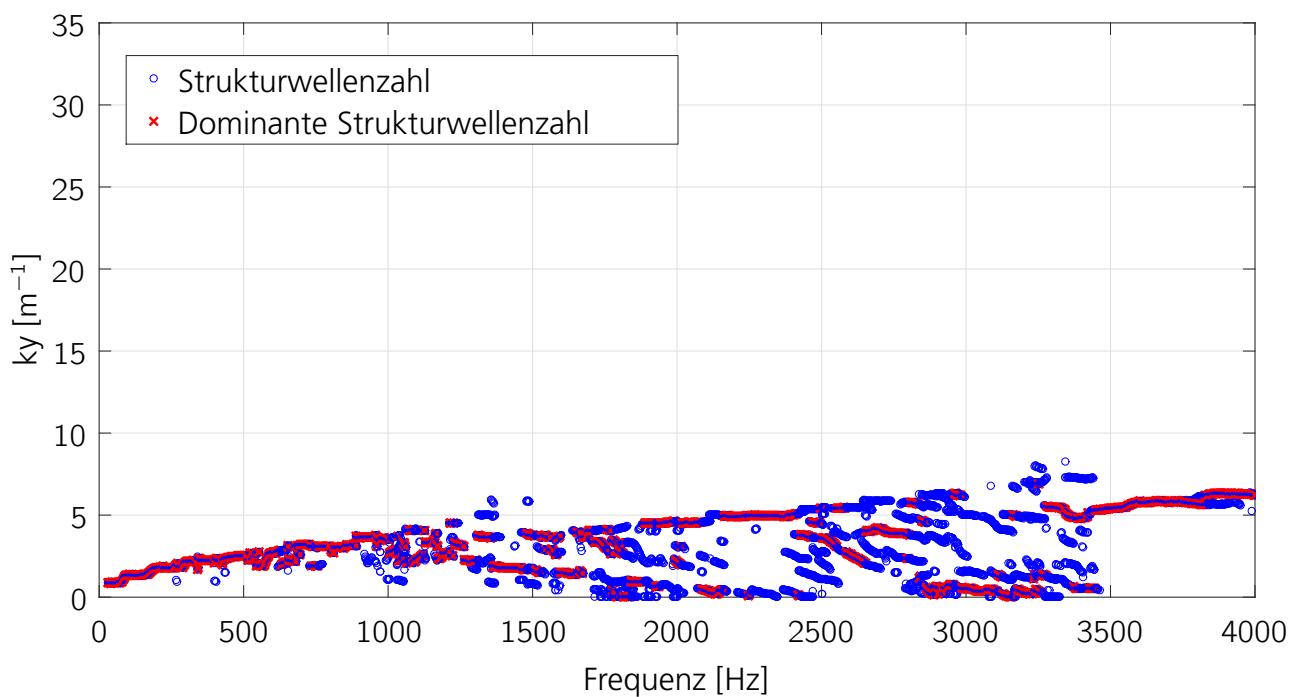
Abb. 11.8 (a) stellt die von der 2D-Fourier-Transformation identifizierten Wellenzahlen der Spantpositionen dar. Ein Vergleich mit Abb. 11.7 zeigt, dass bei dieser Wellenzahlenanalyse nur Wellenzahlen identifiziert wurden, die zu den Spanten gehören. Diese Analyse der Wellenzahlen bestätigt die Beobachtungen aus den vorherigen Abschnitten. Die Gruppe von Wellenzahlen unter ca.  $5 \text{ m}^{-1}$  korrespondiert mit den Schwingungsantworten der Spanten. Unter 1000 Hz ist ein gekoppeltes Schwingungsverhalten der drei Strukturkomponenten vorhanden und die versteifte Kreiszyinderschale weist in diesem Frequenzbereich globale Betriebsschwingungsformen auf. Ein Vergleich zwischen Abb. 11.7 und Abb. 11.8 (a) zeigt, dass das Schwingungsverhalten der Spanten jenseits von 1000 Hz unabhängig vom Rest der Struktur ist.

Abb. 11.8 (b) stellt die von der 2D-Fourier-Transformation identifizierten Wellenzahlen der Stringerpositionen dar. Unter 1000 Hz ist wieder das gekoppelte Schwingungsverhalten der drei Strukturkomponenten vorhanden. Jenseits der 1000 Hz trennt sich das gekoppelte Schwingungsverhalten der Stringer und Hautfelder von dem Schwingungsverhalten der Spanten. Aufgrund der schwachen Kopplung zwischen Stringer und Spanten über die Biegesteifigkeit der Aluminiumbleche der Hautfelder werden auch die Wellenzahlen der Spanten identifiziert.

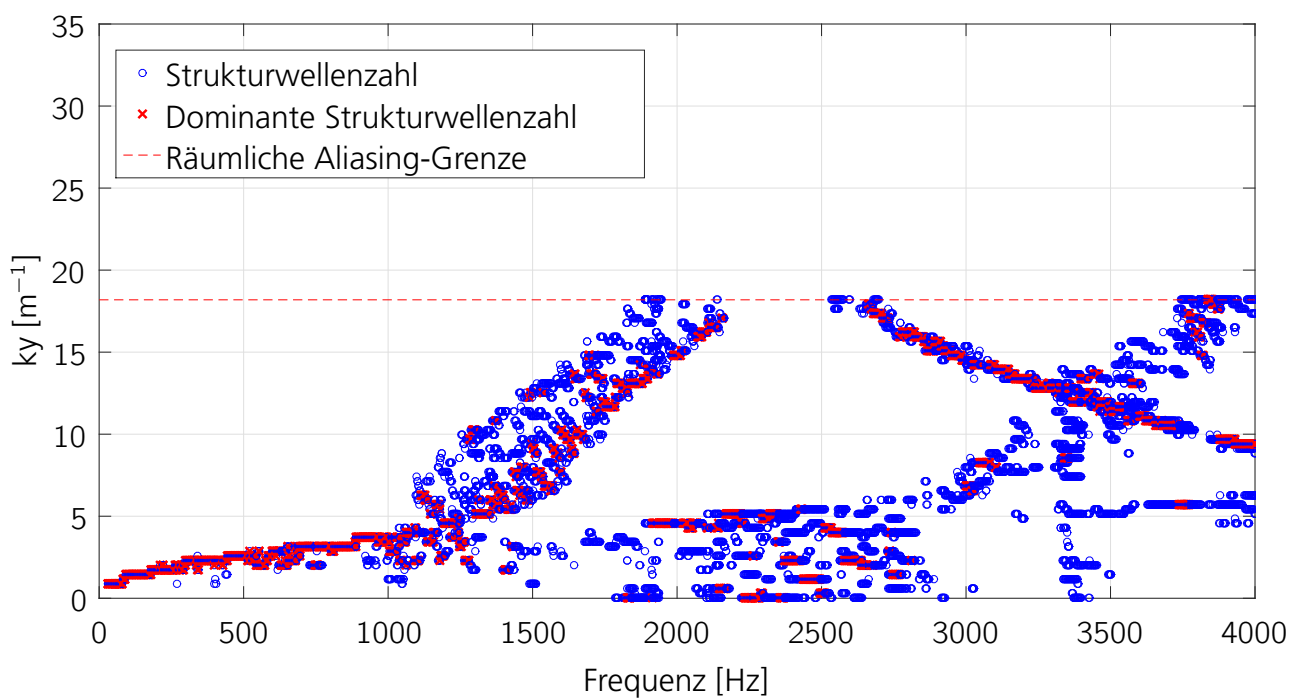
Abb. 11.8 (b) zeigt auch die Schwingungsantwort der Hautfelder zwischen den Stringer und Spanten. Aufgrund des Aliasing-Effekts sind die Wellenzahlen der Hautfelder entlang der rot gestrichelten Linie gespiegelt (Vergleich Abb. 11.7).

An dieser Stelle muss darauf hingewiesen werden, dass die 2D-Fourier-Transformation durch das „Nyquist-Shannon Sampling Theorem“ [Marks 1991, S. 57 ff.] begrenzt ist. Eine räumliche Unterabtastung der Schwingungsform resultiert in einem Aliasing-Effekt. Durch Verringerung der räumlichen Auflösung sinkt auch die räumliche Aliasing-Grenze. Der räumliche Aliasing-Effekt lässt sich in Abb. 11.8 (b) beobachten. Bei der in dieser Abbildung durchgeführten Analyse ist die





(a)



(b)

Abbildung 11.8.: Identifizierte Strukturwellenzahlen in Umfangsrichtung ( $k_y$ ): 2D-FFT nur mit Messpunkten auf den (a) Spanten (b) Stringer.

räumliche Auflösung in Umfangsrichtung auf die Messpunkte der Stringer reduziert. Die räumliche Aliasing-Grenze ist als rot gestrichelte Linie zu erkennen. Jenseits dieser Grenze werden die Wellenzahlen an der rot gestrichelten Linie gespiegelt.

Die räumliche Aliasing-Grenze trennt eindeutig das lokale Schwingungsverhalten der Hautfelder von dem lokalen Schwingungsverhalten der Stringer. In diesem Fall ist damit das Schwingungsverhalten des Gerüsts aus Stringer gemeint. Die Stringer sind über die Biegesteifigkeit der Aluminiumbleche leicht miteinander gekoppelt. Die Strukturwellen dieses Gerüsts aus Stringer in Umfangsrichtung wird von den Strukturwellen der Spanten und der räumlichen Aliasing-Grenze begrenzt. Aus diesem Grund beschränkt sich die Gruppe an Wellenzahlen der über die Biegesteifigkeit des Aluminiumblechs gekoppelten Stringer auf den Bereich zwischen  $5 \text{ m}^{-1}$  und  $18 \text{ m}^{-1}$ .

Aus diesen Beobachtungen lässt sich schließen, dass jenseits von 3000 Hz ein Entkoppeln des Schwingungsverhaltens der drei Strukturkomponenten in Umfangsrichtung stattfindet. In diesem Frequenzbereich lässt sich ein lokales Schwingungsverhalten der drei Strukturkomponenten beobachten.

Mit Entkoppeln des Schwingungsverhalten der einzelnen Strukturkomponenten sind die eindeutig aus der Wellenzahlenanalyse differenzierbaren Gruppen an Strukturwellen gemeint. Eine physikalische Entkopplung der drei Strukturkomponenten ist natürlich während der gesamten Messung nicht vorhanden. Ohne diese physikalische Kopplung wäre das in diesem Kapitel beschriebene Schwingungsverhalten nicht möglich.

## 11.11. Vergleich der Frequenzbereichseinteilungen mit der in der Literatur definierten Einteilung

Dieser Abschnitt vergleicht die neue Einteilung des Frequenzbereichs in tiefen, mittleren und hohen Frequenzbereich auf Basis der Wellenzahlenanalyse mit der qualitativen Frequenzbereichseinteilung aus der Literatur, welche in Abschnitt 3.2 diskutiert wird. Auch ein Vergleich mit Einteilung des Frequenzbereichs mit dem Modal Overlap Factor wird in diesem Abschnitt durchgeführt.

Abb. 11.9 (a) zeigt die Frequenzbereichseinteilung auf Basis der Wellenzahlenanalyse der aufsummierten Übertragungsfunktionen der MiniCRAFD Teststruktur. Die dargestellten Übertragungsfunktionen sind die gemittelten Amplituden der Verschiebung (blau) bzw. der Beschleunigung (rot) bezogen auf die Kraftanregung. Das Verhältnis dieser Summe von Übertragungsfunktionen auf die Anzahl der Übertragungsfunktionen wird an dieser Stelle nicht gebildet.

Ein qualitativer Vergleich mit der Frequenzbereichseinteilung aus Abb. 3.3 zeigt deutliche Ähn-

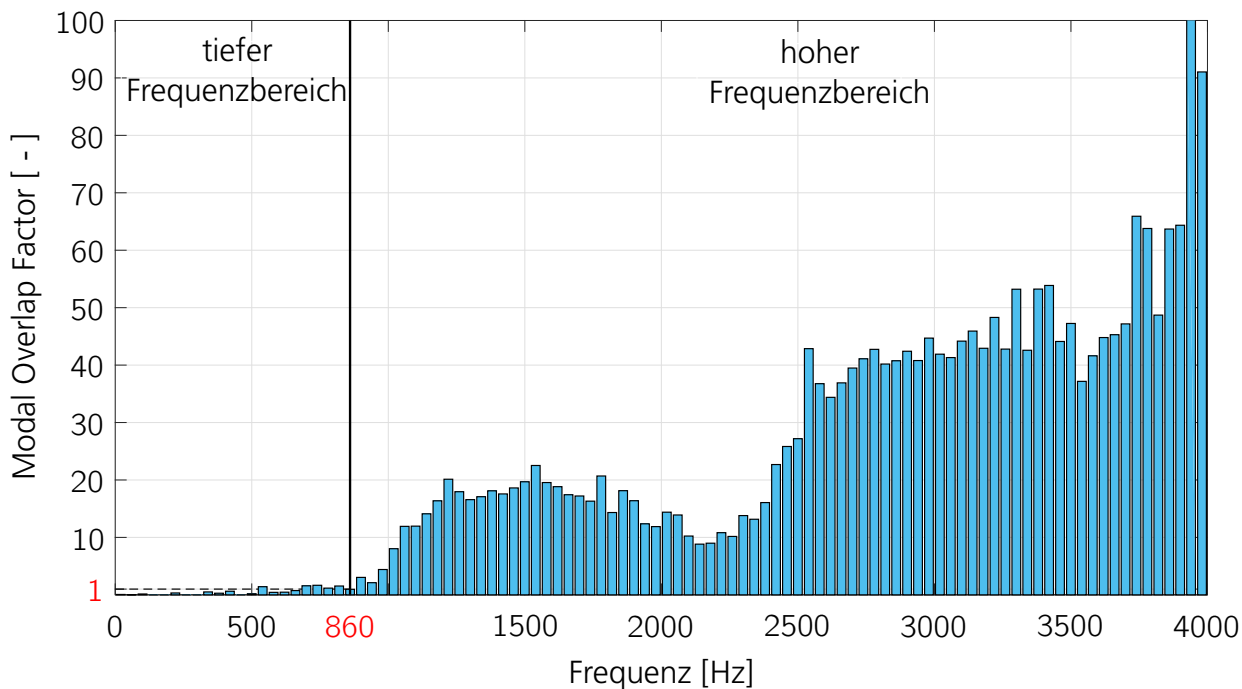
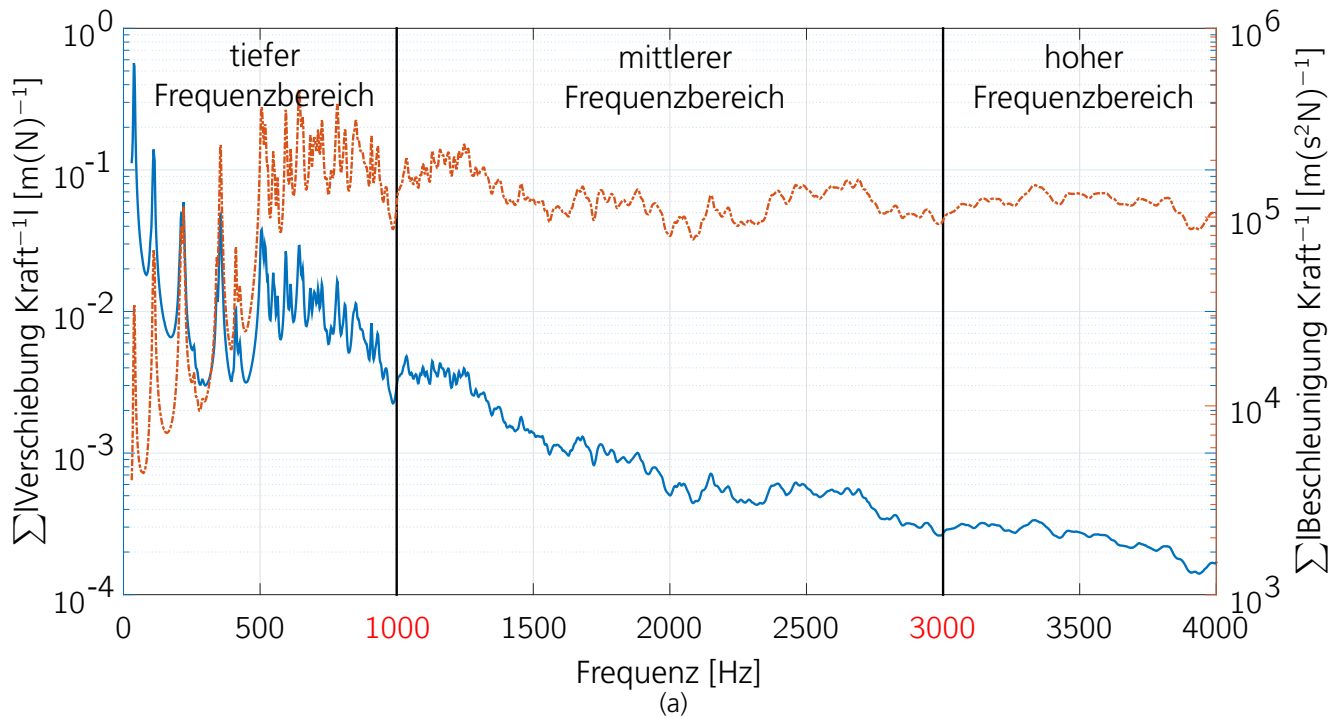


Abbildung 11.9.: (a) Einteilung des Frequenzbereichs der Teststruktur und Summe der Übertragungsfunktionen: Verschiebung (blau), Beschleunigung (rot) (b) Numerisch ermittelter Modal Overlap Factor für eine konstante Frequenzbandbreite von  $\Delta f = 40$  Hz.

lichkeiten in der Charakteristik der Kurven. Obwohl die qualitativ gezeichnete Übertragungsfunktion der Verschiebung in Abb. 3.3 ansteigt und die Summe der gemessenen Übertragungsfunktionen in Abb. 11.9 mit steigender Frequenz sinkt, zeigen beide Einteilungen im tiefen Frequenzbereich deutlich voneinander trennbare Resonanzspitzen. Im mittleren Frequenzbereich sind mehrere einzelne und breitere Resonanzstellen zu erkennen. Diese Resonanzen überlappen mit steigender Frequenz immer stärker miteinander. Im hohen Frequenzbereich sind Resonanzspitzen kaum noch zu identifizieren. Beide Übertragungsfunktionen zeigen einen praktisch flachen Verlauf. Der Vergleich der Übertragungsfunktionen deutet darauf hin, dass die Abb. 3.3 aus [Ohayon u. Soize 1998, S. 3] nicht die Übertragungsfunktion einer Verschiebungsantwort zeigt, sondern die Übertragungsfunktion einer Beschleunigungsantwort bezüglich einer Kraftanregung darstellt. Ein mit der Frequenz steigender Verlauf der Übertragungsfunktion ist bei Beschleunigungen jedoch nicht bei Verschiebungen zu erwarten. Die zweifache Ableitung der Verschiebung nach der Zeit liefert die Beschleunigung. Im Frequenzbereich lässt sich diese zweifache Ableitung durch eine Multiplikation mit der Frequenz zum Quadrat  $-\Omega^2$  realisieren. Aufgrund dieser Multiplikation steigt der Verlauf der Übertragungsfunktion einer Beschleunigungsantwort prinzipiell mit der Frequenz  $\Omega$  an. Der Verlauf der Beschleunigungsantwort der MiniCRAFD Teststruktur bezogen auf die Kraft ist in Abb. 11.9 (a) zusätzlich zum Verschiebungsverlauf dargestellt. Auch die Beschleunigungsantwort weist die zuvor beschriebenen Charakteristiken in den einzelnen Frequenzbereichen auf.

Dieser qualitative Vergleich der groben Einteilung des gemessenen Frequenzbereichs in tiefen, mittleren und hohen Frequenzbereich mit Hilfe der Wellenzahlanalyse zeigt eine gute Übereinstimmung mit der qualitativen Einteilung aus der Literatur [Ohayon u. Soize 1998, S. 3].

In Kapitel 12 wird eine Energiekorrelation zwischen den gemessenen und simulierten Schwingungsantworten der MiniCRAFD Teststruktur durchgeführt. Aus diesem Grund ist auch ein numerisches Modell der MiniCRAFD Teststruktur vorhanden und ein Vergleich der neuen Methode zur Einteilung des Frequenzbereichs mit dem Modal Overlap Factor ist möglich. Der Modal Overlap Factor setzt ein numerisches Modell oder eine Schätzung der modalen Dichte der Struktur voraus und lässt sich nicht direkt auf die gemessenen Schwingungsantworten anwenden. Der Verlauf des Modal Overlap Factors für eine konstante Frequenzbandbreite von  $\Delta f = 40$  Hz ist in Abb. 11.9 (b) als blaues Säulendiagramm dargestellt.

In dem analysierten Frequenzbereich lassen sich 2539 Eigenformen numerisch ermitteln, welche zur Ermittlung der modalen Dichte bezüglich einer Frequenzbandbreite  $\Delta f = 40$  Hz verwendet werden. Abb. 11.9 (b) zeigt zwischen 0 Hz und 860 Hz einen sehr flachen Verlauf des Modal Overlap Factors. Ab 860 Hz ist ein rapider Anstieg des Modal Overlap Factors zu beobachten. An dieser Stelle kreuzt der Verlauf des Modal Overlap Factors auch das letzte Mal die definierte Grenze von eins. Im Frequenzbereich jenseits der 860 Hz ist ein rapider Anstieg der modalen Dichte und Überlappung der MiniCRAFD Teststruktur zu erwarten, welcher vom Modal Overlap Factor auch angezeigt wird.

Die quantitative Frequenzgrenze des tiefen Frequenzbereichs auf Basis des Modal Overlap Factors

ist vergleichbar mit der qualitativen Frequenzgrenze, welche mit der Wellenzahlanalyse ermittelt wurde. Der Modal Overlap Factor identifiziert den tiefen Frequenzbereich bei unter 860 Hz, während die qualitative Interpretation der Wellenzahlanalyse den Bereich grob unter 1000 Hz identifiziert. Anders als mit dem Modal Overlap Factor, welcher nur zwei Frequenzbereiche identifiziert, lässt sich der Frequenzbereich hoher modaler Dichte und Überlappung mit der Wellenzahlanalyse noch in einen mittleren und hohen Frequenzbereich unterteilen. Der Modal Overlap Factor definiert auch den mittleren Frequenzbereich, welcher durch die Wellenzahlanalyse identifiziert wurde, als hohen Frequenzbereich. Es wird an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass die neue Methode keine scharfe und quantitative Einteilung des Frequenzbereichs, wie der Modal Overlap Factor, vornimmt, sondern eine grobe und qualitative Einteilung liefert, die von der Interpretation des Anwenders abhängig ist.

## 11.12. Zusammenfassung: Frequenzbereichseinteilung des Schwingungsverhaltens gemessener Strukturen

Dieses Kapitel demonstriert, dass bei tiefen Frequenzen ein globales Schwingungsverhalten der versteiften Kreiszylinderschale zu erwarten ist. Dieses globale Schwingungsverhalten der Kreiszylinderschale geht mit steigender Frequenz in ein lokales Schwingungsverhalten einzelner Komponenten der versteiften Kreiszylinderschale über. Dabei ist der kinetische Energiegehalt der Versteifungen eindeutig kleiner als der kinetische Energiegehalt der Hautfelder.

Aufgrund der Interpretation der Ergebnisse lässt sich der gesamte gemessene Frequenzbereich dieser versteiften Kreiszylinderschale der MiniCRAFD Teststruktur grob in folgende Frequenzbereiche unterteilen. Diese Einteilung ist in Abb. 11.7 dargestellt:

- **Tiefer Frequenzbereich:** bis 1000 Hz rein globales Schwingungsverhalten
- **Mittlerer Frequenzbereich:** zwischen 1000 Hz und 3000 Hz globales und überlagertes lokales Schwingungsverhalten
- **Hoher Frequenzbereich:** ab 3000 Hz dominant lokales Schwingungsverhalten.

Der tiefe Frequenzbereich ist geprägt von einem globalen Schwingungsverhalten. Eine experimentelle Modalanalyse ist in diesem Frequenzbereich möglich und ein Finite Elemente Modell lässt sich mit Hilfe der experimentell ermittelten modalen Parametern in diesem Frequenzbereich korrelieren.

Der hohe Frequenzbereich zeigt ein stark lokales Schwingungsverhalten der drei Strukturkomponenten der versteiften Kreiszylinderschale. Dieses stark lokale Schwingungsverhalten deutet auf eine hohe modale Dichte hin. Eine hohe modale Dichte ist eine Voraussetzung, um mit Hilfe der Statistical Energy Analysis aussagekräftige Vorhersagen zu erhalten. In diesem Frequenzbereich zeigt die versteifte Kreiszylinderschale ein unregelmäßiges, lokales Schwingungsverhalten und eignet sich sehr gut für die Anwendung statistischer Methoden, um das Schwingungsverhalten der versteiften Kreiszylinderschale in diesem Frequenzbereich zu charakterisieren.

Der mittlere Frequenzbereich ist geprägt sowohl von einem lokalen als auch von einem globalen Schwingungsverhalten der Kreiszylinderschale. Dieses Schwingungsverhalten konnte von der 2D-Fourier-Transformation identifiziert werden. Eine Vorhersage des Schwingungsverhaltens in diesem Frequenzbereich ist für herkömmliche numerische Methoden aufgrund der Kombination von lokalem, statistischem und globalem, deterministischem Schwingungsverhalten schwierig. Eine Auswahl von Vorhersagemethoden für diesen Frequenzbereich ist im Anhang A.1 dieser Arbeit aufgelistet.

Die neue Methode zur Einteilung des gemessenen Frequenzbereichs in tiefen, mittleren und hohen Frequenzbereich, welche in dieser Arbeit vorgestellt wird, basiert auf einer Wellenzahlanalyse gemessener Betriebsschwingungsformen. Außerdem zeigen die experimentellen Untersuchungen aus diesem Kapitel, dass sich die neue Methode gut für schwach gedämpfte und versteifte Leichtbaustrukturen eignet. Anders als der Modal Overlap Factor benötigt diese neue Methode kein numerisches Modell, um eine Frequenzbereichseinteilung vornehmen zu können (siehe Abschnitt 3.2.1).

Der Vergleich der neuen Methode auf Basis gemessener Schwingungsantworten mit dem numerisch ermittelten Modal Overlap Factor zeigt, dass sich mit beiden Methoden der tiefe Frequenzbereich identifizieren lässt. Anders als der Modal Overlap Factor identifiziert die neue Methode im Frequenzbereich hoher modaler Dichte und Überlappung noch einen Übergangsbereich, den mittleren Frequenzbereich. Diese Möglichkeit ist mit dem Modal Overlap Factor nicht gegeben, weil eine Trennung des globalen und lokalen Schwingungsverhaltens mit diesem nicht möglich ist. Der Modal Overlap Factor ist eine quantitative Methode basierend auf der modalen Dichte und Strukturdämpfung. Die neue Methode, basierend auf einer Wellenzahlanalyse, benötigt hingegen die qualitative Interpretation des Anwenders, um eine Einteilung des Frequenzbereichs vornehmen zu können.

Ein phänomenologischer Vergleich des mit der neuen Methode eingeteilten Frequenzbereichs mit der qualitativen Einteilung des Frequenzbereichs aus der Literatur zeigt eine gute Übereinstimmung der Charakteristiken im Verlauf der Übertragungsfunktionen.

Mit Hilfe der 2D-Fourier-Transformation lässt sich zudem das Schwingungsverhalten der Struktur charakterisieren. Eine analytisch angenäherte Beschreibung der Betriebsschwingungsformen ist nach einer 2D-Fourier-Transformation ebenfalls möglich. Eine Analyse der Wellenzahlen zeigt Bereiche globalen Schwingungsverhaltens der MiniCRAFD Teststruktur. In diesen Bereichen lassen

sich zusammenhängende Schwingungsformen der drei Strukturkomponenten der MiniCRAFD Teststruktur erkennen. In anderen Bereichen des gemessenen Frequenzbereichs lassen sich die lokalen Schwingungen einzelner Strukturkomponenten eindeutig voneinander trennen. Die qualitative Interpretation dieser Schwingungscharakteristik der Gesamtstruktur ermöglicht die Einteilung des Frequenzbereichs.





## 12. Energiekorrelation einer versteiften Kreiszyinderschale

In diesem Kapitel werden zwei weitere Vorteile der Energiekorrelation mit ECC durch Anwendung des Kriteriums auf simulierte und gemessene Daten der versteiften Kreiszyinderschale der MiniCRAFD Teststruktur diskutiert. Zum einen wird dieses Kapitel die Korrelation zweier, unterschiedlich fein räumlich aufgelöster, Datensätze mit dem neuen Korrelationskriterium auf Basis der kinetischen Energieverteilungen demonstrieren. Zum anderen wird die Möglichkeit der Visualisierung und Interpretation stark lokalen Schwingungsverhaltens der versteiften Kreiszyinderschale durch die integrierten kinetischen Energieverteilungen erörtert.

**These** Räumlich und spektral integrierte kinetische Energieverteilungen ermöglichen die Visualisierung und Interpretation von Energietransferpfaden lokaler Schwingungsformen durch eine globale Betrachtung.

**These** Das Kriterium auf Basis räumlich integrierter kinetischer Energien ermöglicht die Korrelation von Datensätzen mit unterschiedlicher räumlicher Diskretisierung.

Um diese beiden Vorteile der Energiekorrelation zwischen simulierten und gemessenen Datensätzen zeigen zu können, wird ein numerisches Modell der MiniCRAFD Teststruktur benötigt. Das in dieser Arbeit verwendete numerische Modell der MiniCRAFD Teststruktur basiert auf der Finite Elemente Methode und ist räumlich feiner diskretisiert als das Testmodell, welches in Kapitel 11.1 und 11 ausführlich beschrieben wird.

### 12.1. FE-Simulation der versteiften Kreiszyinderschale

Das FE-Modell der versteiften Kreiszyinderschale der MiniCRAFD Teststruktur ist in Abb. 12.1 dargestellt. Die beiden zusammengeschraubten Zylinderhalbschalen aus Aluminiumblech werden im FE-Modell mit Hilfe von 4-Knoten Schalenelementen mit bilinearen Ansatzfunktionen für die Verschiebung modelliert. Durch Balkenelemente werden die Versteifungen (Stringer und Spanten) im FE-Modell berücksichtigt. Das gleichmäßig verteilte FE-Netz besitzt 320 FE-Knoten in

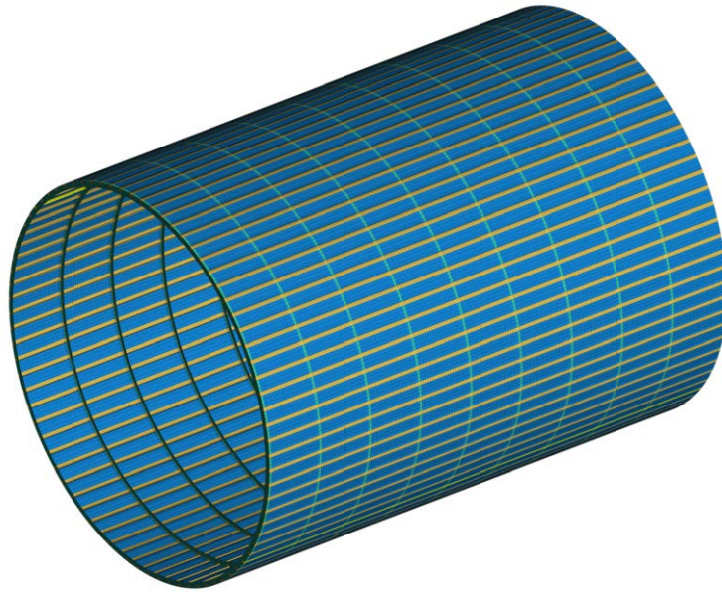


Abbildung 12.1.: Finite Elemente Modell der MiniCRAFD Teststruktur.

Umfangsrichtung und 201 FE-Knoten in Längsrichtung. Aus dieser gleichmäßigen Verteilung von FE-Knoten resultieren  $64320 \times 6$  FE-Freiheitsgrade (3 translatorische Freiheitsgrade und 3 rotatorische Freiheitsgrade). Im Vergleich zum Testmodell besitzt das FE-Modell annähernd viermal so viele FE-Knoten als das Testmodell Messpunkte (64320 FE-Knoten vs. 16160 Messpunkte).

Bei der Modellierung des FE-Netzes wurde darauf geachtet, dass die Untermenge der FE-Knoten, welche zur Korrelation mit FDAC und MAC verwendet wird, zu den Messpunkten identische Raumkoordinaten besitzt. Dies ist eine Idealisierung und Annahme im FE-Modell, welche in der Realität oft nicht zutrifft. Eine leichte Unsicherheit in der Position der Messpunkte ist meist vorhanden. Die Genauigkeit der Position der Messpunkte ist abhängig von der Zugänglichkeit der Struktur und der Genauigkeit des Messsystems, welches zur Positionsbestimmung der Messpunkte eingesetzt wird. Als Messsystem lässt sich z.B. ein digitales Kamerasystem einschließlich Bildverarbeitung zur Positionsbestimmung nutzen. Häufig werden Messpunkte noch von Hand gesetzt und die Unsicherheit ist abhängig von der Genauigkeit der Person, welche den Messpunkt auf der Struktur festlegt.

Für die FDAC- und MAC-Korrelation wird eine Untermenge an FE-Freiheitsgraden verwendet, die am dichtesten an den jeweiligen Messfreiheitsgraden liegen.

Mit Hilfe der Massenverteilung (siehe Abb. 7.2) der räumlich unterschiedlich fein aufgelösten

Mess- und FE-Gitter lassen sich dennoch beide Modelle (Simulation und Experiment) korrelieren. Sowohl die diskrete Massenverteilung des FE-Modells ( $m_o^{num} = \rho \Delta V_o^{num}$ ) als auch die diskrete Massenverteilung des Testmodells ( $m_k^{exp} = \rho \Delta V_k^{exp}$ ) enthalten die diskrete räumliche Information über die versteifte Kreiszylinderschale. Die Dichte  $\rho$  der Teststruktur aus Aluminium ist in diesem Fall konstant und somit ist die diskrete Masse am Messpunkt  $k$  bzw. am FE-Knoten  $o$  nur abhängig von dem diskreten Volumen  $\Delta V_k^{exp}$  bzw.  $\Delta V_o^{num}$ . In den diskreten Volumen  $\Delta V_k^{exp}$  und  $\Delta V_o^{num}$  ist die räumliche Information beider Modelle enthalten, welche für die räumliche numerische Integration der kinetischen Energie notwendig ist (siehe Gl. 7.7 bis Gl. 7.14). Die Größe der diskreten Volumen um einen Messpunkt  $k$  bzw. FE-Knoten  $o$  ist abhängig von dem Abstand zu seinen benachbarten Messpunkten bzw. FE-Knoten. Bei der numerischen Näherung der kinetischen Energie wird eine über das Volumen konstante Geschwindigkeit des diskreten Strukturvolumens  $\Delta V_k^{exp}$  und  $\Delta V_o^{num}$  angenommen. Der Fehler in dieser Näherung der kinetischen Energie mit Gl. 7.13 und Gl. 7.14 ist umso kleiner, je feiner die räumliche Auflösung von Experiment und Simulation ist (siehe Abschnitt 7.6). Die Gesamtmasse des FE-Modells beträgt 6,8 kg und entspricht der Größenordnung der gewogenen Gesamtmasse der realen Teststruktur von 6,7 kg. Dies ist ein Unterschied von 1,47 % zwischen den beiden Gesamtmassen. Eine solche gute Übereinstimmung in den Gesamtmassen des numerischen Modells und Testmodells deutet auf eine hinreichend genaue Modellierung der Masse des numerischen Modells hin.

Aufgrund der Struktur- und Materialeigenschaften der Teststruktur aus zwei dünnwandigen Aluminiumblechen und den verklebten Versteifungen wird die Struktur als leicht gedämpft angenommen. Eine erste Schätzung der Strukturdämpfung im FE-Modell beträgt daher 1,5 % und wurde nach bestem technischem Wissen angenommen.

Für die Energiekorrelation mit ECC wird sowohl das FE-Gitter bzw. FE-Netz als auch das Messgitter in ein gleichmäßiges Raster aus Oberflächenbereichen unterteilt (20 Bereiche in Umfangsrichtung und 10 in Längsrichtung). Diese Einteilung basiert auf dem in Kapitel 9 beschriebenen Algorithmus. Die Einteilung ist in Abb. 7.3 gezeigt. Jeder Oberflächenbereich enthält 80 Messpunkte auf experimenteller Seite und 320 FE-Knoten auf numerischer Seite. Die Anzahl der FE-Knoten innerhalb der Oberflächenbereiche kann leicht variieren, weil die Wahl des Abstands zwischen den Mittelpunkten bzw. des Suchradius des Algorithmus auf die geforderten 80 Messpunkte pro Oberflächenbereich zurückzuführen ist. Zudem wird auch eine möglichst gleichgroße Fläche gefordert. Die Standardabweichung der Anzahl an FE-Knoten innerhalb der Oberflächenbereiche beträgt 9,23 FE-Knoten bezüglich der gewählten Anzahl von 320 FE-Knoten pro Oberflächenbereich. Aufgrund der gewählten Größe der Oberflächenbereiche und der realen Oberfläche der Teststruktur ist die Kantenlänge des hintersten Rings ein wenig größer (siehe Abb. 7.3). Diese Abweichung ist sowohl im FE-Modell als auch im Testmodell vorhanden und wird somit bei der Korrelation in gleichem Maße berücksichtigt. In diesem Ring sind anstelle der 80 Messpunkte bzw. 320 FE-Knoten pro Oberflächenbereich 88 Messpunkte auf Seiten des Experiments und 352 FE-Knoten auf Seiten der Simulation enthalten. Die Größe der Oberflächenbereiche bzw. der Abstand zwischen den Mittelpunkten wurde nach bestem technischem Wissen gewählt. Dabei wird berücksichtigt, dass die Anzahl der FE-Knoten und Messpunkte ausreichend hoch ist, um sowohl statistische Messfehler als auch den Fehler bei zu geringer Abtastung der räumlichen

Integration reduzieren zu können (siehe Abschnitt 7.6).

Mit dem Begriff Gitter ist eine räumlich gleichmäßige Anordnung der Messpunkte bzw. FE-Knoten gemeint. Ein Netz muss eine solch gleichmäßige räumliche Anordnung nicht zwangsweise aufweisen.

An der Position des Schwingungserregers greift im FE-Modell eine einzelne harmonische Punktkraft in radialer Richtung an. Diese Kraft ist über den gesamten Frequenzbereich konstant und hat eine Amplitude von 1 N. Wie im Falle der Kreiszyinderschale aus Faserverbundwerkstoff wird die Aluminiumscheibe, über welche der Schwingungserreger mit der Haut der Kreiszyinderschale verklebt ist, mit Hilfe von FE-Punktmassen (CONM2) abgebildet. Die FE-Punktmassen sind ebenfalls über RBE2 Elemente starr miteinander verbunden. In Abb. 7.2 sind die FE-Punktmassen als dunkelblaue Punkte deutlich zu erkennen. Dies ist, wie zuvor erwähnt, eine vereinfachte Modellierung der Aluminiumscheibe bzw. des Krafteinleitungspunkts, weil eine detaillierte Untersuchung des Schwingungsverhaltens der Aluminiumscheibe nicht von Interesse ist und nur deren Einfluss bei der Krafteinleitung im FE-Modell berücksichtigt werden soll.

Der gemessene Frequenzbereich zwischen 30 Hz und 4000 Hz wird mit einer 2 Hz Frequenzauflösung analysiert. Zu den 1986 gemessenen und simulierten Betriebsschwingungsformen lassen sich in diesem Frequenzbereich mehr als 2300 numerische Eigenformen ermittelt.

## 12.2. Vergleich der kinetischen Gesamtenergie im Frequenzbereich

Abb. 12.2 zeigt die kinetische Gesamtenergie der versteiften Kreiszyinderschale bei einer konstanten harmonischen Anregung. Die Kraft dieser harmonischen Anregung beträgt 1 N. Der grobe Verlauf der kinetischen Gesamtenergie zeigt eine qualitativ gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Experiment. Obwohl beide Modelle unterschiedlich feine räumliche Auflösungen besitzen, ist kein großer Achsenversatz bezüglich der y-Achse zwischen den beiden Kurven zu erkennen. Bedingt durch die diskreten Massenverteilungen beider Modelle, welche die unterschiedlich feinen räumlichen Auflösungen berücksichtigen, ist die Größenordnung der kinetischen Gesamtenergie zwischen Simulation und Experiment vergleichbar.

Auch wenn die Verläufe der kinetischen Gesamtenergie im Mittel qualitativ ähnlich sind und auch ähnliche Charakteristiken aufweisen, zeigen beide Verläufe im Detail Abweichungen zueinander. Kleine lokale Störungen in der strukturellen Steifigkeit, wie der Klebverbindung zwischen den Versteifungen und der Aluminiumschale, haben signifikanten Einfluss auf das Schwingungsverhalten im mittleren bis hohen Frequenzbereich. Aufgrund dieser Unsicherheiten sind die auf die Erregerkraft normierten kinetischen Gesamtenergien des FE-Modells und der Messung spektral

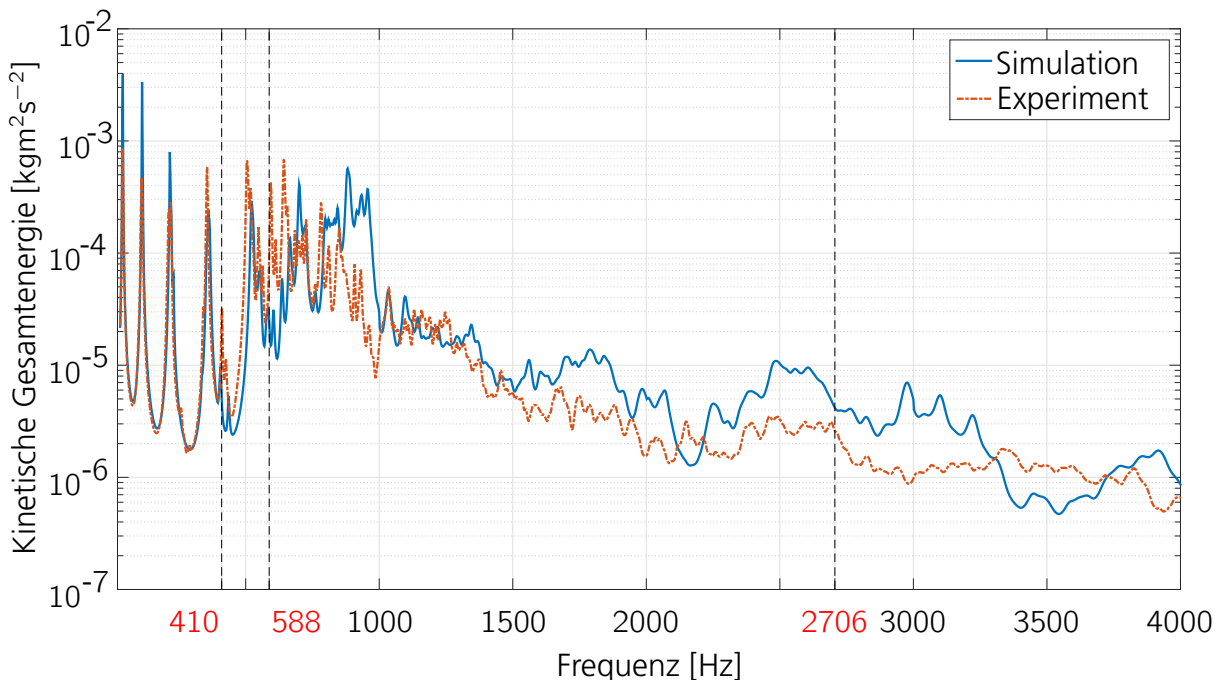


Abbildung 12.2.: Gemessene und simulierte kinetische Gesamtenergie in Abhängigkeit der Frequenz.

zueinander verschoben. Auch weichen beide Verläufe zwischen 1500 Hz und 4000 Hz in ihren Amplituden voneinander ab. Dies ist ein Indiz dafür, dass die Strukturdämpfung in diesem Frequenzbereich nicht optimal geschätzt wurde.

Abb. 12.3 zeigt die Oberfläche der realen Teststruktur. Es sind Schrammen und Dellen in der Oberfläche der Struktur deutlich zu erkennen. Des Weiteren ist eine Unsicherheit in der Klebverbindung zwischen der Versteifung und den beiden Aluminiumschalen der MiniCRAFD Teststruktur vorhanden. Aufgrund der großen Zahl von Lastzyklen der MiniCRAFD Teststruktur haben sich diese Klebverbindungen an manchen Stellen gelöst. Diese Unsicherheiten in den Strukturdetails der realen Teststruktur haben signifikanten Einfluss auf die höherfrequente Schwingungsantwort der MiniCRAFD Teststruktur. Der Einfluss der Unsicherheiten in den Modellparametern und Fertigungstoleranzen wird in Abschnitt 3.2 und in Kapitel 9 diskutiert. Im FE-Modell sind diese Unsicherheiten nicht berücksichtigt und sowohl die Oberfläche als auch die Klebverbindung sind als ideal angenommen.

Der Einfluss der Unsicherheiten der realen Struktur auf die kinetische Gesamtenergie wurde in diesem Abschnitt gezeigt. Der nachfolgende Abschnitt wird den Einfluss dieser Unsicherheiten auf die Korrelation der Eigenformen und Betriebsschwingungsformen diskutieren.

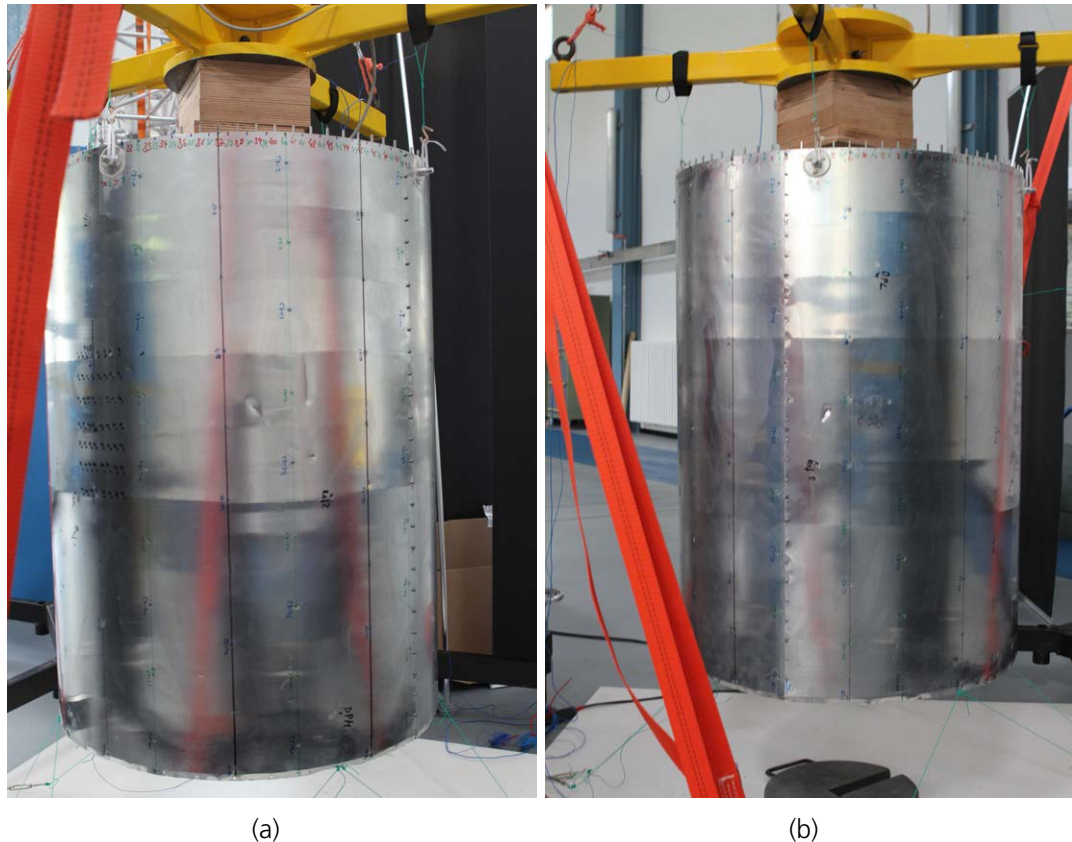


Abbildung 12.3.: (a) und (b) zeigen Unsicherheiten in der Oberfläche der MiniCRAFD Teststruktur.

### 12.3. Korrelation der Betriebsschwingungsformen

Abb. 12.4 (a) zeigt die mit steigender Frequenz sinkende FDAC-Korrelation. Dabei sinkt die FDAC-Korrelation der Betriebsschwingungsformen von über 95 % auf unter 10 % zwischen 0 Hz und 1000 Hz. Aufgrund der räumlichen Phasenverschiebungen und Verzerrungen der Betriebsschwingungsformen zwischen Simulation und Experiment verschlechtert sich die FDAC-Korrelation. Die räumlichen Phasenverschiebungen werden besonders aufgrund der Zylindersymmetrie der Teststruktur hervorgerufen. Des Weiteren ist eine leichte Unsicherheit zwischen den Positionen der Messpunkte und FE-Knoten vorhanden, welche zur räumlichen Phasenverschiebung beiträgt.

Jenseits der 1000 Hz zeigt FDAC aufgrund der steigenden modalen Dichte und der steigenden Komplexität der Betriebsschwingungsformen eine sehr schlechte Korrelation. In dem höheren Frequenzbereich reagieren die Eigenformen sensibel auf leichte Unterschiede zwischen dem FE-Modell und der realen Teststruktur. Die Unterschiede lassen sich auf leichte Unsicherheiten in den FE-Modellparametern, den Annahmen und Idealisierungen in der Modellierung des FE-Modells,

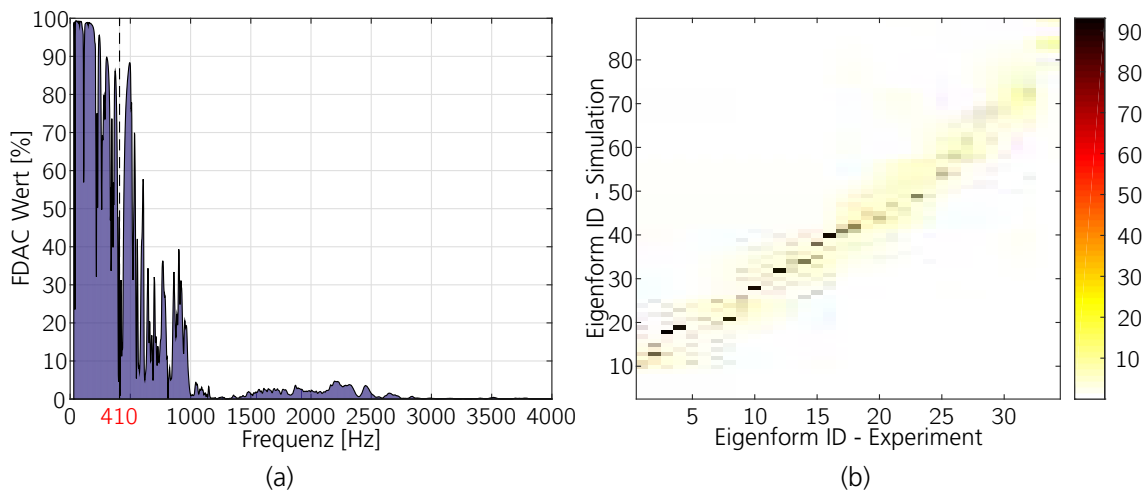


Abbildung 12.4.: Korrelation zwischen Simulation und Experiment mit (a) FDAC angewendet auf die Betriebsschwingungsformen und (b) MAC angewendet auf alle identifizierten Eigenformen im Frequenzband zwischen 0 Hz und 1000 Hz (Farbskala in %).

den Fertigungstoleranzen und der inhomogenen Oberfläche der realen Teststruktur zurückführen (siehe Abb. 12.3 und [Fahy 1994]). Die Schwingungsantwort der Teststruktur, welche sich unter anderem aus einer Superposition der Eigenformen zusammensetzt, weist daher ebenfalls eine Sensibilität bezüglich der leichten Unterschiede zwischen Modellen auf. Es ist nicht verwunderlich, dass sich aufgrund dieser leichten Unterschiede die Betriebsschwingungsformen im Detail unterscheiden und durch eine schlechte Korrelation mit FDAC widerspiegelt wird.

Insbesondere das Schwingungsverhalten der Hautfelder zwischen den Stringer und Spanten reagiert aufgrund ihrer vergleichsweise geringen Masse und Steifigkeit sehr sensibel auf leichte Unterschiede in den Modellparametern des FE-Modells und auf die Struktur- bzw. Oberflächenmängel der realen Teststruktur. Ihr lokales Schwingungsverhalten ist deterministisch schwierig vorherzusagen. Eine statistische Betrachtung ist an dieser Stelle von Vorteil. Das lokale Schwingungsverhalten der Hautfelder ist in Abb. 12.5 (b) gezeigt.

## 12.4. Korrelation der Eigenformen

Zwischen 0 Hz und 1000 Hz befindet sich der tiefe Frequenzbereich. Dieser lässt sich mit Hilfe der Wellenzahlanalyse grob definieren. Eine solche Einteilung der MiniCRAFD Teststruktur wird in Kapitel 11 durchgeführt. Im tiefen Frequenzbereich ist ein globales Schwingungsverhalten der versteiften Kreiszylinderschale der MiniCRAFD Teststruktur vorhanden (siehe Abb. 12.5 (a)). Wie

in Kapitel 11.1 beschrieben wird, lassen sich in diesem Frequenzbereich globale Eigenformen identifizieren. Zwei Eigenformen der MiniCRAFD Teststruktur sind in Abb. 12.5 (c) und (d) dargestellt.

Die MAC-Korrelation zwischen den experimentellen und simulierten Eigenformen der MiniCRAFD Teststruktur ist in Abb. 12.4 (b) für den Frequenzbereich bis 1000 Hz gezeigt. In diesem Frequenzbereich bis 1000 Hz lassen sich 87 numerische Eigenformen mit Hilfe des FE-Modells berechnen. Auf Seiten des Experiments lassen sich 37 gemessene Eigenformen aus den gemessenen Übertragungsfunktionen identifizieren. Die MAC-Korrelation zeigt eine geringe lineare Abhängigkeit der meisten identifizierten Eigenformen. Nur wenige numerische Eigenformen lassen sich den gemessenen Eigenformen mit Hilfe der MAC-Korrelation zuordnen.

Ein identifiziertes Paar von Eigenformen ist in Abb. 12.5 (c) und (d) dargestellt. Abb. 12.5 (c) zeigt eine simulierte Eigenform mit einer Eigenfrequenz von 406 Hz. Die dazugehörige gemessene Eigenform mit einer Eigenfrequenz von 410 Hz ist in Abb. 12.4 (d) dargestellt. Beide Eigenformen besitzen eine, qualitativ gesehen, hohe Ähnlichkeit. Dennoch zeigt die MAC-Korrelation dieser beiden Eigenformen aufgrund kleiner räumlicher Verschiebungen und Verzerrungen eine weniger gute Korrelation von 65 %.

Auch die FDAC-Korrelation der Betriebsschwingungsformen zwischen 406 Hz und 410 Hz zeigt eine gemittelte Korrelation von nur 46 %. Aufgrund dieser schlechten MAC und FDAC-Korrelation ließe sich schließen, dass die gemessenen und simulierten Daten nicht dieselbe Teststruktur beschreiben. Beide Verfahren versagen dabei, die Ähnlichkeit zwischen den Datensätzen zu zeigen und auf dieser Basis die Modellparameter des Modells weiter zu verbessern.

## 12.5. Korrelation der kinetischen Energieverteilungen

Bei näherer Betrachtung der Teststruktur zeigen sich kleinere Fertigungsmängel und Mängel in der Oberfläche der Struktur (siehe Abb. 12.3). Auch das FE-Modell besitzt Unsicherheiten aufgrund getroffener Annahmen und Vereinfachungen in der Modellierung. Dennoch ist es offensichtlich, dass, abgesehen von kleineren Fertigungsmängeln, beide Kreiszylinderschalen (FE-Modell und reale Teststruktur) sehr ähnliche Objekte beschreiben. Aus diesem Grund lässt sich annehmen, dass das globale und gemittelte Schwingungsverhalten sehr ähnlich ist und eine Korrelation der räumlich und spektral integrierten kinetischen Energieverteilungen beider Modelle in diesem Fall am geeignetsten ist.

Für die Energiekorrelation wird der betrachtete Frequenzbereich zwischen 30 Hz und 4000 Hz in Terzbänder unterteilt. Eine solche Einteilung des Frequenzbereichs ist in der Akustik und in der SEA eine häufig vorkommende Einteilung. Die Terzbänder werden mit steigender Frequenz breiter. Das aufgrund der Modellunsicherheiten stark statistische Verhalten wird auf diese Weise



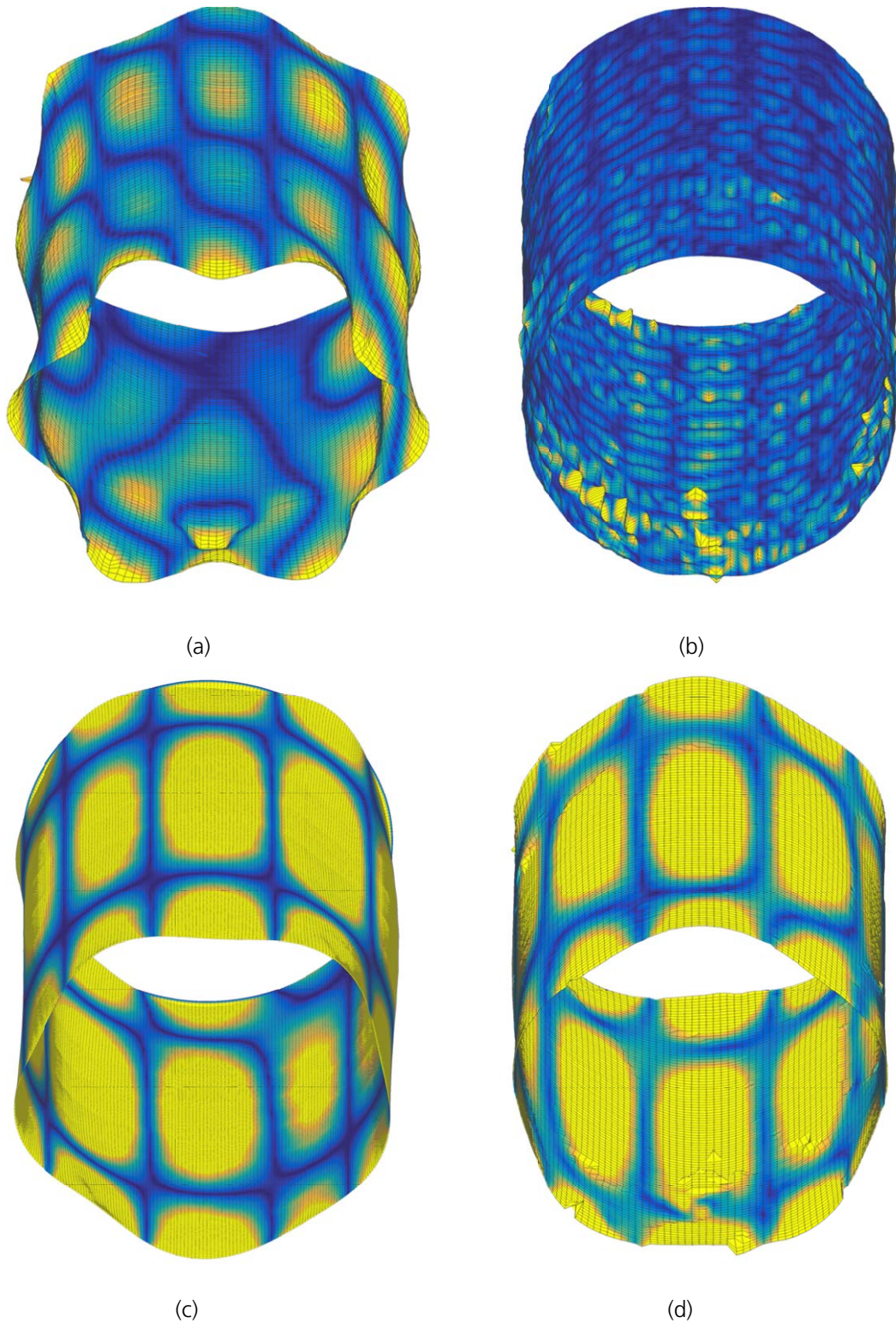


Abbildung 12.5.: (a) Gemessene Betriebsschwingungsform bei 588 Hz (b) Gemessene Betriebsschwingungsform bei 2706 Hz (c) Simulierte Eigenform bei 406 Hz (d) Gemessene Eigenform bei 410 Hz (MAC=65 %).

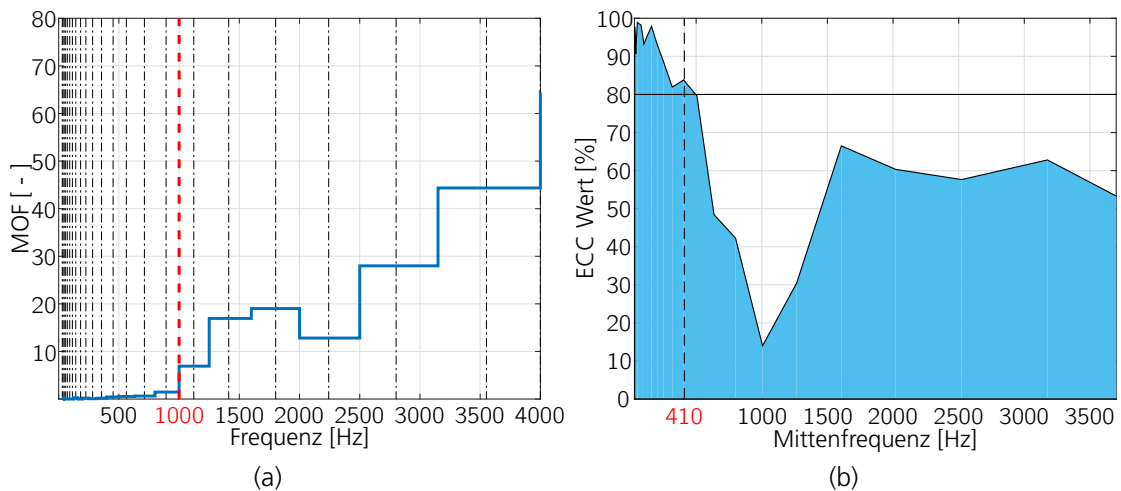


Abbildung 12.6.: (a) Einteilung des gemessenen Frequenzbandes in Terzbänder (schwarz gestrichelte Linien) einschließlich des Modal Overlap Factors (blaue Linie) und (b) Korrelation mit ECC angewendet auf die kinetische Energieverteilung.

durch die Terzbänder im mittleren und hohen Frequenzbereich stärker gemittelt. Die Einteilung ist in Abb. 12.6 (a) mit Hilfe von vertikalen und schwarz gestrichelten Linien dargestellt. Abb. 12.6 (a) zeigt zusätzlich den Modal Overlap Factor dieser Terzbänder. Der Modal Overlap Factor weist im Frequenzbereich jenseits des tiefen Frequenzbereichs ab 1000 Hz auf einen rapiden Anstieg der modalen Dichte und Überlappung der MiniCRAFD Teststruktur hin. Eine detaillierte Diskussion der modalen Dichte und Überlappung der MiniCRAFD Teststruktur findet in Abschnitt 11.11 statt.

Für diese 22 Frequenzbänder, welche aus der Terzbandeinteilung des gemessenen Frequenzbereichs resultieren, wird die kinetische Energie der 200 Oberflächenbereiche sowohl räumlich als auch spektral integriert. Die räumliche Korrelation zwischen Simulation und Experiment dieser integrierten kinetischen Energien ist in Abb. 12.6 (b) dargestellt.

Die Energiekorrelation signalisiert eine bessere Korrelation im mittleren und hohen Frequenzbereich als MAC und FDAC. Im tiefen Frequenzbereich ist die Korrelation ähnlich der FDAC-Korrelation. In diesem Frequenzbereich ist das dynamische Verhalten der MiniCRAFD Teststruktur global und die drei Korrelationskriterien leiden unter den räumlichen Verzerrungen der globalen Schwingungsformen. Die kinetische Energiekorrelation im Bereich um die 410 Hz liegt bei über 82 %. Das gemittelte Schwingungsverhalten, welches mit ECC korreliert wird, zeigt eine deutlich höhere Ähnlichkeit zwischen Simulation und Experimente als die detaillierten Schwingungsformen mit MAC (65 %) und FDAC (46 %). Sowohl die leichten räumlichen Verschiebungen in den Schwingungsformen als auch die Unsicherheiten in den Mess- bzw. FE-Knotenpositionen werden bei der räumlichen Integration der kinetischen Energie gemittelt. Die Energiekorrelation sinkt auf ein Minimum von ca. 10 % bei ca. 1000 Hz.

In dem tiefen Frequenzbereich bis 1000 Hz ist eine hohe Ähnlichkeit zwischen den Verläufen der ECC und FDAC-Korrelation vorhanden. Diese Ähnlichkeit ist durch einen Vergleich der Abb. 12.4 (a) und Abb. 12.6 (b) deutlich zu erkennen. Die Energiekorrelation zeigt in diesem Frequenzbereich zwar eine höhere Korrelation als FDAC, dennoch sinken beide Korrelationsverläufe von über 95 % auf unter 10 %. Bei der Energiekorrelation mit ECC werden ein FE-Modell mit 64320 FE-Knoten und ein Testmodell mit 16160 Messpunkten korreliert. Für eine Korrelation mit FDAC beschränkt sich die Anzahl der FE-Knoten auf eine Untermenge an FE-Knoten, welche den 16160 Messpunkten entspricht. Diese Ähnlichkeit im Verlauf der beiden Korrelation (ECC und FDAC) als auch die vergleichbare Größenordnung in der kinetischen Gesamtenergie (siehe Abb. 12.2) zeigen, dass ECC in der Lage ist, zwei unterschiedlich räumlich aufgelöste Modelle direkt miteinander zu korrelieren. FDAC und MAC sind ohne Reduzierung der FE-Knoten auf eine den Messpunkten entsprechende Untermenge nicht in der Lage, die beiden Modelle (Simulation und Experiment) zu korrelieren. Des Weiteren gehen Teile der räumlichen Information über das Schwingungsverhalten bei der Reduktion der FE-Knoten auf die Messknoten verloren. Die vorhandenen Informationen über das Schwingungsverhalten der bei der Korrelation nicht verwendeten FE-Knoten werden bei der Korrelation nicht mitberücksichtigt. Auch reagieren FDAC und MAC sensibel auf leichte Unsicherheit in der Position der Messpunkte und FE-Knoten.

Jenseits der 1000 Hz steigt die Energiekorrelation mit ECC auf bis zu 60 %. Die Energiekorrelation zeigt in diesem Frequenzbereich eine höhere Ähnlichkeit der integrierten bzw. gemittelten Energieverteilungen beider Modelle als die detaillierten Schwingungsformen mit FDAC. Die integrierten kinetischen Energieverteilungen zeigen eine akzeptable Ähnlichkeit im mittleren und hohen Frequenzbereich. Eine durchschnittliche Korrelation von 60 % zwischen 1500 Hz und 3500 Hz der kinetischen Energieverteilungen mit ECC ist signifikant höher als eine durchschnittliche Korrelation von unter 5 % der Betriebsschwingungsformen.

Es ist bekannt, dass die Oberfläche der realen Teststruktur keine ideale Homogenität aufweist. Diese Inhomogenität der Oberfläche ist in Abb. 12.3 dargestellt. Zudem lässt sich durch eine visuelle Untersuchung der Klebverbindung ein Ablösen der Versteifungen vom Aluminiumblech beobachten. Eine Interpretation der drei Korrelationskriterien lässt darauf schließen, dass die Idealisierung der Kreiszylinderschale in der Modellierung des FE-Modells und die Unsicherheiten in der Oberfläche als auch in den Klebverbindungen zu einer schlechteren Korrelation zwischen Simulation und Experiment führen. Zudem werden nicht alle physikalischen Phänomene von dem FE-Modell repräsentiert, wie z.B. die Interaktion der Struktur mit dem umgebenden Fluid. Diese Phänomene können auch einen signifikanten Einfluss auf die Schwingungsantwort haben. Der Einfluss des umgebenden Fluides auf das Schwingungsverhalten der Teststruktur wird in dieser Arbeit nicht mitberücksichtigt.

## 12.6. Interpretation der kinetischen Energieverteilungen

Eine räumliche Betrachtung der integrierten kinetischen Energien hilft, das stark lokale Schwingungsverhalten der Kreiszylinderschale der MiniCRAFD Teststruktur zu interpretieren. Abb. 12.5 (b) zeigt das stark lokale Schwingungsverhalten der MiniCRAFD Teststruktur bei 2706 Hz. Eine Interpretation dieses lokalen sowohl simulierten als auch gemessenen Schwingungsverhaltens findet im folgenden Abschnitt statt.

Durch die Integration der diskreten kinetischen Energien wird das lokale Schwingungsverhalten gemittelt. Die integrierte bzw. gemittelte kinetische Energieverteilung ist global und einfacher zu interpretieren. Diese Eigenschaft wird in Abschnitt 7.6 diskutiert. Abb. 12.7 zeigt die integrierte kinetische Energieverteilung der simulierten (a) und gemessenen (b) versteiften Kreiszylinderschalen bei einer Mittenfrequenz von 2706 Hz und einer Frequenzbandbreite von  $\Delta f = 32$  Hz.

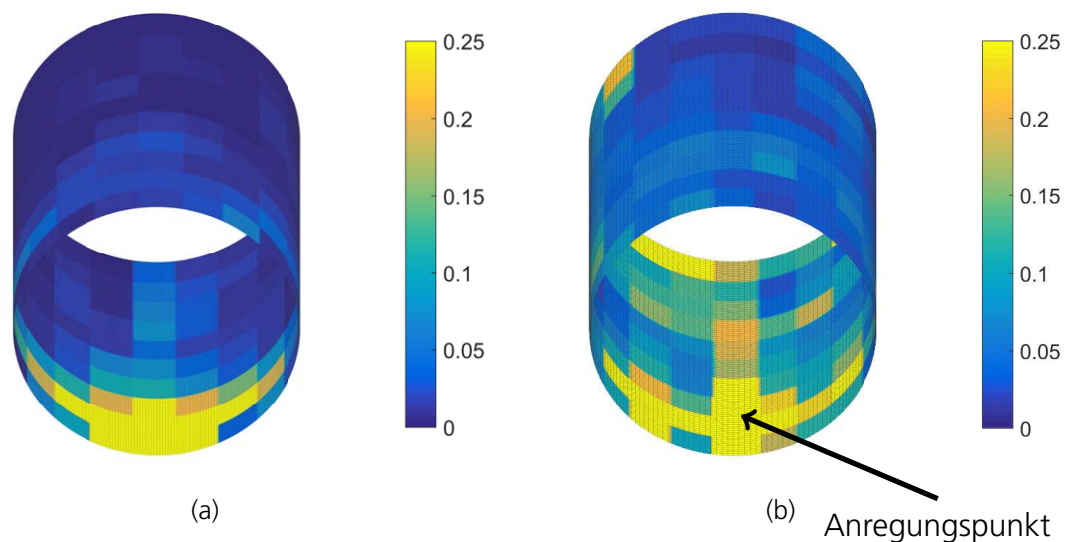


Abbildung 12.7.: Integrierte kinetische Energieverteilung (normiert) im Frequenzband mit einer Mittenfrequenz von 2706 Hz und einer Frequenzbandbreite von  $\Delta f = 32$  Hz: (a) Simulation und (b) Experiment.

Die beiden Abbildungen zeigen die räumlich und spektral integrierten kinetischen Energien aller 200 Oberflächenbereiche bei 2706 Hz. Die Farbcodierung gibt Aufschluss über den räumlichen Energiegehalt der MiniCRAFD Teststruktur. Gelb deutet auf hohe kinetische Energie hin, blau auf wenig kinetische Energie. Im Falle der Simulation befindet sich die kinetische Energie hauptsächlich im Bereich um den Anregungspunkt. Im Vergleich zur simulierten kinetischen Energieverteilung ist die kinetische Energie der gemessenen Schwingungsantwort mehr über die

gesamte „untere“ Hälfte der versteiften Zylinderschale verteilt. Abb. 12.7 (b) zeigt einen Energiefluss vom Anregungspunkt, welcher sich im „vorderen“ Bereich der Zylinderschale befindet, in den „hinteren“ Bereich der Zylinderschale. Dieser Energietransfer findet entlang einer Linie von Oberflächenbereichen im „unteren“ Bereich der Zylinderschale statt. Aus der Interpretation dieses qualitativen Vergleichs lässt sich schließen, dass im FE-Modell ein Energietransferpfad unzureichend abgebildet wird.

Das stark lokale Schwingungsverhalten ist aufgrund seines unregelmäßigen Charakters schwer zu interpretieren. Die räumlich und spektral integrierten kinetischen Energieverteilungen liefern einen gemittelten Verlauf des lokalen Schwingungsverhaltens, welcher eine bessere Interpretation des Schwingungsverhaltens ermöglicht. Diese Information lässt sich verwenden, um das FE-Modell anzupassen.

Die Korrelationsergebnisse der kinetischen Energieverteilung deuten auf Unsicherheiten in den Modellparametern und der realen Teststruktur hin. Die Interpretation des qualitativen Vergleichs der kinetischen Energieverteilungen zeigt unzureichend abgebildete Energietransferpfade in der Modellierung des FE-Modells. Eine Anpassung des FE-Modells an dieser Stelle ist empfehlenswert, um die Korrelation zwischen Simulation und Experiment zu erhöhen. Das Potential der räumlich und spektral integrierten kinetischen Energieverteilung zur automatischen Modellanpassung wird in Kapitel 13 erörtert.

## 12.7. Zusammenfassung: Energiekorrelation einer versteiften Kreiszyinderschale

Dieser Abschnitt zeigt, dass ECC eine grobe und globale Korrelation der kinetischen Energieverteilungen zwischen Simulation und Experiment liefert. Das lokale Schwingungsverhalten wird durch die Integration der kinetischen Energien gemittelt und erlaubt eine globale Betrachtung des unregelmäßigen lokalen Schwingungsverhaltens. Dieser gemittelte und globale Verlauf ist besser zu interpretieren als das unregelmäßige lokale Schwingungsverhalten.

Durch den Vergleich und die Interpretation der kinetischen Energieverteilungen kann gezeigt werden, dass Energietransferpfade in der Modellierung des FE-Modells der MiniCRAFD Teststruktur nicht mitberücksichtigt werden.

Die Korrelation mit FDAC, MAC und ECC zeigt zudem eine weniger gute Korrelation zwischen Simulation und Experiment jenseits von 1000 Hz. Dieses weniger gute Korrelationsergebnis lässt sich vermutlich auf die Idealisierung des FE-Modells, der Unsicherheiten in der Oberfläche der Teststruktur und in den Klebverbindungen zurückführen. Eine Modellanpassung des FE-Modells, welche diese Unsicherheiten mitberücksichtigt, wird empfohlen. Nach der Anpassung des FE-

Modells sollte sich die Korrelation zwischen Simulation und Experiment verbessern. In Kapitel 13 wird gezeigt, dass sich die globale und gemittelte Information über die kinetische Energieverteilung nutzen lässt, um ein FE-Modell mit Hilfe von numerischen Optimierungsprozessen automatisch anzupassen.

Außerdem demonstriert dieses Kapitel, dass sich zwei Datensätze von Schwingungsantworten mit unterschiedlicher räumlicher Auflösung korrelieren lassen, wenn diese räumlich integriert und mit einer numerischen Massenverteilung gewichtet werden. Bei der FDAC und MAC-Korrelation wird nur eine Untermenge an FE-Knoten verwendet. Diese Untermenge beinhaltet nur FE-Knoten, die sich am dichtesten an den Messpositionen befinden. Leichte Ungenauigkeiten in den Positionen können insbesondere bei kleinen Strukturwellenlängen negativen Einfluss auf das Korrelationsergebnis mit FDAC und MAC haben. Durch die räumliche Integration der kinetischen Energieverteilungen wird diese Unsicherheit in der Position gemittelt.

Mit Hilfe des Korrelationskriteriums lassen sich zwei räumlich unterschiedlich aufgelöste Datensätze miteinander korrelieren. Diese Eigenschaft ist optimal geeignet, um z.B. Konvergenzstudien bezüglich der FE-Netze durchführen zu können. Wird z.B. die spektral gemittelte Korrelation der integrierten kinetischen Energieverteilung der dünnwandigen Platte aus Kapitel 9 betrachtet, so zeigt sich, dass die Korrelation zwischen der Platte mit 19481 Strukturpunkten und mit 77361 Strukturpunkten 98,2 % beträgt. Dieses Ergebnis bestätigt, dass die räumliche Auflösung der dünnwandige Platte mit 19481 im Frequenzbereich zwischen 30 Hz und 2800 Hz ausreichend hoch ist.

## 13. Ansätze zur energiebasierten automatischen Modellanpassung

Die simulierten und gemessenen Schwingungsantworten können sowohl aufgrund der getroffenen Annahmen und Vereinfachungen in der Simulation als auch bedingt durch Fertigungstoleranzen oder -ungenauigkeiten der realen Struktur starke Unterschiede aufweisen. Kapitel 9 zeigt, dass selbst kleine Unsicherheiten in den Modellparametern teils zu gravierenden Abweichungen der Schwingungsantworten führen. Auch Kapitel 12 demonstriert, dass sowohl aufgrund von Fertigungstoleranzen und Oberflächenmängeln der realen Struktur (siehe Abb. 12.3) als auch durch die Annahmen und Vereinfachungen in dem numerischen Modell Energietransferpfade nicht mit abgebildet werden. Fehler im Simulationsmodell können durch die Modellierungsannahmen, wie z.B. Elementtypen, entstehen oder durch Vereinfachungen in der Modellierung der Modellstruktur, wie z.B. der Elementkonnektivität von Nietverbindungen. Bei Vereinfachungen in der Modellierung von Lastpfaden entstehen Fehler, wenn die Verbindungen der Bauteile als starre und durchgängige Elementverbindungen angenommen werden, aber in der Realität z.B. Reibungseffekte zwischen den einzelnen Nietverbindungen und den Bauteilen vorhanden sind. Eine dritte Fehlerquelle sind die Modellparameter. Dies sind Quantitäten, die die Modelleigenschaften repräsentieren, wie z.B. die Dichte oder der Elastizitätsmodul. Unsicherheiten in dieser Fehlerquelle lassen sich auf Seiten der Simulation mit Hilfe von gradientenbasierten Methoden anpassen und der Fehler, welcher die Abweichung zwischen Simulation und Experiment beschreibt, lässt sich auf diese Art und Weise minimieren [Link u. Hanke 1999].

**These** Räumlich und spektral integrierte kinetische Energieverteilungen eignen sich als Residuum für die automatisierte Modellanpassung von analytischen bzw. Finite Elemente Modellen in einem Frequenzbereich hoher modaler Dichte und Überlappung.

Dieses Kapitel zeigt, dass auf Basis der integrierten kinetischen Energieverteilungen eine Minimierung der Abweichung zwischen Simulation und Experiment möglich ist. Das Potential zur Parameteroptimierung und Fehlerminimierung mit Hilfe der integrierten kinetischen Energien wird in diesem Abschnitt anhand des analytischen Modells einer einfach gelagerten und dünnwandigen Platte demonstriert. Dieses analytische Modell wird in Kapitel 9 beschrieben. Die automatische Parameteroptimierung wird mit eigens geschriebener Software in MATLAB R2014b durchgeführt.



## 13.1. Theoretische Grundlagen der Parameteroptimierung

Das am weitesten verbreitete Verfahren zur Optimierung von Modellparametern ( $p$ ) beim Abgleich experimenteller Daten basiert auf der Methode der kleinsten Fehlerquadrate [Natke 1992, S. 458 ff.], [Böswald 2005; Collins u. a. 1974; Friswell u. Mottershead 1995; Govers 2012]. Bei diesem Verfahren wird ein Fehlervektor als Residuum (siehe Kapitel 2) verwendet. Der Fehler zwischen Simulation und Experiment ist die Differenz zwischen den gemessenen und simulierten kinetischen Energien pro Substruktur und Frequenzband. Durch eine Neuordnung der Energiematrix aus Gl. 7.16 in einen Vektor lässt sich der Fehler wie folgt beschreiben

$$\{\varepsilon_{kin}\} = \{E_{kin}^{exp}\} - \{E_{kin}^{num}(p)\}. \quad (13.1)$$

Mit Hilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate kann dieser Fehler minimiert werden

$$J_\varepsilon = \{\varepsilon_{kin}\}^T \{\varepsilon_{kin}\} \rightarrow \min. \quad (13.2)$$

$J_\varepsilon$  ist die Zielfunktion, welche durch die Parameteränderung minimiert wird. Die Lösung des Minimierungsproblems (Gl. 13.2) liefert oft ein nichtlineares Gleichungssystem, weil  $\{E_{kin}^{num}(p)\}$  meist nichtlinear von den Modellparametern abhängt. Aus diesem Grund wird für die meisten praktischen Anwendungen das nichtlineare Optimierungsproblem durch eine Annäherung des Vektor  $\{E_{kin}^{num}(p)\}$  durch eine lineare Taylorreihe iterativ gelöst. Die Taylorreihe des Vektors  $\{E_{kin}^{num}(p)\}$  mit dem ersten linearen Term der Taylorreihe ist in Gl. 13.3 gegeben

$$\{E_{kin}^{num}(p)\}_{k+1} \approx \{E_{kin}^{num}\}_k + [G]_k \{\Delta p\}_k. \quad (13.3)$$

$\{E_{kin}^{num}\}_k$  sind die numerisch ermittelten kinetischen Energien nach dem  $k$ -ten Iterationsschritt der Modellparameter.  $[G]_k$  ist die Sensitivitäts- bzw. Gradientenmatrix der kinetischen Energien bezüglich Änderungen der Modellparameter.  $\{\Delta p\}_k$  ist der Vektor der Parameteränderungen.

Gl. 13.3 in Gl. 13.1 eingesetzt, liefert

$$\{\varepsilon_{kin}\}_k = \{E_{kin}^{exp}\} - (\{E_{kin}^{num}\}_k + [G]_k \{\Delta p\}_k). \quad (13.4)$$

Das Minimum der Zielfunktion  $J_\varepsilon$  kann durch Lösen des linearen Gleichungssystems (Gl. 13.4) ermittelt werden. Dies ist nur möglich, wenn die Zielfunktion in dem durch die Parameter  $\{p\}$



aufgespannten Raum differenzierbar ist. Durch Lösen des linearen Gleichungssystems ergeben sich die gesuchten Parameteränderungen  $\{\Delta p\}_k$ . Meist, wie in diesem Fall, ist das lineare Gleichungssystem nicht quadratisch, sondern überbestimmt. Das heißt, dass das lineare Gleichungssystem mehr Gleichungen ( $N=41700$ ) als Unbekannte bzw. Modellparameter besitzt. Gleichungssysteme können keine, eine eindeutige oder unendlich viele Lösungen besitzen. In der Regel besitzen überbestimmte Gleichungssysteme keine eindeutige Lösung, sondern sind unlösbar [Gramlich 2013, S. 23]. Daher wird für das überbestimmte, lineare Gleichungssystem durch die Pseudoinverse (Exponent  $+$ ) der Sensitivitätsmatrix  $[G]_k$  eine „bestmögliche“ Lösung gesucht

$$\{\Delta p\}_k = ([G]_k^T [G]_k)^{-1} [G]_k^T (\{E_{kin}^{exp}\} - \{E_{kin}^{num}\}_k), \quad (13.5)$$

$$\{\Delta p\}_k = [G]_k^+ \{\varepsilon_{kin}\}_k. \quad (13.6)$$

Mit Hilfe der Pseudoinversen der Sensitivitätsmatrix wird auf Basis der Methode der kleinsten Fehlerquadrate die minimale euklidische Norm der Lösung des linearen Gleichungssystems ermittelt, welches die „bestmögliche“ Lösung darstellt [Hansen u. a. 2012, S. 49], [Stummel u. Hainer 2013, S. 131 ff.].

## 13.2. Energiebasierte Parameteroptimierung des analytischen Modells einer Platte

Der Optimierungsprozess auf Basis der integrierten kinetischen Energien wird in diesem Abschnitt anhand des analytischen Modells einer dünnwandigen Platte demonstriert. Dasselbe analytische Modell wird in Kapitel 9 für die analytische Untersuchung des Energiekorrelationskriteriums verwendet. In diesem Beispiel wird eine Frequenzbandbreite von  $\Delta f = 20$  Hz gewählt. Der Fehlervektor der kinetischen Energien von 300 Oberflächenbereichen (siehe Abb.9.1) und 139 Frequenzbänder ( $N = 41700$ ) beim  $k$ -ten Iterationsschritt sieht wie folgt aus

$$\{\varepsilon_{kin}\}_k = \begin{Bmatrix} \{E_{kin}^{exp}\}_1 - \{E_{kin}^{num}\}_{k1} \\ \{E_{kin}^{exp}\}_2 - \{E_{kin}^{num}\}_{k2} \\ \vdots \\ \{E_{kin}^{exp}\}_N - \{E_{kin}^{num}\}_{kN} \\ M^{exp} - M_k^{num} \end{Bmatrix}. \quad (13.7)$$

$M$  ist die Gesamtmasse der Struktur. Der Fehler in der Gesamtmasse wird an den Fehlervektor angehängt und dient zum Stabilisieren des linearen Gleichungssystems. Die Gesamtmasse lässt sich für eine Platte sowohl leicht berechnen als auch messen bzw. wiegen

$$M = \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \rho h \, dx \, dy. \quad (13.8)$$

Gl. 13.8 zeigt, dass über die Gesamtmasse vier der fünf globalen Parameter ( $\rho$ ,  $h$ ,  $L_x$ ,  $L_y$ ) miteinander gekoppelt sind.

Für die globalen Modellparameter der analytischen Platte  $\rho$ ,  $h$ ,  $\xi$ ,  $L_x$  und  $L_y$  lässt sich die Sensitivitätsmatrix wie folgt aufstellen

$$[G]_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial \{E_{kin}^{num}\}_{k1}}{\partial \rho} & \frac{\partial \{E_{kin}^{num}\}_{k1}}{\partial h} & \frac{\partial \{E_{kin}^{num}\}_{k1}}{\partial \xi} & \frac{\partial \{E_{kin}^{num}\}_{k1}}{\partial L_x} & \frac{\partial \{E_{kin}^{num}\}_{k1}}{\partial L_y} \\ \frac{\partial \{E_{kin}^{num}\}_{k2}}{\partial \rho} & \frac{\partial \{E_{kin}^{num}\}_{k2}}{\partial h} & \frac{\partial \{E_{kin}^{num}\}_{k2}}{\partial \xi} & \frac{\partial \{E_{kin}^{num}\}_{k2}}{\partial L_x} & \frac{\partial \{E_{kin}^{num}\}_{k2}}{\partial L_y} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \{E_{kin}^{num}\}_{kN}}{\partial \rho} & \frac{\partial \{E_{kin}^{num}\}_{kN}}{\partial h} & \frac{\partial \{E_{kin}^{num}\}_{kN}}{\partial \xi} & \frac{\partial \{E_{kin}^{num}\}_{kN}}{\partial L_x} & \frac{\partial \{E_{kin}^{num}\}_{kN}}{\partial L_y} \\ \frac{\partial M_k^{num}}{\partial \rho} & \frac{\partial M_k^{num}}{\partial h} & \frac{\partial M_k^{num}}{\partial \xi} & \frac{\partial M_k^{num}}{\partial L_x} & \frac{\partial M_k^{num}}{\partial L_y} \end{bmatrix}. \quad (13.9)$$

Um die Fähigkeit einer automatischen Modellanpassung auf Basis der integrierten kinetischen Energieverteilungen zu demonstrieren, werden vor dem Optimierungsprozess zufällige Unsicherheiten in den Modellparametern zwischen  $\pm 15 \%$  gewählt. Diese Unsicherheiten sind numerisch

aufgebracht und daher bekannt. Im Falle des analytischen Modells der dünnwandigen Platte, welche als Beispiel für die automatische Modellanpassung auf Basis kinetischer Energieverteilungen dient, sind die gewählten Unsicherheiten in den Modellparametern verhältnismäßig große Änderungen in den Eigenschaften. Das analytische Referenzmodell der dünnwandigen Platte mit den Zielwertparametern stellt ein exemplarisches Experiment dar, während das mit Unsicherheiten in den Modellparametern behaftete Modell die Simulation darstellt. Die gewählten Start- und gesuchten Zielwerte der Modellparameter sind in Tab. 13.1 aufgelistet.

Tabelle 13.1.: Start- und Zielwerte der automatischen Parameteroptimierung.

Parameter	Zielwert (exp)	Startwert (num)	Unsicherheit in %
$\rho$	2700 kgm <sup>-3</sup>	2349 kgm <sup>-3</sup>	-13
$h$	5,0 mm	4,4 mm	-12
$\xi$	1,00 %	0,86 %	-14
$L_x$	1,200 m	1,128 m	+5
$L_y$	1,60 m	1,68 m	-6

Die Ableitung der integrierten kinetischen Energie bezüglich der Modellparameter wird mit Hilfe der Finite Differenzen Methode [Papula 2009a, S. 325 ff.] ermittelt. Dabei wird das Verhältnis zwischen der Änderung der kinetischen Energie auf eine kleine Änderung des Modellparameters  $p$  gebildet.

$$\frac{\partial \{E_{kin}^{num}\}_{kn}(p)}{\partial p} \approx \frac{\{E_{kin}^{num}\}_{kn}(p + \Delta p) - \{E_{kin}^{num}\}_{kn}(p)}{\Delta p}. \quad (13.10)$$

In diesem beispielhaften Fall der analytischen Platte wird eine Parameteränderung von 0,1 % gewählt, um die Sensitivitäten mit Hilfe der Finite Differenzen zu berechnen. Dieser Wert für die Parameteränderung wird gewählt, um eine schnellere Konvergenz zu erzielen. Kleine Parameteränderungen konvergieren auch zum gesuchten Zielwert, benötigen aber signifikant mehr Iterationsschritte.

### 13.3. Korrelation beider Modelle vor dem Optimierungsprozess

Abb. 13.1 (a) zeigt eine Korrelation der integrierten kinetischen Energieverteilung der beiden analytischen Modelle mit ECC. Die Energiekorrelation am ersten Iterationsschritt zeigt im Durchschnitt eine Korrelation von 65 % zwischen beiden Energieverteilungen über den gesamten analysierten Frequenzbereich.

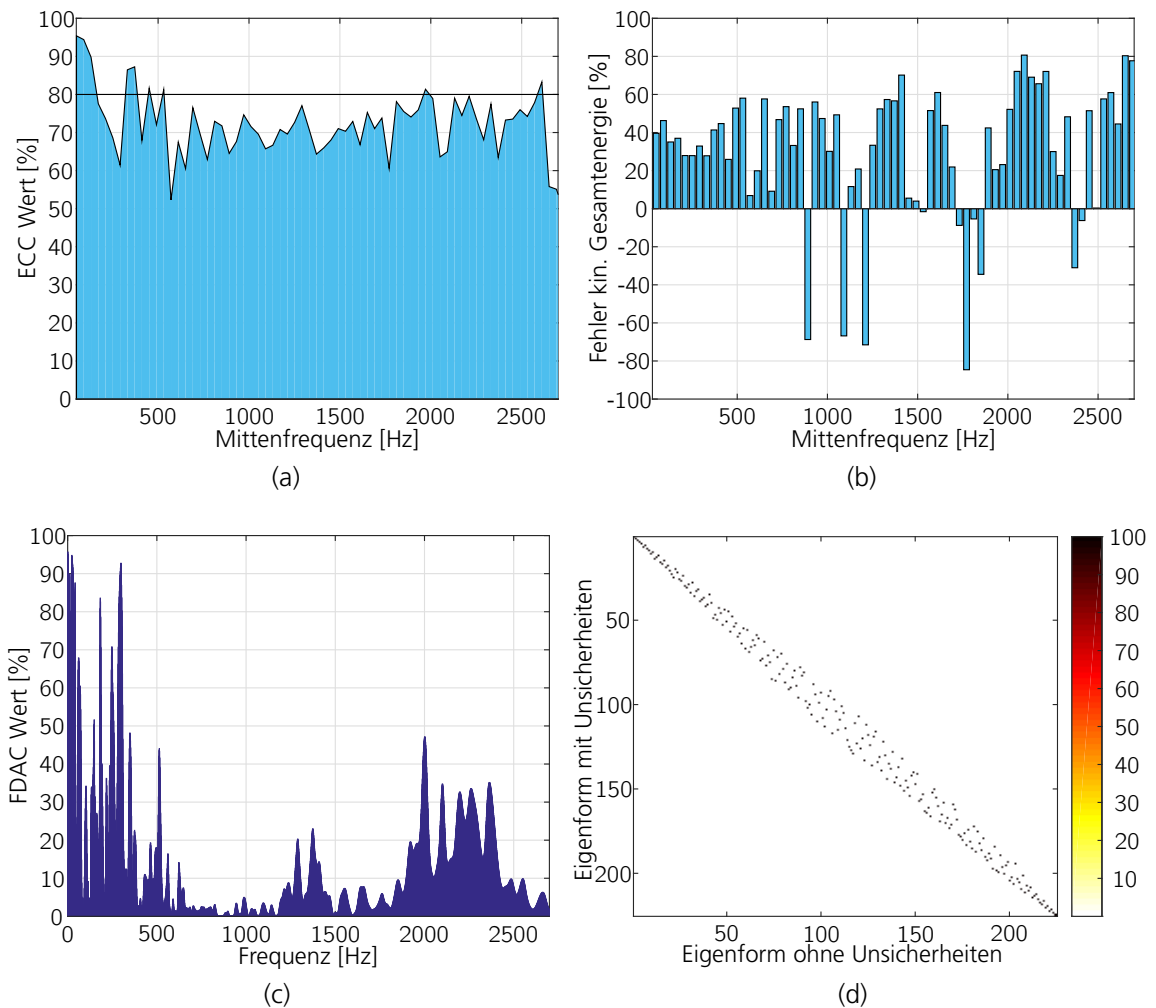


Abbildung 13.1.: **Vor** Optimierungsprozess: (a) ECC-Korrelation (b) Fehler der kinetischen Gesamtenergie (c) FDAC-Korrelation (d) MAC-Korrelation (Farbskala in %).

In Abb. 13.1 (b) ist die Abweichungen der kinetischen Gesamtenergie dargestellt. Die Abweichung signalisiert, dass das analytische Modell der mit Unsicherheiten behafteten Platte zwischen 20 % und 80 % mehr kinetische Energie im analysierten Frequenzbereich enthält als das analytische Referenzmodell. Dies lässt sich unter anderem auf die Dämpfung zurückführen, welche bei der mit der mit Unsicherheiten behafteten Platte um -14 % kleiner ist. In nur zehn Ausnahmefällen zeigt das analytische Modell der mit Unsicherheiten behafteten Platte weniger kinetische Energie.

Abb. 13.1 (c) zeigt eine schlechte Korrelation der 2770 Betriebsschwingungsformen über den gesamten analysierten Frequenzbereich zwischen 30 Hz und 2800 Hz. Dabei sinkt die FDAC-

Korrelation zwischen 30 Hz und 600 Hz von 90 % auf unter 5 %. Zwischen 1200 Hz und 1500 Hz steigt die Korrelation auf bis zu 20 % und zwischen 1800 Hz und 2500 Hz auf bis zu 35 %.

Das analytische Modell der dünnwandigen Platte besitzt im analysierten Frequenzbereich 220 Eigenformen. Die MAC-Korrelation der 220 Eigenformen der beiden analytischen Modelle ist in Abb. 13.1 (d) dargestellt. Dabei sind die Eigenformen nach Eigenfrequenz sortiert. Die Abbildung zeigt eine Streuung hoher MAC Werte um die Diagonale des Diagramms.

Eine Interpretation dieser Korrelationsergebnisse wird an dieser Stelle nicht durchgeführt, weil der Fokus dieses Kapitels auf der automatischen Parameteroptimierung liegt. Eine Interpretation der Korrelationsergebnisse der einfach gelagerten Platte ist in Kapitel 9 zu finden.

## 13.4. Korrelation beider Modelle nach dem Optimierungsprozess

Die Modellparameterschwankungen während des Optimierungsprozesses über 33 Iterationsschritte sind in Abb. 13.2 dargestellt. Es zeigt eine Konvergenz der Modellparameter in Richtung der Zielwerte, die nach dem zwölften Iterationsschritt monoton verläuft. Ab dem 22. Iterationsschritt ist die Lösung beinahe auskonvergiert. Beim 33. Iterationsschritt wird das vom Autor gewählte Abbruchkriterium des Optimierungsprozesses erreicht:  $\max(\{\varepsilon_{kin}\}_k) < 10^{-8}$ .

Die Korrelation der beiden analytischen Modelle nach dem Optimierungsprozess ist in Abb. 13.3 dargestellt. Sowohl die Energiekorrelation mit ECC Abb. 13.3 (a) als auch die FDAC-Korrelation Abb. 13.3 (c) sind über den gesamten analysierten Frequenzbereich numerisch 100 %. Die Abweichungen in der Gesamtenergie zwischen beiden analytischen Modellen, welche in Abb. 13.3 (b) gezeigt sind, sind numerisch null. Die MAC-Korrelation, welche in 13.3 (d) dargestellt ist, ist ebenfalls numerisch 100 % und zeigt auch keine Streuung entlang der Diagonalen. Die Eigenformen der beiden analytischen Modelle lassen sich nach dem Optimierungsprozess eindeutig zuordnen.

## 13.5. Diskussion: Automatische Parameteroptimierung mit kinetischen Energieverteilungen

In den vorherigen Abschnitten wurde die Möglichkeit einer gradientenbasierten Parameteroptimierung mit Hilfe kinetischer Energieverteilungen erörtert. Da der Fokus dieser Arbeit auf Modellkorrelation liegt, wurde in den vorherigen Abschnitten nur die Grundlage neuer Forschungs-

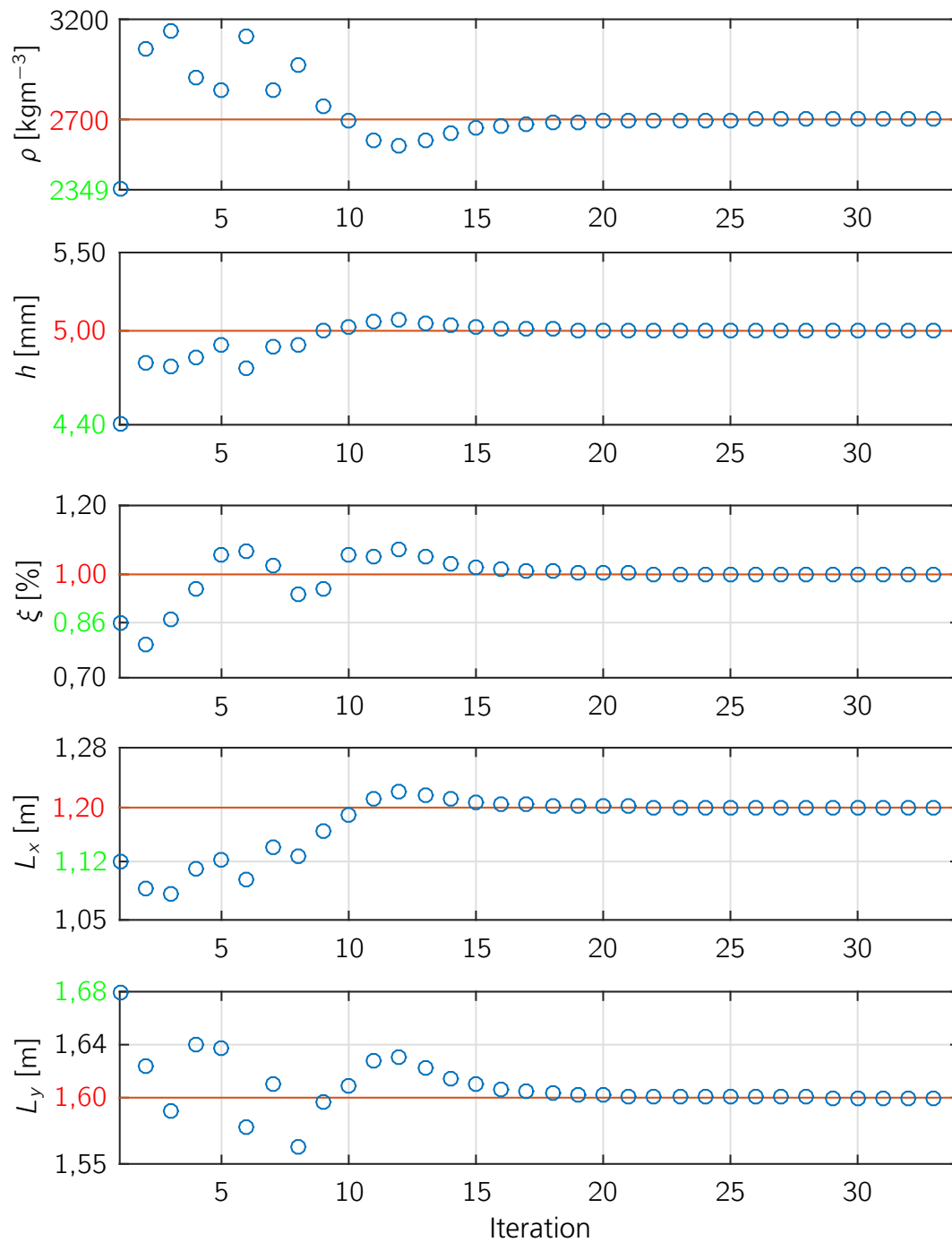


Abbildung 13.2.: Modellparameter während des Optimierungsprozesses.

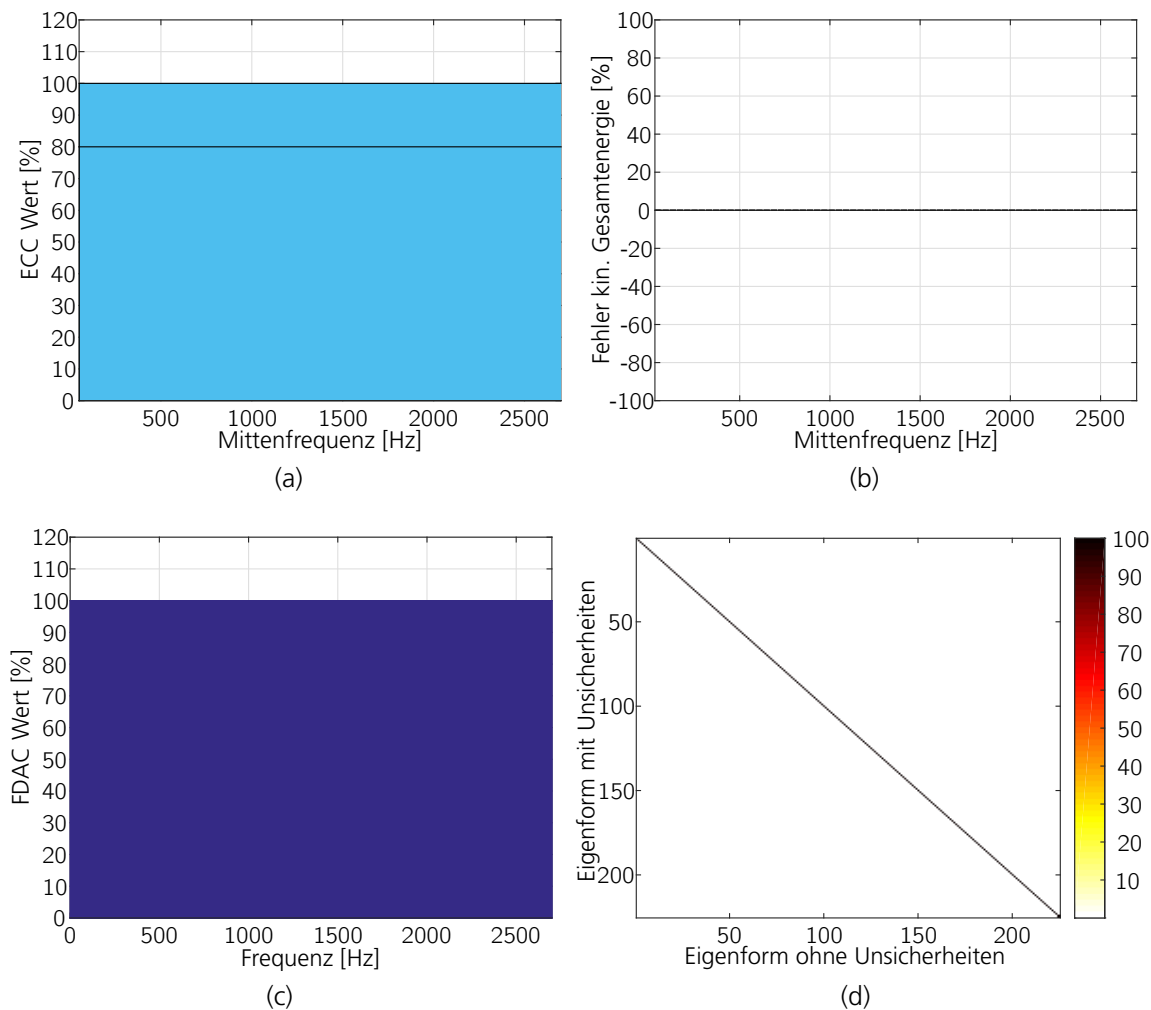


Abbildung 13.3.: **Nach** Optimierungsprozess: (a) ECC-Korrelation (b) Fehler der kinetischen Gesamtenergie (c) FDAC-Korrelation (d) MAC-Korrelation (Farbskala in %).

arbeiten bezüglich automatischer Modellanpassung geliefert. Es wurde demonstriert, dass eine automatische Modellanpassung mit Hilfe kinetischer Energieverteilungen eine eindeutig stabile und auskonvergierte Lösung liefert. In diesem Abschnitt wird die gradientenbasierte Parameteroptimierung mit der kinetischen Energieverteilung als Residuum im Detail diskutiert. Es wird die Zielfunktion in Abhängigkeit der Modellparameter betrachtet und eine inkonsistente Parameteroptimierung wird erörtert. Auch diese Diskussion wird auf Basis des analytischen Modells der einfach gelagerten und dünnwandigen Platte durchgeführt.

### 13.5.1. Diskussion der Zielfunktion

In diesem Abschnitt wird die zu minimierende Zielfunktion  $J_e$  der kinetischen Energieverteilungen diskutiert. Diese Zielfunktion beinhaltet das globale Minimum aller im Residuum enthaltenen Abweichungen zwischen den kinetischen Energieverteilungen. Als Modellparameter, welche für die Diskussion der Zielfunktion notwendig sind, wurden die Dicke  $h$ , die Dämpfung  $\xi$ , die Dichte  $\rho$  und die Kantenlänge  $L_x$  gewählt. Für die Diskussion werden die Modellparameter zwischen  $\pm 20\%$  um den Zielwert bzw. Referenzwert der Parameteroptimierung variiert und die Zielfunktion  $J_e$  nach Gl. 13.2 berechnet. In Abb. 13.4 sind die Zielwerte rot gekennzeichnet und die Zielfunktion ist jeweils in Abhängigkeit zweier Modellparameter als Fläche dargestellt. Die gewählten Parameterpaare sind Dicke  $h$  und Dämpfung  $\xi$  bzw. Dichte  $\rho$  und Kantenlänge  $L_x$ .

Abb. 13.4 (a) zeigt die Zielfunktion in Abhängigkeit der Dicke  $h$  und Dämpfung  $\xi$ . Es ist ein glatter Verlauf der Zielfunktion zu erkennen. Das globale Minimum der Fläche liegt bei einer Dicke von 5 mm. Der Einfluss der Dämpfung auf die Zielfunktion im Vergleich zur Dicke ist weniger stark. Das globale Minimum der Zielfunktion in Abhängigkeit der Dämpfung ist in Abb. 13.4 (a) nicht eindeutig zu erkennen. Abb. 13.4 (c) und (e) zeigen die Zielfunktion in einer xz-Ansicht und yz-Ansicht. Die z-Achse ist in diesen beiden Abbildungen logarithmisch skaliert. Durch diese Skalierung der z-Achse ist ein kontinuierlicher und monotoner Abfall der Zielfunktion zum globalen Minimum der Fläche bzw. der Zielfunktion eindeutig zu erkennen. Das globale Minimum der Zielfunktion liegt bei  $h = 5$  mm und  $\xi = 1\%$ . Dies entspricht den rot gekennzeichneten Zielwerten bzw. Referenzwerten.

Der Werteverlauf der Modellparameter während des Optimierungsprozesses bzw. des Minimierungsprozesses der Zielfunktion ist in Abb. 13.4 jeweils als blaue Linien eingezeichnet. Die Startwerte des Optimierungsprozesses sind mit grünen Kreuzen gekennzeichnet und die auskonvergierten Werte als rote Kreuze.

Als Abbruchkriterium des Optimierungsprozesses wird  $\max(\{\varepsilon_{kin}\}_k) < 10^{-8}$  gewählt und die Parameteränderung bei der Ermittlung der Sensitivitätsmatrix beträgt 0,1 %.

Als Startwerte (grünes Kreuz) werden bei dem Optimierungsprozess der Modellparameter (Dicke, Dämpfung) die Werte  $h = 6$  mm und  $\xi = 0,8\%$  gewählt. Nach fünf Iterationsschritten ist das globale Minimum der Zielfunktion gefunden und die konvergierte Lösung (rotes Kreuz) entspricht den gesuchten Zielwerten (rote Werte).

Abb. 13.4 (b) zeigt die Zielfunktion in Abhängigkeit der Dichte  $\rho$  und der Kantenlänge  $L_x$ . Auch diese Zielfunktion zeigt auf den ersten Blick einen glatten Verlauf. Das globale Minimum der Zielfunktion in Abhängigkeit der Dichte und der Kantenlänge ist in Abb. 13.4 (b) nicht eindeutig zu erkennen. Abb. 13.4 (d) und (f) zeigen die Zielfunktion in einer xz-Ansicht und yz-Ansicht mit einer logarithmischen Skalierung der z-Achse. Durch die logarithmisch skalierte z-Achse ist das gesuchte, globale Minimum der Zielfunktion eindeutig bei  $\rho = 2700 \text{ kgm}^{-3}$  und  $L_x = 1,2$  m zu



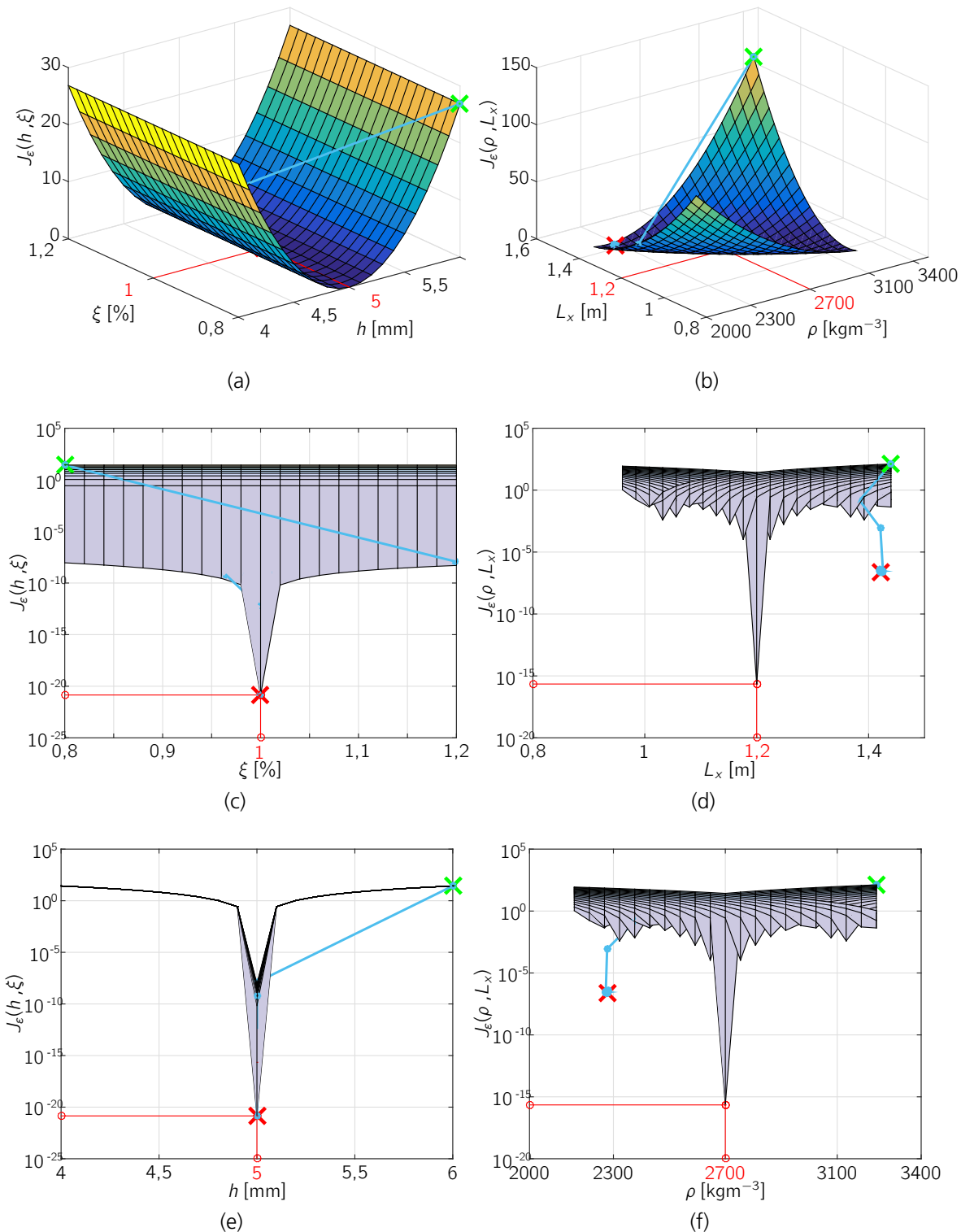


Abbildung 13.4.: (a) 3D-Ansicht von  $J_\epsilon(h, \xi)$  als Fläche (b) 3D-Ansicht von  $J_\epsilon(\rho, L_x)$  als Fläche (c) xz-Ansicht von  $J_\epsilon(h, \xi)$  (d) xz-Ansicht von  $J_\epsilon(\rho, L_x)$  (e) yz-Ansicht von  $J_\epsilon(h, \xi)$  (f) yz-Ansicht von  $J_\epsilon(\rho, L_x)$ .

erkennen. Abb. 13.4 (d) und (f) zeigen durch die logarithmische Skalierung aber auch mehrere lokale Minima der Zielfunktion. Bei nicht optimal gewählten Startwerten kann die Lösung des Optimierungsprozesses bzw. des Minimierungsprozesses der Zielfunktion in eines der lokalen Minima konvergieren.

Um den Optimierungsprozess diskutieren zu können, werden folgende Startwerte  $\rho = 3240 \text{ kgm}^{-3}$  und  $L_x = 1,44 \text{ m}$  gewählt. Die Lösung bei der Minimierung der Zielfunktion ist stabil, konvergiert aber nach 15 Iterationsschritten in ein lokales Minimum bei  $\rho = 2279 \text{ kgm}^{-3}$  und  $L_x = 1,42 \text{ m}$ . Diese Lösung ist in Abb. 13.4 (d) und (f) durch rote Kreuze gekennzeichnet.

Die Diskussion der Zielfunktion in diesem Abschnitt zeigt, dass die Zielfunktion ein eindeutig globales Minimum besitzt, aber unter bestimmten Umständen auch zusätzlich mehrere lokale Minima aufweisen kann. Werden die Ergebnisse dieses Abschnitts und der vorherigen Abschnitte zusammen betrachtet, zeigt sich, dass die Lösungen der Optimierungsprozesse stabil konvergieren. In zwei der drei betrachteten Optimierungsfälle konvergiert die Lösung zu den gesuchten Zielwerten der Modellparameter. In einem Fall konvergiert die Lösung in ein lokales Minimum. In Anbetracht dieser Ergebnisse lässt sich folgern, dass die Zielfunktion in Abhängigkeit der fünf Modellparameter in Abschnitt 13.2 eine eindeutige Lösung bzw. ein eindeutiges, globales Minimum in dem durch die gewählten Parameterunsicherheiten ( $\pm 15\%$ ) aufgespannten Raum besitzt. Die Lösung konvergiert stabil zu den gesuchten Zielwerten. Eine graphische Darstellung der Zielfunktion in Abhängigkeit der fünf Modellparameter, wie in Abb. 13.4, ist nicht möglich.

Beim Optimierungsprozess der Modellparameter in Abschnitt 13.4 ist zwischen dem ersten und zwölften Iterationsschritt ein sprunghaftes und einschwingendes Verhalten der Modellparameter zu beobachten (siehe. Abb. 13.2). Die Sensitivitätsmatrix bzw. Gradientenmatrix gibt die Richtung der größten Änderungen der kinetischen Energieverteilungen bezüglich der Modellparameter am k-ten Iterationsschritt an. Bildlich gesprochen, zeigt der Gradient der von der Zielfunktion aufgespannten n-dimensionalen Fläche (n ist Anzahl Parameter) immer in Richtung des steilsten Abstiegs von dem Punkt der Modellparameter am k-ten Iterationsschritt. Im Falle des analytischen Modells der dünnwandigen Platte sind  $N = 41700$  Zielfunktionen (Länge des Fehler- bzw. Residuumsvektors) vorhanden, welche bei der Optimierung minimiert werden. Mit Hilfe der Pseudoinversen der Sensitivitätsmatrix wird auf Basis der Methode der kleinsten Fehlerquadrate die minimale euklidische Norm der Lösung des linearen Gleichungssystems ermittelt. In anderen Worten, der Gradient zeigt in Richtung eines für die N Zielfunktionen „bestmöglichen“ Abstiegs. Dieser zeigt im gewählten Beispiel aus Abschnitt 13.2 in Anbetracht der sprunghaften Änderungen der Modellparameter nicht in Richtung der gesuchten Zielwerte. Erst nach einem Einschwingen der Modellparameter um den Zielwert (ab dem zwölften Iterationsschritt) zeigt die Sensitivitätsmatrix bzw. Gradientenmatrix in Richtung der gesuchten Zielwerte und ein monotoner Verlauf der Modellparameter in Richtung gesuchter Zielwerte ist zu erkennen. Diese Schwankungen der Modellparameter zwischen dem ersten und zwölften Iterationsschritt können unter anderem durch lokale Minima der einzelnen N Zielfunktionen verursacht worden sein. Diese Behauptung wird an dieser Stelle ohne Beweis aufgestellt und ist eine Vermutung, welche in folgenden Forschungsarbeiten weiter untersucht werden kann.

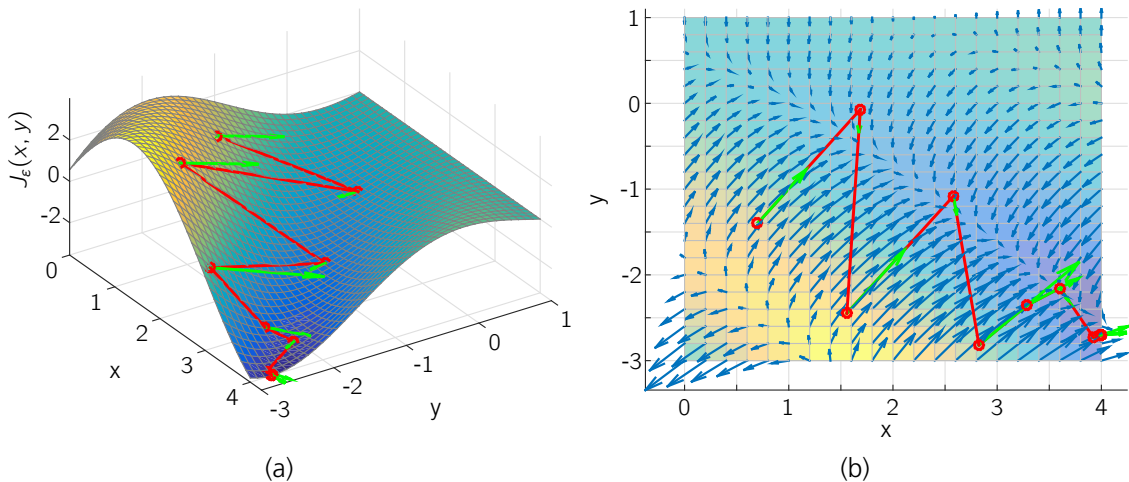


Abbildung 13.5.: Beispiel eines gradientenbasierten Minimierungsprozesses einer analytischen Zielfunktion  $J_\epsilon(x, y) = \sin(x + y)(y - 1)$ : (a) 3D-Ansicht (b) 2D-Ansicht der xy-Ebene.

Abb. 13.4 zeigt die übergreifende Zielfunktion aller im Fehler- bzw. Residuumsvektor zu minimierenden Abweichungen und Abb. 13.5 stellt den Verlauf der Wertepaare während des Minimierungsprozesses einer analytischen Zielfunktion  $J_\epsilon(x, y) = \sin(x + y)(y - 1)$  als rote Linien dar. Dieses Beispiel dient der Demonstration der Gradienten, welche die Richtung der Minimierung angeben. Die Zielfunktion ist als Fläche dargestellt und die Gradienten an den  $k$  Iterationsschritten als grüne Pfeile. Abb. 13.5 (a) zeigt eine 3D-Ansicht und Abb. 13.5 (b) eine 2D-Ansicht in der  $xy$ -Ebene. In Abb. 13.5 (b) sind zusätzlich die Gradienten über die gesamte Fläche der Zielfunktion als blaue Pfeile dargestellt. In diesem Beispiel werden als Startwerte  $x_0 = 0.7$  und  $y_0 = -1.4$  gewählt. Während des Optimierungsprozesses ist ein Einschwingen der Parameterpaare  $x_k$  und  $y_k$  in Richtung globales Minimum zu erkennen. Dies liegt daran, dass die Parameterpaare dem Gradienten, welcher in Richtung des steilsten Abstiegs am  $k$ -ten Iterationsschritt zeigt, folgen. Der steilste Abstieg zeigt nicht zwangsweise in Richtung globales Minimum. Nach 13 Iterationsschritten ist die Lösung des Minimierungsprozesses in das globale Minimum der in Abb. 13.5 gezeigten Fläche bei  $x_{13} = 4$  und  $y_{13} = -2.7$  auskonvergiert.

Bei einer großen Distanz zum gesuchten, globalen Minimum der Zielfunktion zeigt der Verlauf der Modellparameter keine monotone und zielgerichtete Konvergenz in Richtung des gesuchten Zielwerts. Abb. 13.6 zeigt den Optimierungsprozess der Modellparameter aus Abschnitt 13.2. In diesem Fall werden die Startwerte näher an das globale Minimum der Zielfunktion gelegt. Sowohl der Startwert der Dicke als auch der Startwert der Kantenlänge in  $x$ -Richtung entsprechen zu Beginn des Optimierungsprozesses den gesuchten Zielwerten. Die gewählten Start- und gesuchten Zielwerte sind in Tab. 13.2 aufgelistet.

Tabelle 13.2.: Start- und Zielwerte der Modellparameter.

Parameter	Zielwert (exp)	Startwert (num)	Unsicherheit in %
$\rho$	2700 kgm <sup>-3</sup>	2349 kgm <sup>-3</sup>	-13
$h$	5,0 mm	5,0 mm	0
$\xi$	1,00 %	0,86 %	-14
$L_x$	1,2 m	1,2 m	0
$L_y$	1,60 m	1,68 m	-6

Diese Wahl der Startwerte liegt dichter am globalen Minimum der Zielfunktion, weil zwei der Modellparameter den gesuchten Zielwerten entsprechen. Abb. 13.6 zeigt zwischen dem ersten und sechsten Iterationsschritt ein sich vom gesuchten Zielwert entfernendes Verhalten der Modellparameter. Auch werden die korrekt gewählten Modellparameter während des Optimierungsprozesses angepasst. Ab dem sechsten Iterationsschritt ist ein monotoner Verlauf der Modellparameter in Richtung gesuchtem Zielwert zu beobachten. Die Lösung ist nach 28 Iterationsschritten bei den gesuchten Zielwerten auskonvergiert. Zwar ist bei diesen gewählten Startwerten eine Änderung der korrekt gewählten Modellparameter und auch ein Einschwingen der Modellparameter zu beobachten, dennoch konvergiert die Lösung stabil zu den gesuchten Zielwerten. Auch ist der Verlauf der Modellparameter während des Optimierungsprozesses nicht sprunghaft, sondern stetig. Wenn die Werte der Modellparameter beim sechsten Iterationsschritt als Startwerte gewählt werden, ist vom Anfang des Optimierungsprozess an ein monotoner und zu den Zielwerten abflachender Verlauf der Modellparameter feststellbar. Dieser Fall wurde untersucht und entspricht dem Verlauf der Modellparameter ab dem sechsten Iterationsschritt in Abb. 13.6.

Aus den Ergebnissen dieser Optimierungen lässt sich schließen, dass je dichter die Startwerte am globalen Minimum der Zielfunktion liegen, desto schneller konvergiert die Lösung zum globalen Minimum.

Bei der Wahl der Startwerte des Optimierungsprozesses ist es wichtig, die Werte möglichst dicht an das gesuchte, globale Minimum der Zielfunktion zu legen, um eine stabile und auskonvergierte Lösung der gesuchten Zielwerte zu erhalten. Sind die Werte zu weit von dem gesuchten, globalen Minimum gewählt worden, können lokale Minima eine Konvergenz der Lösung bei den gesuchten Zielwerten erschweren. Die Lösung kann in ein lokales Minimum konvergieren. Die Ergebnisse bzw. Zielwerte dieses lokalen Minimums sind fragwürdig. Im Normalfall, in welchem die Zielwerte unbekannt sind, ist eine physikalische Interpretation der konvergierten Werte notwendig, ob diese Werte im Bereich des für den Modellparameter realistischen Toleranzbereichs liegen. Liegen diese Werte außerhalb des Toleranzbereichs, ist die Lösung in ein lokales Minimum konvergiert.

Bei dieser Diskussion der Zielfunktionen fällt zudem auf, dass sich die Zielfunktion, abhängig von den Modellparametern, aus unterschiedlichen physikalischen Größen zusammensetzt. Unterschiede in der Größenordnung der Modellparameter können bei der Optimierung sehr groß

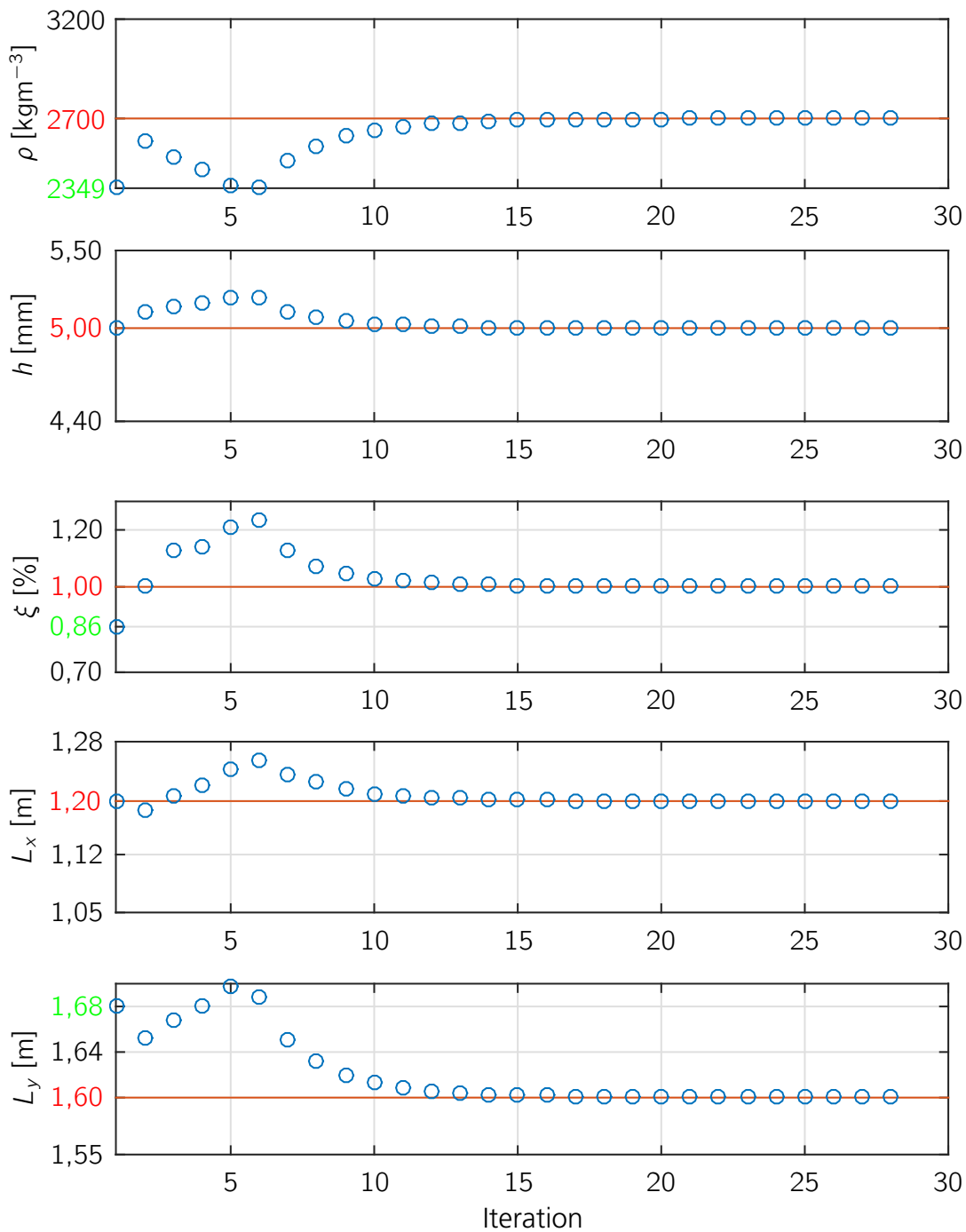


Abbildung 13.6.: Modellparameter während des Optimierungsprozesses.

sein und müssen berücksichtigt werden. Die unterschiedlichen Größenordnungen der Modellparameter können beim Aufstellen der Sensitivitätsmatrix, z.B. als relative Parameteränderung, berücksichtigt werden. In diesem Beispiel der analytischen Platte ist eine solche Berücksichtigung nicht notwendig, weil das globale Minimum der Zielfunktion in Abhängigkeit der Modellparameter Dicke, Dichte, Dämpfung und der Kantenlängen eindeutig ist und die Lösung des Optimierungsprozesses auch bei einer absoluten Parameteränderung stabil zu den gesuchten Zielwerten konvergiert.

### 13.5.2. Diskussion einer inkonsistenten Parameteroptimierung

In diesem Abschnitt wird eine inkonsistente Parameteroptimierung diskutiert. Hierbei wird dieselbe Parameteroptimierung aus Abschnitt 13.2 durchgeführt. Start- und Zielwerte sind bis auf den Elastizitätsmodul ( $E$ ) identisch. Der Elastizitätsmodul wird mit einer Unsicherheit von  $-6\%$  beaufschlagt. Wie in Abschnitt 13.2 wird eine Optimierung der fünf Modellparameter (Dichte  $\rho$ , Dicke  $h$ , Dämpfung  $\xi$  und Kantenlängen  $L_x, L_y$ ) durchgeführt. Beim Optimierungsprozess wird der Elastizitätsmodul nicht angepasst. Die gewählten Start- und gesuchten Zielwerte der Modellparameter für die Untersuchung der inkonsistenten Parameteroptimierung sind in Tab. 13.3 aufgelistet.

Tabelle 13.3.: Start- und Zielwerte der inkonsistenten Parameteroptimierung.

Parameter	Zielwert (exp)	Startwert (num)	Unsicherheit in %
$\rho$	2700 kgm <sup>-3</sup>	2349 kgm <sup>-3</sup>	-13
$h$	5,0 mm	4,4 mm	-12
$\xi$	1,00 %	0,86 %	-14
$L_x$	1,200 m	1,128 m	+5
$L_y$	1,60 m	1,68 m	-6
$E$	70 GNm <sup>-2</sup>	65,8 GNm <sup>-2</sup>	-6

Abb. 13.7 zeigt die Änderungen der Modellparameter während des Optimierungsprozesses. Zwischen dem ersten und elften Iterationsschritt ist ein Einschwingen der Modellparameter durch den gradientenbasierten Optimierungsprozess zu beobachten. In diesem Bereich sind unter anderem auch sprunghafte Änderungen in den Modellparametern zu beobachten. Ab dem elften Iterationsschritt ist ein monotoner Verlauf der Modellparameter zu erkennen. Auch in diesem Fall der inkonsistenten Parameteroptimierung konvergieren die Modellparameter zu einer stabilen Lösung. Beim 32. Iterationsschritt ist das Abbruchkriterium erreicht. Nach der Parameteroptimierung sind drei der fünf Modellparameter (Dämpfung  $\xi$  und Kantenlängen  $L_x, L_y$ ) zum gesuchten Zielwert konvergiert. Die Dicke  $h$  und Dichte  $\rho$  sind zu einem leicht vom Zielwert abweichenden Wert konvergiert. Über diesen vom Zielwert leicht abweichenden Wert wird die Abweichung des Elastizitätsmoduls ausgeglichen.

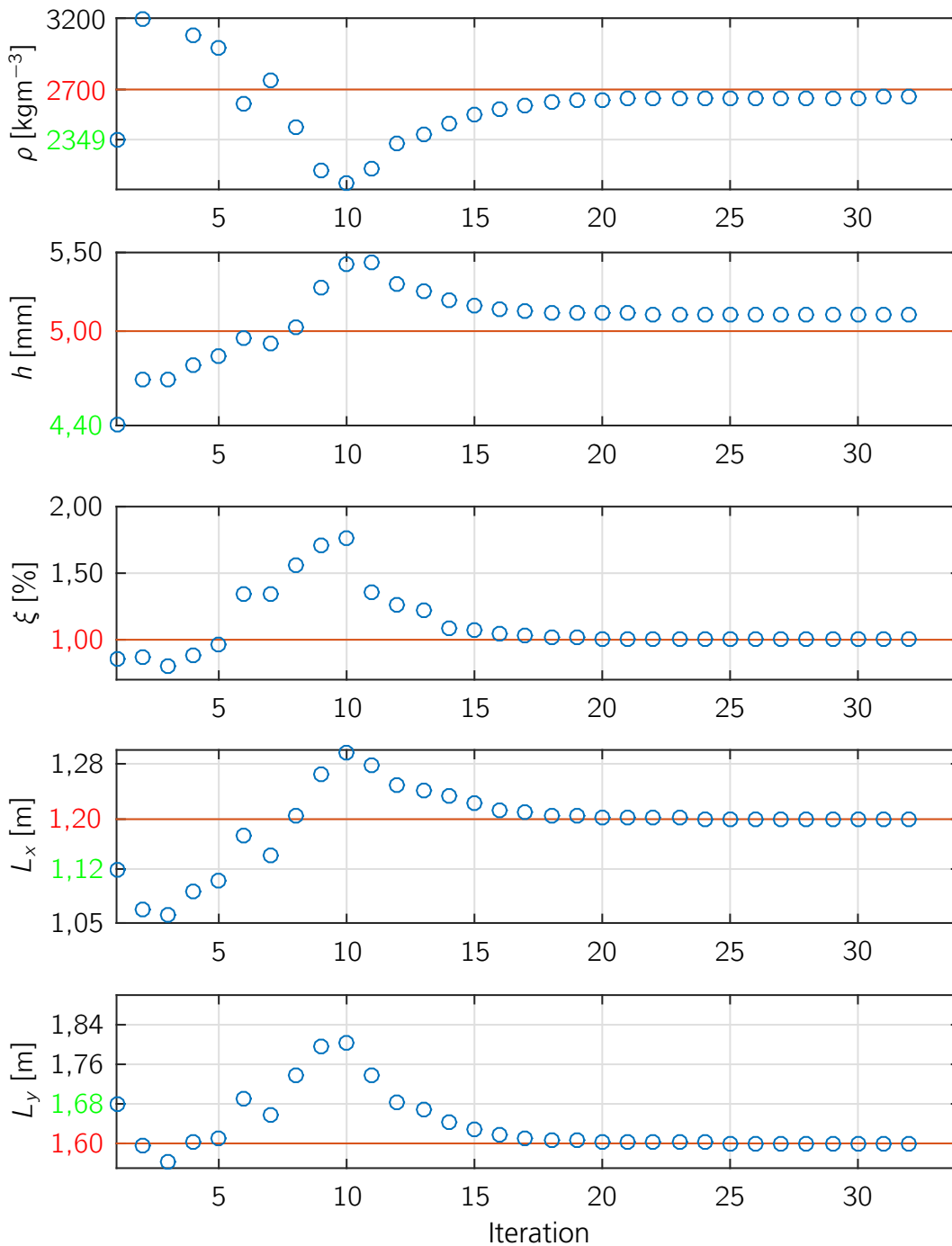


Abbildung 13.7.: Modellparameter während des Optimierungsprozesses einer inkonsistenten Parameteroptimierung.

Dieser Abschnitt zeigt, dass die Lösung des Optimierungsprozess einer inkonsistenten Parameteroptimierung basierend auf integrierten kinetischen Energieverteilungen stabil auskonvergiert. Bei dieser inkonsistenten Parameteroptimierung wird ein Fehler in einem Modellparameter beim Optimierungsprozess nicht mit angepasst. Der Fehler in diesem Modellparameter wird durch leichte Abweichungen in den Zielwerten anderer Modellparameter kompensiert.

## 13.6. Zusammenfassung: Ansätze zur energiebasierten automatischen Modellanpassung

Dieses Kapitel demonstriert, dass sich die räumlich und spektral integrierten kinetischen Energieverteilungen als Fehlervektor bzw. Residuum für Methoden der automatisierten Modellanpassung verwenden lassen. Die Lösung konvergiert eindeutig gegen die gesuchten Zielwerte. Nach dem Optimierungsprozess lässt sich eine numerisch exakte Kollinearität zwischen den beiden kinetischen Energieverteilungen der analytischen Modelle durch ECC feststellen. Auch der Fehler in der kinetischen Gesamtenergie ist numerisch 0 %.

Auch die feiner auflösenden Korrelationen mit MAC und FDAC zeigen nach dem Optimierungsprozess eine numerisch exakte Kollinearität der komplexen Betriebsschwingungsformen und den rein reellen Eigenformen der beiden analytischen Modelle. Das heißt, dass alle Korrelationskriterien eine exakte lineare Abhängigkeit beider analytischen Modelle signalisieren. Daraus lässt sich schlussfolgern, dass die beide analytischen Modelle nach dem Optimierungsprozess identisch sind.

Die Korrelation der grob eingeteilten kinetischen Energieverteilungen des analytischen Modells lassen sich durch automatische Optimierungsprozesse auf Basis der räumlich und spektral integrierten kinetischen Energieverteilung verbessern. Auch die anderen Korrelationskriterien, wie MAC und FDAC, zeigen nach dem Optimierungsprozess der Modellparameter eine bessere Korrelation der detaillierten Schwingungsformen.

Alle der in diesem Kapitel besprochenen Parameteroptimierungen konvergieren zu einer stabilen Lösung. Bis auf zwei Fälle konvergieren die Parameteroptimierungen zu den gesuchten Zielwerten. Eine Parameteroptimierung konvergiert zu einem lokalen Minimum. In diesem Fall des analytischen Modells einer einfach gelagerten und dünnwandigen Platte ist es möglich die lokalen Minima der Zielfunktion graphisch darzustellen. Die Zielfunktion in Abhängigkeit der Dichte  $\rho$  und der Kantenlänge  $L_x$  zeigt mehrere lokale Minima. In eines dieser lokalen Minima konvergiert die Lösung bei den in diesem Beispiel gewählten Startwerten. Im letzten Beispiel wurde eine inkonsistente Parameteroptimierung durchgeführt. Auch bei diesem Beispiel konvergieren die Modellparameter zu einer stabilen Lösung, auch wenn der mit einem Fehler behaftete Modellparameter bei der Parameteroptimierung nicht berücksichtigt wird. Der mit einem Fehler behaftete



Elastizitätsmodul wird durch die leicht vom Zielwert abweichenden Werte der Dichte und der Dicke ausgeglichen.

Es kann gezeigt werden, dass eine gradientenbasierte Parameteroptimierung auf Basis kinetischer Energien prinzipiell möglich ist. Eine Herausforderung bei der gradientenbasierten Optimierung sind die lokalen Minima, die eine solche Optimierung erschweren. Weitere Forschungsarbeiten können die Anwendbarkeit der integrierten kinetischen Energieverteilungen bezüglich anderer Verfahren und Algorithmen zur Optimierung untersuchen, die eine solche Herausforderung lokaler Minima nicht besitzen oder besser berücksichtigen.

Dieses Kapitel zeigt, dass eine automatische gradientenbasierte Parameteroptimierung mit Hilfe kinetischer Energieverteilungen prinzipiell möglich ist. Dabei wird demonstriert, dass die automatische Parameteroptimierung auf Basis kinetischer Energieverteilungen eine eindeutige und stabile Lösung liefert. Diese Lösung konvergiert zu den gesuchten Zielwerten der Modellparameter und minimiert den Fehler zwischen den Energieverteilungen beider Modelle. Die Ergebnisse aus diesem Kapitel liefern die Grundlagen der energiebasierten, automatischen Modellanpassung für weiterführende Forschungsarbeiten.



## 14. Fazit dieser Arbeit und Ausblick auf zukünftige Forschungsarbeiten

Die theoretische Grundlage für eine robuste Methode zur Korrelation simulierter und gemessener strukturdynamischer Modelle im tiefen, mittleren und hohen Frequenzbereich wurde vorgestellt. Die sowohl analytischen als auch experimentellen Untersuchungen beweisen, dass die neue Methode der Energiekorrelation aussagekräftige Ergebnisse in einem Frequenzbereich hoher modaler Dichte und Überlappung liefert. Aus diesem Grund ist die neue Methode der Modellkorrelation insbesondere für strukturdynamische Modelle bezüglich vibroakustischer Problemstellungen in dem Frequenzbereich hoher modaler Dichte geeignet. Aber auch im tiefen Frequenzbereich ist eine Korrelation mit der neuen Methode möglich. Dabei nutzt die neue Methode zur Modellkorrelation räumlich und spektral integrierte kinetische Energieverteilungen. Die Integration findet über zuvor definierte Frequenzbänder und räumlich diskrete Bereiche einer Struktur statt. Aufgrund der Integration ist die Korrelation räumlich und spektral gröber als MAC und FDAC. Durch die Korrelation der integrierten kinetischen Energieverteilungen identifiziert das neue Korrelationskriterium globale Bereiche, in denen größere Abweichungen zwischen zwei Modellen vorhanden sind und die auf eine Optimierung der Modellparameter hindeuten. Nach der Anpassung der Modellparameter auf Basis der zuvor durchgeführten Korrelation mit ECC ist eine Verfeinerung der zu korrelierenden räumlichen Bereiche und Frequenzbänder möglich. Diese Verfeinerung kann in mehreren Iterationen durchgeführt werden, bis entweder keine Messfreiheitsgrade pro Oberflächenbereich mehr vorhanden sind oder bis FDAC und MAC für weiterführende Korrelationen eingesetzt werden können. Mit Hilfe von FDAC lässt sich daraufhin auch eine Phasenkorrelation der komplexen Betriebsschwingungsformen mitberücksichtigen.

Die Korrelationen der Eigenformen mit MAC und der Betriebsschwingungsformen mit FDAC reagieren stark sensibel auf das lokale und statistische Schwingungsverhalten. Auch wenn die beiden Modelle (Simulation und Experiment) der Kreiszylinderschale aus Faserverbundwerkstoff sehr ähnlich sind, scheitert die Modellkorrelation mit MAC aufgrund der hohen modalen Dichte im mittleren und hohen Frequenzbereich. Zudem kann die Eigenfrequenzabweichungen nicht berechnet werden, weil eine eindeutige Zuordnung der Eigenvektoren nicht möglich ist. Eine Modellvalidierung auf Basis der modalen Parameter, welche noch immer Stand der Technik ist, ist durch die hohe modale Dichte und Überlappung in dem für vibroakustische Untersuchungen relevanten Frequenzbereich nicht möglich.

Durch die Integration über Substrukturen und Frequenzbänder ist die Energiekorrelation ECC im mittleren und hohen Frequenzbereich robuster gegenüber leichten Unsicherheiten in den globalen und lokalen Modellparametern als MAC und FDAC. Durch die räumliche und spektrale Integration haben räumliche und spektrale Verschiebungen weniger Einfluss auf den Grad der Korrelation mit ECC im Vergleich zu MAC oder FDAC. Die Energiekorrelation erfasst bei dieser neuen Methode das globale und gemittelte Schwingungsverhalten, jedoch nicht das lokale und statistische Schwingungsverhalten einer Struktur. Kreuzkorrelationen von einem Frequenzband zum anderen sind möglich, aber eine physikalische Interpretation ist unklar und wurde nicht durchgeführt.

Im Allgemeinen besteht die Korrelation mit ECC aus einer räumlichen Korrelation kinetischer Energieverteilungen und einem kinetischen Gesamtenergiefehler pro Frequenzband. Dies erlaubt die Identifikation von Frequenzbändern, in denen die Korrelation akzeptabel ist und Frequenzbereiche, für welche die Korrelation verbessert werden muss. Ein großer kinetischer Gesamtenergiefehler kann darauf hindeuten, dass die Dämpfung (modal oder strukturell) in einem spezifischen Frequenzband unter- oder überschätzt wurde.

Außerdem erlaubt ECC eine Korrelation zweier unterschiedlich räumlich diskretisierter Datensätze. Ein diskretes Messgitter mit einer niedrigen räumlichen Auflösung und ein numerisches FE-Gitter mit einer hohen räumlichen Auflösung können korreliert werden. Voraussetzung ist, dass die Massenmatrix des numerischen Modells auf das räumlich niedriger auflösende Messgitter kondensiert wird.

Um eine feinere Korrelation detailreicher Schwingungsformen zu ermöglichen, ist für die Energiekorrelation eine möglichst hohe räumliche und spektrale Auflösung anzustreben. Außerdem sollte die Auflösung sowohl des Messgitters als auch des FE-Modells fein genug sein, um den Fehler bei der numerischen Integration klein zu halten und statistische Messfehler auszugleichen. Durch diesen Anspruch ergibt sich die Anforderung für eine immer feinere räumliche Auflösung mit steigender Strukturwellenzahl. Auch die spektrale Auflösung sollte fein genug gewählt werden, um Fehler bei der spektralen Integration zu minimieren.

Mit Hilfe der räumlich und spektral integrierten kinetischen Energien lässt sich das stark lokale und unregelmäßige Schwingungsverhalten der Teststruktur durch einen gemittelten und globalen Verlauf leichter interpretieren. Durch die globale und gemittelte Betrachtung des stark lokalen Schwingungsverhaltens werden Energietransferpfade sichtbar, die im numerischen Modell nicht berücksichtigt werden.

Unter Berücksichtigung dieser Anforderungen wurden in dieser Arbeit experimentelle Untersuchungen an einer Kreiszylinderschale aus Faserverbundwerkstoff durchgeführt. Diese Untersuchungen zeigen, dass sich mit Hilfe numerischer deterministischer Methoden das globale und gemittelte Schwingungsverhalten dieser Teststruktur auch im mittleren und hohen Frequenzbereich vorhersagen lässt. Eine Vorhersage des globalen und gemittelten Schwingungsverhaltens ist trotz der hohen modalen Dichte und Überlappung in diesen Frequenzbereichen möglich. Die Kor-

relation zwischen Simulation und Experiment der Kreiszylinderschale aus Faserverbundwerkstoff ist im Rahmen dieser Anwendung ausreichend gut.

Bei schlechter Korrelation, z.B. aufgrund von Unsicherheiten in den Modellparametern, lässt sich die Korrelation zwischen Simulation und Experiment mit Hilfe automatischer Optimierungsprozesse verbessern. Diese Arbeit demonstriert, dass eine solche automatische Optimierung auf Basis der integrierten kinetischen Energieverteilungen prinzipiell möglich ist und eine stabile und auskonvergierte Lösung liefert. Der automatische Optimierungsprozess eines analytischen Modells einer Platte liefert die gesuchten Modellparameter und beweist, dass mit Hilfe der integrierten kinetischen Energien eine eindeutige Lösung gefunden wird. Dieses Ergebnis bestätigt, dass eine aussagefähige Korrelation zweier Modelle auf Basis integrierter kinetischer Energien möglich ist.

Auch eine neue Methode zur Einteilung des tiefen, mittleren und hohen Frequenzbereichs für versteifte, dünnwandige, zylindrische Leichtbaustrukturen wurde in dieser Arbeit vorgeschlagen. Dabei wurde ein semi-automatischer Messprozess mit einem Laservibrometer verwendet, um die experimentellen Schwingungsantworten des stark lokalen dynamischen Verhaltens versteifter Strukturen im mittleren und hohen Frequenzbereich zu erfassen. Dieser semi-automatische Messprozess ist in der Lage, die benötigte hohe räumliche Auflösung zur Verfügung zu stellen. Eine solche hohe räumliche Auflösung ist eine Anforderung der neuen Methode, um die mit steigender Frequenz kleiner werdenden Strukturwellen noch identifizieren zu können.

Durch die Wellenzahlanalyse wird im tiefen Frequenzbereich ein globales Schwingungsverhalten der versteiften Kreiszylinderschale identifiziert. Im hohen Frequenzbereich schwingen Hautfelder, Stringer und Spanten der versteiften Kreiszylinderschale quasi unabhängig voneinander. Der mittlere Frequenzbereich zeigt eine Kombination aus lokalem und globalem Schwingungsverhalten. Eine weitere Beobachtung bezieht sich auf die spektrale und räumliche Verteilung der Schwingungsenergie. Ein Großteil der Schwingungsenergie der versteiften Kreiszylinderschale befindet sich im tieferen Frequenzbereich und, räumlich betrachtet, in den Hautfeldern.

Basierend auf dem globalen und lokalen Schwingungsverhalten der versteiften Kreiszylinderschale der MiniCRAFD Teststruktur lässt sich der tiefe, mittlere und hohe Frequenzbereich durch eine Wellenzahlanalyse der Betriebsschwingungsformen ermitteln. Eine 2D-Fourier-Transformation der Betriebsschwingungsformen jeder gemessenen Spektrallinie ermöglicht die Identifikation und Trennung der dynamischen Antworten der Hautfelder und Versteifungen. Die Interpretation der Schwingungsantworten ermöglicht eine grobe Einteilung des gemessenen Frequenzbereichs in tiefen, mittleren und hohen Frequenzbereich. Die grobe Einteilung stimmt qualitativ gut mit den aus der Literatur bekannten Einteilungen des Frequenzbereichs überein. Der Modal Overlap Factor nimmt eine quantitative Einteilung des Frequenzbereichs vor, benötigt aber ein numerisches Modell zur Berechnung der modalen Dichte. Die neue Methode ist eine grobe und qualitative Einteilung, weil sie die Interpretation des Anwenders benötigt. Dafür ist eine Einteilung des Frequenzbereichs mit Hilfe gemessener Schwingungsantworten möglich.

Weiterführende Anwendungen unter Verwendung der Energiekorrelation wären z.B. die automatische Modellanpassung numerischer FE-Modelle mit Hilfe der kinetischen Energieverteilung. Da der Fokus dieser Arbeit auf der Modellkorrelation strukturdynamischer Modelle in einem Frequenzbereich hoher modaler Dichte und Überlappung liegt, wurde eine solche Optimierung in dieser Arbeit nicht durchgeführt. Weiterer Forschungsbedarf betrifft eine automatische Einteilung der Frequenzbandbreite und Oberflächenbereiche bei der Energiekorrelation. Die in dieser Arbeit verwendete Einteilung wurde nach bestem technischem Wissen getroffen. Kriterien für eine optimale Einteilung wären von Vorteil, z.B. um Fehler bei der Wahl der Frequenzbänder und Oberflächenbereiche durch den Anwender zu vermeiden. Ein weiterer Forschungsbereich wäre die Anwendung dieses neuen Korrelationskriteriums auf numerische Modelle anderer Simulationsmethoden als die FEM. Dies ist prinzipiell möglich, solange die Simulationsmethode räumlich und spektral integrierte kinetische Energien in den zuvor definierten Strukturbereichen liefert. Eine Auswahl speziell für den mittleren Frequenzbereich entwickelter Methoden befindet sich im Anhang A.1 dieser Arbeit. Da diese Arbeit unter einer vibroakustischen Problemstellung bezüglich Korrelation strukturdynamischer Modelle in einem Frequenzbereich hoher modaler Dichte angefertigt wurde, wären weitere Forschungsarbeiten einer gekoppelten Korrelation strukturdynamischer und akustischer Modelle von hohem Interesse. Zudem wurden Unsicherheiten in der Krafteinleitung nicht untersucht. Die in dieser Arbeit verwendete Kraftanregung des strukturdynamischen Modells über eine harmonische Punktkraft ist sehr gut verstanden und lässt sich sowohl in der Simulation als auch im Experiment einfach realisieren. Auswirkungen sowohl ungenauer Positionierung als auch im Winkel der Kraftwirkungslinie zur Struktur auf die Energiekorrelation müssen dennoch untersucht werden. Weitere Untersuchungen betreffen die Energiekorrelation der Schwingungsantworten einer Struktur bezüglich anderer Anregungsarten, wie z.B. einer akustischen Anregung. Eine solche Anregung ist bezüglich vibroakustischer Problemstellung von sehr großem Interesse.

# Literaturverzeichnis

- [Aigner 1998] AIGNER, L.: Modal Assurance Criteria Value for Two Orthogonal Modal Vectors. In: *Proceedings IMAC XVI - 16th International Modal Analysis Conference*, 1998, S. 1320–1325
- [Allemang 2002] ALLEMANG, R.J.: The Modal Assurance Criterion - Twenty Years of Use and Abuse. In: *Proceedings IMAC XX - 20th International Modal Analysis Conference*, 2002, S. 397–405
- [Allemang u. Brown 1982] ALLEMANG, R.J. ; BROWN, D.L.: A Correlation Coefficient for Modal Vector Analysis. In: *Proceedings IMAC I - 1st International Modal Analysis Conference*, 1982, S. 110–116
- [Auweraer u. a. 1998] AUWERAER, H. Van D. ; IADEVAIA, M. ; EMBORG, U. ; GUSTAVSSON, M.: Linking test and analysis results in the medium frequency range using principal field shapes. In: *Proceedings of ISMA International Conference on Noise and Vibration Engineering*, Katholieke Universiteit Leuven, 1998
- [Avitabile 2005] AVITABILE, P.: Model Reduction and Model Expansion and Their Applications – Part 1: Theory. In: *Proceedings IMAC-XXIII: Conference and Exposition on Structural Dynamics*, 2005
- [Avitabile u. O’Callahan 1995] AVITABILE, P. ; O’CALLAHAN, J.C.: Mass and Stiffness Orthogonality Checks Without A Mass or Stiffness Matrix. In: *Proceedings IMAC XIII - 13th International Modal Analysis Conference*, 1995, S. 1515–1519
- [Avitabile u. Pechinsky 1994] AVITABILE, P. ; PECHINSKY, F.: Coordinate Orthogonality Check (CORTHOG). In: *Proceedings IMAC XII - 12th International Modal Analysis Conference*, 1994, S. 753–760
- [Baehr 2012] BAEHR, H. D.: *Thermodynamik: Grundlagen und technische Anwendungen*. 13. Auflage. Berlin Heidelberg New York : Springer, 2012. – ISBN 978–3–5402–3870–6
- [Bathe u. Zimmermann 2002] BATHE, K.J. ; ZIMMERMANN, P.: *Finite-Elemente-Methoden*. Berlin Heidelberg New York : Springer, 2002. – ISBN 978–3–5406–6806–0

- [Baur u. Blasius 2014] BAUR, N. ; BLASIUS, J.: *Handbuch Methoden der empirischen Sozialforschung*. Springer, 2014. – ISBN 978–3–5311–8939–0
- [Bendat u. Piersol 2010] BENDAT, J.S. ; PIERSOL, A.G.: *Random Data: Analysis and Measurement Procedures*. 4. Auflage. New Jersey : Wiley, 2010. – ISBN 978–0–4702–4877–5
- [Berman 1980] BERMAN, A.: Improved Orthogonality Check for Measured Modes. In: *AIAA* 18 (1980), Nr. 9, S. 1151–1152
- [Bies u. Hamid 1980] BIES, D. A. ; HAMID, S.: In situ determination of loss and coupling loss factors by the power injection method. In: *Journal of Sound and Vibration* 70 (1980), Nr. 2, S. 187–204
- [Borello 2010] BORELLO, G.: Virtual SEA Analyses of a Warship Classification. In: *Proceedings 10eme Congres Francais d'Acoustique*, 2010
- [Brandt 2011] BRANDT, A.: *Noise and Vibration Analysis: Signal Analysis and Experimental Procedures*. Wiley, 2011 (EngineeringPro collection). – ISBN 978–0–4709–7811–5
- [Brechlin u. a. 1998] BRECHLIN, E. ; BENDEL, K. ; KEIPER, W.: A New Scaled Modal Assurance Criterion for Eigenmodes Containing Rotational Degrees of Freedom. In: *Proceedings International Seminar on Modal Analysis, ISMA23*, Katholieke Universiteit Leuven, 1998
- [Brockhaus 1979] BROCKHAUS: *Der Grosse Brockhaus*. 18. Auflage. Wiesbaden : F.A.Brockhaus, 1979 (Der Grosse Brockhaus In Zwölf Bänden). – ISBN 3–7653–0039–X
- [Böswald 2005] BÖSWALD, M.: *Updating of Local Non-Linear Stiffness- and Damping Parameters in Large Order Finite Element Models by using Vibration Test Data*, Universität Kassel, Dissertation, 2005
- [Cabell u. Allen 2009] CABELL, R. ; ALLEN, A.: Loss factor estimation using the impulse response decay method on a stiffened structure. In: *Proceedings Inter-Noise*, 2009
- [Carcattera u. Sesteri 1997] CARCATERA, A. ; SESTERI, A.: Complex envelope displacement analysis: a quasi-static approach to vibrations. In: *Journal of Sound and Vibration* 201 (1997), Nr. 2, S. 205–233
- [Castanier u. Pierre 2002] CASTANIER, M.P. ; PIERRE, C.: Mid-Frequency Vibration Analysis of Complex Structures: State of the Art and Future Directions / Air Force Office of Scientific Research Aerospace and Materials Science Structural Mechanics. 2002 (Mid-Frequency Dynamics of Complex Structural Systems: Assessing the State of the Art and Defining Future Research Directions). – Forschungsbericht



- [Catbas u. a. 1998] CATBAS, F.N. ; AKTAN, A.E. ; ALLEMANG, R.J. ; BROWN, D.L.: A Correlation Function for Spatial Locations of Scaled Mode Shapes (COMEF). In: *Proceedings IMAC XVI - 16th International Modal Analysis Conference*, 1998, S. 1550–1555
- [Collins u. a. 1974] COLLINS, J.D. ; HART, G.C. ; HASSELMAN, T.K. ; KENNEDY, B.: Statistical Identification of Structures. In: *AIAA 12 (1974)*, Nr. 2, S. 185–190
- [Cremer u. a. 2005] CREMER, L. ; HECKL, M. ; PETERSSON, B.A.T.: *Structure-Borne Sound Structural Vibrations and Sound Radiation at Audio Frequencies*. 3. Auflage. Berlin Heidelberg Germany : Springer, 2005. – ISBN 3–540–22696–6
- [Cuschieri 1987] CUSCHIERI, J.M.: Power Flow as a Complement to Statistical Energy Analysis and Finite Element Analysis. In: *National Aeronautics and Space Administration Langley Research Center* (1987)
- [Desment 1998] DESMENT, W.: *A Wave based Prediction Technique for Coupled Vibro-Acoustic Analysis*, KU Leuven, Dissertation, 1998
- [Desment u. a. 2009] DESMENT, W. ; PLUYMERS, B. ; ATAK, O.: *MID-FREQUENCY CAE Methodologies for Mid-frequency Analysis in Vibration and Acoustics*. Katholieke Universiteit Leuven - Faculty of Engineering, 2009. – ISBN 978–9–4601–8523–6
- [Drosdowski u. a. 1971] DROSDOWSKI, G. ; GREBE, P. ; KÖSTER, R. ; MENTRUP, W. ; MÜLLER, W.: *Duden, Stilwörterbuch der deutschen Sprache: die Verwendung der Wörter im Satz*. 6. Auflage. Mannheim/Wien/Zürich : Dudenverlag, 1971 (Der Duden in 10 Bänden). – ISBN 978–3–4112–0902–6
- [Emborg u. Halvorsen 1990] EMBORG, U. ; HALVORSEN, W.: Coupled propeller contributions to aircraft noise and vibration. In: *Internoise-90*, 1990, S. 821–824
- [Ewins 2000a] EWINS, D. J.: *Modal Testing: Theory, Practice and Application*. 2. Auflage. John Wiley and Sons, 2000. – 448 S. – ISBN 978–0–8638–0218–8
- [Ewins 2000b] EWINS, D.J.: Model validation: Correlation for updating. In: *Proceedings Sadhana* Bd. 25 (3), Springer-Verlag, 2000, S. 221–234
- [Fahy 1994] FAHY, F.: Statistical energy analysis: a critical overview. In: *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*. 346 (1994), Nr. 1681, S. 431–447
- [Fahy 2007] FAHY, F.J.: *Sound and Structural Vibration: Radiation, Transmission and Response*. Elsevier Science, 2007. – ISBN 978–0–12–373633–8

- [Fahy u. Mohammed 1992] FAHY, F.J. ; MOHAMMED, A.D.: A Study of Uncertainty in applications of SEA to coupled beam and plate systems, Part 1: Computational experiments. In: *Journal of Sound and Vibration* 158 (1992), Nr. 1, S. 45–67
- [Flanigan 1998] FLANIGAN, C.C.: Model Reduction Using Guyan, IRS, and Dynamic Method. In: *Proceedings IMAC XVI - 16th International Modal Analysis Conference*, 1998, S. 172–176
- [Füllekrug 2008] FÜLLEKRUG, U.: Computation of real normal modes from complex eigenvectors. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 22 (2008), Nr. 1, S. 57–65
- [Fotsch u. Ewins 2000] FOTSCH, D. ; EWINS, D.J.: Application of MAC in the frequency domain. In: *Proceedings IMAC XVIII - 18th International Modal Analysis Conference*, 2000, S. 1225–1231
- [Fotsch u. Ewins 2001] FOTSCH, D. ; EWINS, D.J.: Further Applications of the FMAC. In: *Proceedings IMAC XIX - 19th International Modal Analysis Conference*, 2001
- [Fowles 1975] FOWLES, G. R.: *Introduction to Modern Optics*. 2. Auflage. New York : Dover Publication Inc., 1975. – ISBN 0–486–65957–7
- [Friswell u. Mottershead 1995] FRISWELL, M. ; MOTTERSHEAD, J.E.: *Finite Element Model Updating in Structural Dynamics*. Springer Netherlands, 1995 (Solid Mechanics and Its Applications). – ISBN 978–0–7923–3431–6
- [Gagliardini 2014] GAGLIARDINI, L.: Dispersed vibroacoustic responses of industrial products: what are we able to predict? In: *Proceedings of ISMA International Conference on Noise and Vibration Engineering*, Katholieke Universiteit Leuven, 2014, S. 17–38
- [Gagliardini u. a. 2003] GAGLIARDINI, L. ; HOUILLON, L. ; BORELLO, G. ; PETRINELLI, L.: Virtual SEA – FEA-Based Modeling of Mid-Frequency Structure-Borne Noise on Finite Element Analysis. In: *Proceedings SAE 2003 Noise and Vibration Conference and Exhibition*, 2003
- [Genechten u. a. 2006] GENECHTEN, B. V. ; PLUYMERS, B. ; VANMAELE, C. ; VANDEPITTE, D. ; DESMET, W.: On the coupling of Wave Based models with modally reduced Finite Element models for structural-acoustic analysis. In: *Proceedings of ISMA International Conference on Noise and Vibration Engineering*, Katholieke Universiteit Leuven, 2006, S. 2383–2404
- [Giannini u. a. 2007] GIANNINI, O. ; CARCATERRA, A. ; SESTERI, A.: High frequency vibration analysis by the complex envelope vectorization. In: *Acoustic Society of America* 121 (2007), Nr. 6, S. 3472
- [Govers 2012] GOVERS, Y.: *Parameter identification of structural dynamic models by inverse statistical analysis*, Universität Kassel, Dissertation, 2012

- [Gramlich 2013] GRAMLICH, G.: *Lineare Algebra: Eine Einführung in die Welt der Vektoren, Matrizen, Lineare Gleichungen, Lineare Räume und Lineare Abbildungen*. Pro Business, 2013. – ISBN 978-3-8638-6474-3
- [Gray u. Goodman 2012] GRAY, R.M. ; GOODMAN, J.: *Fourier Transforms: An Introduction for Engineers*. Springer US, 2012 (The Springer International Series in Engineering and Computer Science). – ISBN 978-1-4615-2359-8
- [Götttert 2011] GÖTTERT, K.-H.: *Neues Deutsches Wörterbuch*. Köln : Helmut Lingen Verlag GmbH, 2011
- [Guyan 1965] GUYAN, R. J.: Reduction of Stiffness and Mass Matrices. In: *AIAA Journal* 3 (1965), Nr. 2, S. 380 ff.
- [Hahn 2014] HAHN, U.: *Mechanik, Thermodynamik, Schwingungen und Wellen*. De Gruyter, 2014 (De Gruyter Studium). – ISBN 978-3-1103-5057-9
- [Hansen u. a. 2012] HANSEN, P.C. ; PEREYRA, V. ; SCHERER, G.: *Least Squares Data Fitting with Applications*. Johns Hopkins University Press, 2012 (Least Squares Data Fitting with Applications). – ISBN 978-1-4214-0858-3
- [Harder u. Desmarais 1972] HARDER, R. L. ; DESMARAIS, R. N.: Interpolation using surface splines. In: *Journal of Aircraft* 9 (1972), Nr. 2, S. 189–191
- [Harris u. a. 2014] HARRIS, D.C. ; WERNER, G. ; WERNER, T.: *Lehrbuch der Quantitativen Analyse*. Springer Berlin Heidelberg, 2014 (Springer-Lehrbuch). – ISBN 978-3-6423-7788-4
- [Hartung u. a. 2005] HARTUNG, J. ; ELPELT, B. ; KLÖSENER, K.H.: *Statistik: Lehr- und Handbuch der angewandten Statistik ; mit zahlreichen, vollständig durchgerechneten Beispielen*. 14. Auflage. Oldenbourg, 2005. – ISBN 978-3-4865-7890-4
- [Hasselman u. a. 2002] HASSELMAN, T. ; YAP, K. ; YAN, H. ; PARRETT, A.: Statistical Energy Analysis by Principal Components for Mid-Frequency Analysis. In: *Proceedings of the 43rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference and Exhibit, American Institute of Aeronautics and Astronautics*, 2002
- [Hasselman u. a. 1998] HASSELMAN, T.K. ; ANDERSON, M.C. ; LAI, Y.-C.: Linking FEA and SEA by Principal Components Analysis. In: *Proceedings IMAC XVI - 16th International Modal Analysis Conference*, 1998, S. 1285–1291
- [Henze 2015] HENZE, J. H.: *Entwicklung und Inbetriebnahme eines scannenden Messsystems*

zur Vibrationsmessung an Flugzeugrümpfen, Hochschule Für Angewandte Wissenschaft Und Kunst, Masterarbeit, 2015

- [Heylen u. Avitabile 1998] HEYLEN, W. ; AVITABILE, P.: Correlation Considerations - Part 5 Degree of Freedom Correlation Techniques. In: *Proceedings IMAC XVI - 16th International Modal Analysis Conference*, 1998, S. 207–214
- [Heylen u. Janter 1990] HEYLEN, W. ; JANTER, T.: Extension of the Modal Analysis Criterion. In: *Journal of Vibrations and Acoustics* 112 (1990), Nr. 2, S. 468–472
- [Heylen u. a. 1998] HEYLEN, W. ; LAMMENS, S. ; SAS, P.: *Modal Analysis Theory and Testing*. 2. Auflage. Leuven : Katholieke Universiteit Leuven, Faculty of Engineering, Department of Mechanical Engineering, Division of Production Engineering, Machine Design and Automation, 1998. – ISBN 978–9–0738–0261–2
- [Hiersig 1995] HIERSIG, H. M.: *Lexikon Ingenieurwissen-Grundlagen*. Düsseldorf : VDI Verlag, 1995. – ISBN 978–3–642–95766–6
- [Hodges u. Woodhouse 1986] HODGES, C. H. ; WOODHOUSE, J.: Theories of noise and vibration transmission in complex structures. In: *Reports on Progress in Physics* 49 (1986), Nr. 2, S. 107–170
- [Huber 2002] HUBER, P. J.: John W. Tukey's contributions to robust statistics. In: *The Annals of Mathematical Statistics* 30 (2002), Nr. 6, S. 1640–1648
- [Ibrahim 2009] IBRAHIM, R. A.: Structural Dynamics with Parameter Uncertainties. In: *Applied Mechanics Reviews* 40 (2009), Nr. 3, S. 309–328
- [Ii u. a. 2012] II, Y. ; FURUYA, K. ; OKUBO, N. ; TOI, T. ; SETO, A. ; KANOKO, S. ; YAMAMOTO, T.: Definition of mid-frequency range based on vibration energy. In: *Japan Society for Mechanical Engineers 18th Kanto Shibu* 120 (2012), Nr. 1, S. 397
- [Kammer 1987] KAMMER, D.C.: Test-Analysis Model Development using an Exact Modal Reduction. In: *International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis* 2 (1987), S. 174–179
- [Kammer 1998] KAMMER, D.C.: Correlation Considerations - Part 2 Model Reduction Using Modal, SEREP, and Hybrid. In: *Proceedings IMAC XIV - 16th International Modal Analysis Conference*, 1998, S. 177–184
- [Keane u. Manohar 1993] KEANE, A.J. ; MANOHAR, C.S.: Energy Flow Variability in a pair of coupled Stochastic Rods. In: *Journal of Sound and Vibration* 168 (1993), Nr. 2, S. 253–284

- [Keane u. Price 1994] KEANE, A.J. ; PRICE, W.G.: *Statistical Energy Analysis: An Overview, with Applications in Structural Dynamics*. Cambridge University Press, 1994
- [Kidder 1972] KIDDER, R. L.: Reduction of Structural Frequency Equations. In: *AIAA Journal* 11 (1972), Nr. 6, S. 892 ff.
- [Kita u. Kamiya 1995] KITA, E. ; KAMIYA, N.: Trefftz method: an overview. In: *Advances in Engineering Software* 24 (1995), Nr. 1-3, S. 3–12
- [Kuchling 2007] KUCHLING, H.: *Taschenbuch der Physik*. 19. Auflage. Hanser Fachbuchverlag, 2007. – ISBN 978–3–446–41028–2
- [Lalor 1996] LALOR, N.: Statistical Energy Analysis and its Use as an NVH Analysis Tool. In: *Journal of Sound and Vibration* 30 (1996), Nr. 1, S. 16–20
- [Langley u. Bremner 1999] LANGLEY, R.S. ; BREMNER, P.: A Hybrid Method for the Vibration Analysis of Complex Structural-Acoustic Systems. In: *Journal of the Acoustical Society of America* 105 (1999), Nr. 3, S. 1657–1671
- [Langley u. Cotoni 2007] LANGLEY, R.S. ; COTONI, V.: Response variance prediction for uncertain vibro-acoustic system using a hybrid deterministic-statistical method. In: *Journal of Acoustical Society of America* 122 (2007), Nr. 6, S. 669–699
- [Libardi u. Varoto 2004] LIBARDI, A.L. ; VAROTO, P.S.: Experimental Determination of Loss Factors on Coupled Structures Using the Power Injection Method. In: *Proceedings IMAC-XXII: Conference and Exposition on Structural Dynamics* (2004)
- [Lieven u. Ewins 1988] LIEVEN, N.A.J. ; EWINS, D.J.: Spatial Correlation of Mode Shapes, The Coordinate Modal Assurance Criterion (COMAC). In: *Proceedings IMAC VI - 6th International Modal Analysis Conference*, 1988, S. 690–695
- [Link u. Hanke 1999] LINK, M. ; HANKE, G. ; J.M.M. SILVA, N.M.M. M. (Hrsg.): *Model Quality Assessment and Model Updating*. Kluwer Academic Publishers, 1999
- [Lyon 1975] LYON, R.H.: *Statistical energy analysis of dynamical systems, theory and applications*. MIT Press., 1975
- [Lyon u. DeJong 1995] LYON, R.H. ; DEJONG, R.G.: *Theory and Application of Statistical Energy Analysis*. Butterworth-Heinemann, 1995
- [Lyon u. Maidanik 1962] LYON, R.H. ; MAIDANIK, G.: Power Flow Between Linearly Coupled Oscillators. In: *Journal of the Acoustical Society of America* 34 (1962), Nr. 5, S. 623–639

- [Mace u. Shorter 2000] MACE, B. R. ; SHORTER, P. J.: Eenergy Flow Models From Finite Element Analysis. In: *Journal of Sound and Vibration* 233 (2000), Nr. 3, S. 369–389
- [Maia u. Silva 1997] MAIA, N.M.M. ; SILVA, J.M.M.: *Theoretical and Experimental Modal Analysis*. Research Studies Press, 1997 (Engineering dynamics series)]. – ISBN 0–86380–208–7
- [Manohar u. Keane 1994] MANOHAR, C.S. ; KEANE, A.J.: Statistics of ernity flows in spring-coupled one-dimensional subsystems. In: *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*. 346 (1994), Nr. 1681
- [Marks 1991] MARKS, R.J.: *Introduction to Shannon Sampling and Interpolation Theory*. New York : Springer-Verlag, 1991. – ISBN 0–387–97391–5
- [McHargue u. Richardson 1993] MCHARGUE, P. L. ; RICHARDSON, M. H.: Operating Deflection Shapes from time versus frequency domain measurements. In: *Proceedings IMAC XI - 11th International Modal Analysis Conference* (1993), S. 1
- [Milecek 1994] MILECEK, S.: The Use of Modal Assurance Criterion Extended. In: *Proceedings IMAC XII - 12th International Modal Analysis Conference*, 1994, S. 363–369
- [Ming 2005] MING, R.: An experimental comparison of the sea power injection method and the power coefficient method. In: *Journal of Sound and Vibration* 282 (2005), Nr. 3-5, S. 1009–1023
- [Mitchell 1998] MITCHELL, L. D.: Increasing the Sensitivity of the Modal Assurance Criteria (MAC) to small Mode Shape changes: The IMAC. In: *Proceedings IMAC XVI - 16th International Modal Analysis Conference*, 1998, S. 64–69
- [Mooney 1997] MOONEY, C. Z.: *Monte Carlo Simulation*. Sage Publication, Inc., 1997
- [Möser 2012] MÖSER, M.: *Technische Akustik*. 9. Auflage. Springer, 2012. – ISBN 978–3–6423–0933–5
- [Natke 1992] NATKE, H. G.: *Einführung in Theorie und Praxis der Zeitreihen- und Modalanalyse*. 3. Auflage. Baunschweig Wiesbaden : Vieweg Verlag, 1992. – ISBN 3–528–28145–6
- [Nefske u. Sung 1996] NEFSKE, D.J. ; SUNG, S.H.: Correlation of a Coarse-mesh Finite Element Model Using Structural System Identification and a Frequency Response Assurance Criterion. In: *Proceedings IMAC XIV - 14th International Modal Analysis Conference*, 1996, S. 597–602
- [Niedbal 1994] NIEDBAL, N.: Analytical determination of real normal modes from measured complex responses. In: *Proceedings 25th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, 1994, S. 292–295

- [O'Callahan 1995] O'CALLAHAN, J.C.: Development of a General Pseudo Orthogonality Correlation Procedure. In: *Proceedings IMAC XIII - 13th International Modal Analysis Conference*, 1995, S. 1013–1021
- [O'Callahan 1998] O'CALLAHAN, J.C.: Correlation Considerations - Part 4 Modal Vector Correlation Techniques. In: *Proceedings IMAC XVI - 16th International Modal Analysis Conference*, 1998, S. 197–206
- [O'Callahan u. Li 1996] O'CALLAHAN, J.C. ; LI, P.: SEREP Expansion. In: *Proceedings IMAC XIV - 14th International Modal Analysis Conference*, 1996, S. 1258–1264
- [Ohayon u. Soize 1998] OHAYON, R. ; SOIZE, C.: *Structural Acoustics and Vibration: Mechanical Models, Variational Formulations and Discretization*. Academic Press, 1998. – ISBN 0–12–524945–4
- [Okubo u. a. 2014] OKUBO, N. ; K.FURUYA ; TOI, T. ; SETO, A. ; KANOKO, S.: Vibration energy control in mid frequency range based on principal componet analysis. In: *Proceedings of ISMA International Conference on Noise and Vibration Engineering*, Katholieke Universiteit Leuven, 2014, S. 2331–2340
- [Papula 2008] PAPULA, L.: *Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler Band 3*. 5. Auflage. Wiesbaden : Vieweg-Verlag, 2008. – ISBN 978–3–8348–0225–5
- [Papula 2009a] PAPULA, L.: *Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler Band 1*. 12. Auflage. Wiesbaden : Vieweg-Verlag, 2009. – ISBN 978–3–8348–0545–4
- [Papula 2009b] PAPULA, L.: *Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler Band 2*. 12. Auflage. Wiesbaden : Vieweg-Verlag, 2009. – ISBN 978–3–8348–0564–5
- [Pascual u. a. 1997] PASCUAL, R. ; GOLINVAL, J. C. ; RAZETO, M.: A Frequency Domain Correlation Technique for Model Correlation and Updating. In: *Proceedings IMAC XV - 15th International Modal Analysis Conference*, 1997, S. 587
- [Putra u. a. 2014] PUTRA, A. ; SHYAFINA, N. ; THOMPSON, D. ; MUHAMMAD, N. ; NOR, M.J. M. ; Z.NUAWI: Modelling sound radiation from a baffled vibrating plate for different boundary conditions using an elementary source technique. In: *Proceedings Inter Noise*, 2014
- [Radeş 2010] RADEŞ, Mircea: *Mechanical Vibrations 2*. Printech, 2010. – ISBN 978–6–0652–1490–3
- [Reif 1965] REIF, F.: *Statistische Physik und Theorie der Wärme (Fundamental of Statistical and*

- Thermal Physics*). 3. Auflage. McGraw-Hill Book Company, 1965 (1987). – ISBN 3-11-011383-X
- [Richardson 1997] RICHARDSON, M. H.: Is It a Mode Shape, or an Operating Deflection Shape? In: *Sound and Vibration Magazine 30th Anniversary Issue* (1997), S. 1
- [Samman 1997] SAMMAN, M.M.: Structural Damage Detection Using the Modal Correlation Coefficient (MCC). In: *Proceedings IMAC XV - 15th International Modal Analysis Conference*, 1997, S. 627–630
- [Scarano u. Riethmuller 2000] SCARANO, F. ; RIETHMULLER, M.L.: Advances in interative multigrid PIV image processing. In: *Proceedings Experiments in Fluids* Bd. 29 (1), Springer-Verlag, 2000, S. 51–60
- [Schaps u. a. 2008] SCHAPS, K.P.W. ; KESSLER, O. ; FETZNER, U.: *Das Zweite - kompakt: Querschnittsbereiche - GK 2*. Springer, 2008 (Springer-Lehrbuch). – ISBN 978-3-540-46357-3
- [Scharton u. Lyon 1968] SCHARTON, T.D. ; LYON, R.H.: Power Flow and Energy Sharing in Random Vibration. In: *Journal of the Acoustical Society of America* 43 (1968), Nr. 6, S. 1332–1343
- [Schäfer 1999] SCHÄFER, M.: *Numerik im Maschinenbau*. Berlin Heidelberg New York : Springer Verlag, 1999. – ISBN 978-3-540-65391-2
- [Schwarz u. Richardson 1999] SCHWARZ, B. J. ; RICHARDSON, M. H.: Introduction to Operating Deflection Shapes. In: *CSI Reliability Week* (1999), S. 1
- [Schwochow 2012] SCHWOCHOW, J.: *Die aeroelastische Stabilitätsanalyse - ein praxisnaher Ansatz zur intervalltheoretischen Betrachtung von Modellierungsunsicherheiten am Flugzeug*, Universität Kassel, Dissertation, 2012
- [Sesteri u. Carcaterra 2001] SESTERI, A. ; CARCATERRA, A.: On the spurious solutions in complex envelope displacment analysis. In: *Journal of Sound and Vibration* 240 (2001), Nr. 2, S. 293–302
- [Sharif u. Sha'ameri 2007] SHARIF, Z. ; SHA'AMERI, A.Z.: The Application of Cross Correlation Technique for Estimating Impulse Response and Frequency Response of Wireless Communication Channel. In: *Proceedings The 5th Student Conference on Research and Development –SCOReD 2007*, IEEE, 2007, S. 1–5
- [Shorter u. Langley 2005] SHORTER, P.J. ; LANGLEY, R.S.: Vibro-acoustic analysis of complex systems. In: *Journal of Sound and Vibration* 288 (2005), Nr. 3, S. 669–699



- [Sinapius 1994] SINAPIUS, J.M.: *Die experimentelle Umsetzung der Modalkraftsimulation verteilter dynamischer Lasten unter besonderer Berücksichtigung struktureller Nichtlinearitäten*, Rheinisch-Westfälische Hochschule Aachen, Dissertation, 1994
- [Smith Jr. 1962] SMITH JR., P.W.: Response and Radiation of Structural Modes Excited by Sound. In: *Journal of the Acoustical Society of America* 34 (1962), Nr. 3, S. 640–647
- [Stegmüller 1983] STEGMÜLLER, W.: *Band 1 Erklärung Begründung Kausalität Teil D Kausalitätsprobleme, Determinismus und Indeterminismus Ursachen und Inus-Bedingungen. Probabilistische Theorie der Kausalität*. 2. Auflage. Berlin Heidelberg New York : Springer Verlag, 1983. – ISBN 978–3–540–11809–1
- [Stelzer u. a. 2011] STELZER, R. ; TOTARO, N. ; PAVIC, G. ; GUYADER, J.L.: Non resonant modes and transmission loss using Statistical modal Energy distribution Analysis (SmEdA). In: *article in preparation* (2011)
- [Stelzer u. a. 2010] STELZER, R. ; TOTARO, N. ; PAVIC, G. ; GUYADER, J.L. ; MAXIT, L.: Non resonant contribution and energy distributions using Statistical modal Energy distribution Analysis (SmEdA)). In: *Proceedings of ISMA International Conference on Noise and Vibration Engineering*, Katholieke Universiteit Leuven, 2010, S. 2039–2054
- [Stummel u. Hainer 2013] STUMMEL, F. ; HAINER, K.: *Praktische Mathematik*. Vieweg+Teubner Verlag, 2013. – ISBN 978–3–6631–1121–4
- [Tengzelius u. a. 1998] TENGZELIUS, U. ; HORLIN, N. ; EMBORG, U. ; GUSTAVSSON, M. ; AUWERAER, H. V. ; IADEVAIA, M.: Correlation of medium frequency test and FE models for a trimmed aircraft test section. In: *4th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, 1998, S. 605–616
- [Totaro u. Guyader 2008] TOTARO, N. ; GUYADER, J.L.: Extension of SmEdA method to estimate energy repartition into SEA subsystems. In: *Proceedings of ISMA International Conference on Noise and Vibration Engineering*, Katholieke Universiteit Leuven, 2008
- [Vacher u. a. 2010] VACHER, P. ; JACQUIER, B. ; BUCHARLES, A.: Extensions of the MAC criterion to complex modes. In: *Proceedings of ISMA International Conference on Noise and Vibration Engineering*, Katholieke Universiteit Leuven, 2010, S. 2713–2726
- [Vanmaele 2007] VANMAELE, C.: *Development of a wave based prediction technique for the efficient analysis of low- and mid-frequency structural vibrations*, KU Leuven, Dissertation, 2007
- [Vergote u. a. 2011] VERGOTE, K. ; GENECHTEN, B. V. ; VANDEPITTE, D. ; DESMET, W.: On the

analysis of vibro-acoustic systems in the mid-frequency range using a hybrid deterministic-statistical approach. In: *Computers and Structures* 89 (2011), Nr. 11-12, S. 868–877

[Winter u. a. 2014] WINTER, R. ; NORAMBUENA, M. ; BIEDERMANN, J. ; BÖSWALD, M.: Experimental characterization of vibro-acoustic properties of an aircraft fuselage. In: *Proceedings of ISMA International Conference on Noise and Vibration Engineering*, Katholieke Universiteit Leuven, 2014

[Woodhouse 1981] WOODHOUSE, J.: An introduction to statistical energy analysis of structural vibration. In: *Applied Acoustics* 14 (1981), Nr. 6, S. 455–469

[Yarlagadda 2010] YARLAGADDA, R.K.R.: *Analog and Digital Signals and Systems*. Springer, 2010. – ISBN 978–1–4419–0034–0

# Abbildungsverzeichnis

1.1. Analytisches Beispiel einer Übertragungsfunktion mit konstanter modaler Dämpfung. Die Abbildung zeigt den Betrag der Übertragungsfunktion. . . . .	3
1.2. A400M Rumpf in der Testhalle der Helmut-Schmidt-Universität in Hamburg © AIRBUS S.A.S. 2014. All rights reserved. . . . .	5
1.3. A400M Rumpf: (a) globale Schwingungsform zwischen 80 Hz und 90 Hz (b) und lokale Schwingungsform zwischen 480 Hz und 500 Hz. . . . .	7
3.1. Zusammenhang zwischen Zeit- und Frequenzbereich in blau und die zur Vorhersage und Korrelation verwendeten Größen in rot. . . . .	19
3.2. (a) Funktion $y(t) = A_1 \sin(2\pi f_1 t) + A_2 \sin(2\pi f_2 t)$ mit $A_1 = 0,5$ , $A_2 = 1,2$ , $f_1 = 35$ Hz, $f_2 = 100$ Hz im Zeitbereich (b) Frequenzspektrum der Funktion $y(t)$ nach 1D-Fourier-Transformation. . . . .	22
3.3. „Frequency ranges for a complex structure“ [Ohayon u. Soize 1998, S. 3] - Übertragungsfunktion (qualitativ) eingeteilt in tiefen (LF), mittleren (MF) und hohen Frequenzbereich (HF) . . . . .	23
3.4. (a) „FE Model“ [li u. a. 2012] (b) „Angle $\Theta$ vs MOF“ [li u. a. 2012] - Phasenwinkel der Eingangsleistung ( $\varphi(\omega_c)$ ) und Modal Overlap Factor (MOF) des FE-Modells in Abhängigkeit der Frequenz. . . . .	28
3.5. (a) Rauschsignal $y(t)$ in Abhängigkeit der Zeit (b) Autokorrelation $R_{xx}(\tau)$ des Rauschsignal. . . . .	29
3.6. Qualitativer Vergleich der Eigenfrequenzen: Eigenfrequenzpaare sind als blaue Punkte dargestellt. Der Toleranzbereich einer Abweichung von $\pm 10\%$ ist als blaue Fläche gekennzeichnet. . . . .	31
3.7. Beispiel einer eindeutigen Zuordnung der Eigenformen mit dem „Modal Assurance Criterion“. Die Kreuzkorrelation ist als 3D-Säulen Diagramm dargestellt. . . . .	37
3.8. Bode Diagramm einer beispielhaften, simulierten und gemessenen Übertragungsfunktion (FRF). . . . .	38
3.9. Bode Diagramm der beispielhaften simulierten und gemessenen Übertragungsfunktion (FRF) aus Abb. 3.8 zwischen 23 Hz und 28 Hz. . . . .	40
3.10. Frequency Domain Assurance Criterion einschließlich Kreuzkorrelation der Betriebschwingungsformen aller analysierten Frequenzen, dargestellter Farbverlauf in %: (a) ohne Frequenzverschiebung (b) mit Frequenzverschiebung. . . . .	43
3.11. (a) Die Vektoren $\{\Theta\}$ und $\{\Gamma\}$ <b>vor</b> der Skalierung in der komplexen Zahlenebene (b) Die Vektoren $\{\Theta\}$ und $\{\Gamma\}_s$ <b>nach</b> der Skalierung. . . . .	44

6.1. Korrelation: $ \cos(90^\circ) ^2 = 0$ (orthogonal), $ \cos(26^\circ) ^2 = 0,8$ und $ \cos(0^\circ) ^2 = 1$ (kollinear). . . . .	58
6.2. (a) Korrelation $ \cos(\alpha) ^2$ in Abhängigkeit des Winkels $\alpha$ zwischen $[0^\circ, 360^\circ]$ (b) Korrelationsfunktionen zwischen $[0^\circ, 90^\circ]$ . . . . .	59
6.3. Korrelation zweier Vektoren $\{\Theta\}$ vs. $\{\Gamma\}$ : (a) 100 % (b) 76 % (c) 30 % (d) 100 % ( $\{\Theta\} = 2 \{\Gamma\}$ ). . . . .	60
6.4. Die Korrelation zwischen $\{\Gamma\}$ und $\{\Theta\}$ beträgt 72 %: (a) Vektorelemente von $\{\Gamma\}$ und $\{\Theta\}$ in der komplexen Zahlenebene (b) Vektorelemente von $\{\Gamma\}$ und $\{\Theta\}$ in Betrag und Phasenwinkel. . . . .	62
6.5. (a) Der rein reelle Vektor $\{\hat{\Theta}\}$ ist in rot dargestellt und die Vektoren $\{\Theta\}_n$ mit zufälligen Betrag $ \hat{A} _n$ sind in blau dargestellt. (b) Grad der Korrelation zwischen dem Vektor $\{\hat{\Theta}\}$ und den Vektoren $\{\Theta\}_n$ in Abhängigkeit des Phasenwinkels $\varphi_n$ . . . . .	63
7.1. Betrag der Geschwindigkeitsverteilung bei 330 Hz in $[\text{ms}^{-1}]$ : (a) simuliert (Farbverlauf) (b) gemessen (farbige Pfeile). . . . .	66
7.2. (a) Massenverteilung in $[\text{kg}]$ des Finite Elemente Modells inklusive der Masse der vier Anbindungspunkte (dunkelgelb) und Anregungspunkt (dunkelblau) (b) Kondensierte Massenverteilung der Messfreiheitsgrade (c) Zoom der Massenverteilung des Finite Elemente Modells aus Abb. 7.2 (a) (d) Zoom der kondensierten Massenverteilung aus Abb. 7.2 (b). . . . .	69
7.3. Einteilung der versteiften und dünnwandigen Zylinderschale in 200 Substrukturen bzw. Oberflächenbereiche. . . . .	71
7.4. $y(t) =  e^{-0,3t} (\sin(2\pi t) + \sin(4\pi t)) $ : (a) Angenähertes Integral zwischen $[0, 2]$ mit 16 Stützstellen (Fehler 61,8 %) (b) Angenähertes Integral zwischen $[0, 2]$ mit 41 Stützstellen (Fehler 1,6 %). . . . .	76
7.5. $y(t)$ und $x(t)$ (a) Korrelation 51 % (b) Korrelation 99 % . . . . .	77
7.6. Ovalisierender Kreis: (a) lokales Schwingungsverhalten in blau (b) globales und gemittelttes Schwingungsverhalten in rot. . . . .	78
8.1. (a) Beispiel einer 3D Betriebsschwingungsform bei 200,48 Hz (b) Auf eine 2D Fläche abgerollte 3D Betriebsschwingungsform (c) Identifizierte Wellenzahlen in Umfangsrichtung ( $k_y$ ) der Spitze im Wellenzahlspektrum (d) Wellenzahlspektrum mit den identifizierten Wellenzahlen in Längsrichtung ( $k_x$ ) und in Umfangsrichtung ( $k_y$ ). . . . .	83
9.1. (a) Einteilung der einfach gelagerten und dünnwandigen Platte in 300 Oberflächenbereiche (b) Definierte Oberflächenmittelpunkte (rote Kreuze) des Algorithmus zur Einteilung der dünnwandigen Platte. . . . .	88
9.2. Summe der Geschwindigkeitsantworten bezüglich der harmonischen Kraftanregung (blaue Kurve) und die Einteilung des analysierten Frequenzbereichs in 69 konstante Frequenzbänder mit $\Delta f = 40$ Hz (schwarze Linien). . . . .	91
9.3. Kinetische Gesamtenergie in Abhängigkeit der Frequenz der beiden analytischen Modelle mit und ohne 5 % Unsicherheit im Elastizitätsmodul. . . . .	93

9.4. Korrelation der beiden analytischen Modelle mit und ohne 5 % Unsicherheit im Elastizitätsmodul: (a) FDAC angewendet auf die Betriebsschwingungsformen (b) ECC angewendet auf die kinetische Energieverteilung. . . . .	94
9.5. Betriebsschwingungsformen der beiden analytischen Modelle bei 261 Hz (a) ohne Unsicherheiten und (b) mit 5 % Unsicherheit in der Kantenlänge $L_x$ der Platte. Die Korrelation der beiden analytischen Modelle mit FDAC angewendet auf die Betriebsschwingungsformen zeigt (c) und ECC angewendet auf die kinetischen Energieverteilungen zeigt (d). . . . .	95
9.6. (a) Kinetische Gesamtenergie mit und ohne 10 % Unsicherheit in der modalen Dämpfung (b) Fehler der kinetischen Gesamtenergie. . . . .	97
9.7. Das Signal zu Rausch Verhältnis der Betriebsschwingungsformen über die Frequenz ist in blau dargestellt. Das Signal zu Rausch Verhältnis vom Wert eins ist als rote Linie gekennzeichnet. . . . .	99
9.8. (a) zeigt die Betriebsschwingungsform der analytischen Platte bei 1876 Hz ohne Unsicherheiten und (b) mit Rauschen. Korrelation der beiden analytischen Modelle mit (c) FDAC angewendet auf die Betriebsschwingungsformen und (d) ECC anwendet auf die kinetischen Energieverteilungen. . . . .	100
9.9. ECC in Abhängigkeit (a) der Anzahl an Oberflächenbereiche und (b) der Frequenzbandbreite. . . . .	102
10.1. Zylindrische Teststruktur einschließlich Aufhängung. . . . .	106
10.2. Gemessene Betriebsschwingungsform bei 258 Hz einschließlich Messfehler. . . . .	108
10.3. FE-Modell der zylindrischen Teststruktur einschließlich der Einteilung in 400 Oberflächenbereiche. . . . .	109
10.4. Gemessene und simulierte kinetische Gesamtenergie der Kreiszylinderschale in Abhängigkeit der Frequenz. . . . .	111
10.5. Einteilung des gemessenen Frequenzbereichs in 100 Frequenzbänder mit einer Frequenzbandbreite von $\Delta f = 40$ Hz in schwarz und der Verlauf der Anzahl an numerischen Eigenformen pro Frequenzband in blau. . . . .	113
10.6. Simulierte Betriebsschwingungsform bei (a) 272 Hz und (b) bei 1582 Hz sowie gemessene Betriebsschwingungsform bei (c) 266 Hz und bei (d) 1582 Hz. . . . .	114
10.7. (a) FDAC-Korrelation sowie (b) MAC-Korrelation zwischen Simulation und Experiment (Farbskala in %). . . . .	115
10.8. (a) Simulierte Eigenform bei 273 Hz und (b) reell transformierte, gemessene Eigenform bei 266 Hz. . . . .	116
10.9. Korrelation der Zylinderschale mit: (a) ECC angewendet auf die kinetische Energieverteilung und (b) Fehler der kinetischen Gesamtenergie. . . . .	118
11.1. 3D-Modell der MiniCRAFD Teststruktur einschließlich Stringer (Längsversteifung) und Spanten (Querversteifung). . . . .	123
11.2. MiniCRAFD Teststruktur einschließlich Aufhängung und Laserpunkt des Laservibrometers. . . . .	124
11.3. Die gemessenen Übertragungsfunktionen der 16160 Messpunkte sind als Farbkontur getrennt nach Strukturkomponente dargestellt. . . . .	125

11.4. Betriebsschwingungsform bei (a) 300 Hz und (b) 3600 Hz. . . . .	127
11.5. Über Terzbänder gemittelter Phasenwinkel der Eingangsleistung der MiniCRAFD Teststruktur. . . . .	128
11.6. (a) 3D Betriebsschwingungsform bei 1360 Hz (b) Auf eine 2D Fläche abgerollte 3D Betriebsschwingungsform bei 1360 Hz (c) Identifizierte Wellenzahlen in Umfangsrichtung ( $k_y$ ) der Spitzen im Wellenzahlspektrum (d) Wellenzahlspektrum mit den identifizierten Wellenzahlen in Längsrichtung ( $k_x$ ) und in Umfangsrichtung ( $k_y$ ) bei 1360 Hz. . . . .	130
11.7. Identifizierte Strukturwellenzahlen in Umfangsrichtung ( $k_y$ ) in Abhängigkeit der Frequenz. . . . .	131
11.8. Identifizierten Strukturwellenzahlen in Umfangsrichtung ( $k_y$ ): 2D-FFT nur mit Messpunkten auf den (a) Spanten (b) Stringer. . . . .	135
11.9. (a) Einteilung des Frequenzbereichs der Teststruktur und Summe der Übertragungsfunktionen: Verschiebung (blau), Beschleunigung (rot) (b) Numerisch ermittelter Modal Overlap Factor für eine konstante Frequenzbandbreite von $\Delta f = 40$ Hz. . . . .	137
12.1. Finite Elemente Modell der MiniCRAFD Teststruktur. . . . .	144
12.2. Gemessene und simulierte kinetische Gesamtenergie in Abhängigkeit der Frequenz. . . . .	147
12.3. (a) und (b) zeigen Unsicherheiten in der Oberfläche der MiniCRAFD Teststruktur. . . . .	148
12.4. Korrelation zwischen Simulation und Experiment mit (a) FDAC angewendet auf die Betriebsschwingungsformen und (b) MAC angewendet auf alle identifizierten Eigenformen im Frequenzband zwischen 0 Hz und 1000 Hz (Farbskala in %). . . . .	149
12.5. (a) Gemessene Betriebsschwingungsform bei 588 Hz (b) Gemessene Betriebsschwingungsform bei 2706 Hz (c) Simulierte Eigenform bei 406 Hz (d) Gemessene Eigenform bei 410 Hz (MAC=65 %). . . . .	151
12.6. (a) Einteilung des gemessenen Frequenzbandes in Terzbänder (schwarz gestrichelte Linien) einschließlich des Modal Overlap Factors (blaue Linie) und (b) Korrelation mit ECC angewendet auf die kinetische Energieverteilung. . . . .	152
12.7. Integrierte kinetische Energieverteilung (normiert) im Frequenzband mit einer Mittelfrequenz von 2706 Hz und einer Frequenzbandbreite von $\Delta f = 32$ Hz: (a) Simulation und (b) Experiment. . . . .	154
13.1. <b>Vor</b> Optimierungsprozess: (a) ECC-Korrelation (b) Fehler der kinetischen Gesamtenergie (c) FDAC-Korrelation (d) MAC-Korrelation (Farbskala in %). . . . .	162
13.2. Modellparameter während des Optimierungsprozesses. . . . .	164
13.3. <b>Nach</b> Optimierungsprozess: (a) ECC-Korrelation (b) Fehler der kinetischen Gesamtenergie (c) FDAC-Korrelation (d) MAC-Korrelation (Farbskala in %). . . . .	165
13.4. (a) 3D-Ansicht von $J_\epsilon(h, \xi)$ als Fläche (b) 3D-Ansicht von $J_\epsilon(\rho, L_x)$ als Fläche (c) xz-Ansicht von $J_\epsilon(h, \xi)$ (d) xz-Ansicht von $J_\epsilon(\rho, L_x)$ (e) yz-Ansicht von $J_\epsilon(h, \xi)$ (f) yz-Ansicht von $J_\epsilon(\rho, L_x)$ . . . . .	167
13.5. Beispiel eines gradientenbasierten Minimierungsprozesses einer analytischen Zielfunktion $J_\epsilon(x, y) = \sin(x + y)(y - 1)$ : (a) 3D-Ansicht (b) 2D-Ansicht der xy-Ebene. . . . .	169
13.6. Modellparameter während des Optimierungsprozesses. . . . .	171

13.7. Modellparameter während des Optimierungsprozesses einer inkonsistenten Parameteroptimierung. . . . .	173
A.1. Gesamter Testaufbau inklusive Teststruktur: Aluminiumleiter (gelb eingerahmt), 4-Punkt Traversen (rot eingerahmt) und Aufhängungsrahmen (grün eingerahmt.) . .	G
A.2. (a) Detailliertere Sicht des Aufhängungsrahmens (b) Ringschrauben mit M6 Gewinde. . . . .	H
A.3. (a) Elektrodynamischer Schwingungserreger (rot eingerahmt) (b) Stößel (rot eingerahmt), Anbindung zur Aufhängung (gelb eingerahmt). . . . .	H
A.4. Testkonfiguration für räumlich hochauflösende Schwingungsmessung (Schwarze Pfeile - Ansteuersignale, blaue Pfeile - Messsignale, rote Pfeile - Laserstrahl). . . .	K
A.5. „4-4 Abbildung: Nahaufnahme des Schwenkmoduls 1) Führungsbalken 2) Encoder-Kabel 3) Leistungskabel 4) Servomotor 5) Schlittengrundkörper mit Gleitschlittenführungen und Klemmhebel 6) Beleuchtung 7) Kamera 8) Spiegelhalter mit dielektrischem Spiegel“ [Henze 2015] . . . . .	L





# Tabellenverzeichnis

3.1. Übersicht der diskutierten Signal- und Modellkorrelationsmethoden. . . . .	45
13.1.Start- und Zielwerte der automatischen Parameteroptimierung. . . . .	161
13.2.Start- und Zielwerte der Modellparameter. . . . .	170
13.3.Start- und Zielwerte der inkonsistenten Parameteroptimierung. . . . .	172



# A. Anhang

## A.1. Liste numerischer Vorhersagemethoden im mittleren Frequenzbereich

Die Abschnitte 3.4 und 4 zeigen Möglichkeiten zur numerischen Vorhersage des dynamischen Verhaltens als auch die Möglichkeiten einer Modellkorrelation im tiefen bzw. hohen Frequenzbereich. Im mittleren Frequenzbereich sind sowohl die Modellkorrelation als auch die numerischen Vorhersagemethoden mit Schwierigkeiten konfrontiert (siehe Abschnitt 3.2).

Aus diesem Grund wird stark an neuen oder hybriden Vorhersagemethoden gearbeitet, um auch diesen Frequenzbereich zu erschließen [Desment u. a. 2009]. Das größte Problem in diesem Frequenzbereich ist nicht nur der erhöhte numerische Aufwand deterministischer Verfahren, wie z.B. FEM und BEM (Boundary Element Method). Auch das Verschmieren des deterministischen und statistischen Schwingungsverhaltens einer dynamischen Struktur in diesem Frequenzbereich bereitet sehr viele Probleme. Rein statistische, als auch rein deterministische Verfahren lassen sich nicht mehr separat voneinander nutzen [Hasselman u. a. 1998, S. 1285].

1. **Wave Based Method** Die Wave Based Method (WBM) [Desment 1998] ist, wie FEM, ein deterministisches Verfahren. Dabei weist die WBM eine verbesserte Konvergenzrate und numerische Effizienz auf. Die partiellen Differentialgleichungen werden numerisch mit der Trefftz Methode [Kita u. Kamiya 1995] gelöst. Anstelle von einfachen Polynomen nutzt die WBM Wellenfunktionen, um die Gleichungen zu lösen. Anders als die FEM lassen sich keine stark komplexen Strukturen berechnen. Um dieses Problem zu umgehen, gibt es einen hybriden FE-WBM Ansatz [Genechten u. a. 2006; Vanmaele 2007]. Da sowohl die WBM Methode als auch die FEM deterministisch sind, lässt sich ein statistisches Schwingungsverhalten nicht erfassen. Für diesen Fall gibt es einen hybriden Ansatz zur SEA [Vergote u. a. 2011]. Bei diesem Ansatz wird die Struktur in statistische und deterministische Subsysteme unterteilt.
2. **Complex Envelope Vectorization** Herkömmliche deterministische numerische Methoden, wie FEM und BEM, benötigen im hohen Frequenzbereich eine höhere räumliche Diskretisierung der zu untersuchenden Struktur. Diese hohe räumliche Diskretisierung ist notwendig, um die höheren Wellenzahlen auflösen zu können. Eine solch hohe räumliche

Diskretisierung kostet viel Berechnungszeit und ist auch anfälliger für numerische Fehler. Um dieses Problem zu umgehen, wurde die Complex Envelope Vectorization (CEV) [Giannini u. a. 2007] für den mittleren Frequenzbereich entwickelt. Dabei basiert es auf der Complex Envelope Displacement Analysis [Carcattera u. Sesteri 1997; Sesteri u. Carcattera 2001]. CEV ist, wie FEM und BEM, ein diskretes numerisches Verfahren. Es ist aber in der Lage, ein höherfrequentes Signal in mehrere tieffrequente Signale zu transformieren. Durch diese Transformation werden wesentlich weniger Freiheitsgrade benötigt, um ein höherfrequentes Schwingungsverhalten beschreiben zu können. Auch sinkt damit der Berechnungsaufwand.

3. **Statistical modal Energy distribution Analysis** Die Statistical modal Energy distribution Analysis (SmEdA) [Stelzer u. a. 2011, 2010; Totaro u. Guyader 2008] schließt die Lücke zwischen FEM und SEA. Sie basiert auch auf dem Prinzip der Energieerhaltung. Anders als in der SEA koppelt SmEdA nicht die Energie zwischen den Subsystemen, sondern zwischen den Moden jedes Subsystems. Dabei ist SmEdA schneller als FEM.
4. **Energy Distribution Analysis** Vorhersagemethoden, die sich allgemein mit dem Energiefluss zwischen Subsystemen beschäftigen, werden unter Energy Distribution Analysis (EDA) [Mace u. Shorter 2000] zusammengefasst. Bei diesen Methoden wird meist mit Hilfe von FE-Modellen der Energiegehalt eines jeden Subsystems ermittelt. Mit diesen Energien lassen sich in einem nachfolgenden Prozess auch SEA-Parameter berechnen. Die weitere Vorgehensweise läuft daraufhin analog zur SEA. Größter Vorteil der EDA ist, dass die Art der Anregung beliebig sein kann.

Diese Vorgehensweise nutzt auch die virtuelle SEA [Borello 2010; Gagliardini u. a. 2003]. In der virtuellen SEA wird eine dynamische Struktur auf Basis eines Finite Elemente Modells in Subsysteme unterteilt. Die gemittelten Energien eines jeden Subsystems lassen sich daraufhin aus dem FE-Modell ermitteln. Analog zur experimentellen SEA lassen sich durch Invertieren der Energiematrix die SEA-Parameter, wie Dämpfungsverlust- und Kopplungsfaktoren, berechnen. Dies setzt jedoch voraus, dass das Finite Elemente Modell validiert und fein genug modelliert ist.

5. **Hybrid Finite Element/Statistical Energy Analysis Method** Bei der hybriden Methode [Langley u. Cotoni 2007; Shorter u. Langley 2005] wird die dynamische Struktur auch in Subsysteme unterteilt. Das Mastersystem, welches ein deterministisches Schwingungsverhalten aufweist, wird mit Hilfe der FEM modelliert. Das Schwingungsverhalten der Subsysteme, deren dynamisches Verhalten im betrachteten Frequenzbereich ein statistisches Schwingungsverhalten aufweist, wird mit einem SEA Ansatz modelliert. Als Ergebnis liefert die hybride FE-SEA Methode eine gemittelte Schwingungsantwort der Struktur mit dazugehöriger Varianz.

Das größte Problem im mittleren Frequenzbereich liegt in dem teils deterministischen teils auch statistischen Verhalten der Gesamtstruktur. Im mittleren Frequenzbereich setzen die Vorhersa-

gemethoden verstärkt auf einen hybriden Ansatz, in welchem sowohl deterministische als auch statistische Methoden zum Einsatz kommen. Auch die Beschreibung des Schwingungsverhaltens einer dynamischen Struktur mittels gemittelter Energien hat seine Vorteile.

Die in diesem Abschnitt genannten Methoden verkürzen die Berechnungszeit und beschreiben das Schwingungsverhalten meist durch statistische Größen wie Mittelwert und Varianz. Durch die steigende Rechenleistung heutiger Rechencluster ist auch eine sehr feine Diskretisierung vorhandener FE-Modelle ohne Probleme möglich. Dennoch sind viele der genannten Methoden auf einfache Strukturen begrenzt und auch die Verbindungsstellen zwischen den einzelnen Subsystemen bereiten immer noch große Probleme.

## A.2. Weitere Korrelationskriterien auf Basis von MAC

In den letzten Jahren entstanden auf Basis des MAC Kriteriums immer wieder neue Korrelationskriterien. Zu diesen zählen auch das FDAC und FRAC Kriterium aus Abschnitt 3.5.2 und 3.5.3.

Die nachfolgenden Listen liefern eine kleine Übersicht an Korrelationskriterien, welche auf dem MAC Kriterium basieren [Allemang 2002, S. 401]. In der folgenden Liste sind Kriterien enthalten, die durch eine **Wichtung** die Aussagekraft der Korrelation verbessern:

1. **Weighted Modal Analysis Criterion (WMAC)** [Aigner 1998] Weil die Massen- und Steifigkeitsverteilungen bei der Anwendung des MAC Kriteriums nicht berücksichtigt wird, entstand das Weighted Modal Analysis Criterion. MAC reagiert nur sensitiv auf die Sensorverteilung. Durch die Wichtung der Sensorpositionen mit der Massenverteilung wird das MAC Kriterium im WMAC Kriterium zu einem normalisierten Kreuzorthogonalitätsvergleich (siehe Orthogonalitätsvergleich Kapitel 3.4.3). Auch bekannt als Normalized Cross Orthogonality (NCO). Die Hauptdiagonale der Matrix des normalisierten Kreuzorthogonalitätsvergleichs ist eins (identische Eigenvektoren) und die Nebendiagonalelemente sind null (unterschiedliche Eigenvektoren). Dies gilt auch bei unterschiedlicher Skalierung der Eigenvektoren (Normalisierung).
2. **Partial Modal Assurance Criterion (PMAC)** [Heylen u. Janter 1990] Beim Partial Modal Assurance Criterion wird nur eine Untermenge der räumlich verteilten Sensorpositionen des Eigenvektors untersucht. Diese Untermenge wird vom Benutzer ausgewählt und reflektiert dessen Interesse an einem bestimmten räumlichen Bereich der Struktur.
3. **Modal Assurance Criterion Squared Root (MACSR)** [O'Callahan 1998] Um möglichst konsistent mit dem Orthogonalitätsvergleich (Kapitel 3.4.3) zu sein, entstand das MACSR Kriterium. MACSR berechnet die Wurzel der MAC Werte. Auf diese Art und Weise werden die Nebendiagonalelemente der MAC Matrix signifikant hervorgehoben (siehe Kapitel 3.1).

4. **Scaled Modal Assurance Criterion (SMAC)** [Brechlin u. a. 1998] Basierend auf dem Weighted Modal Analysis Criterion wird beim Scaled Modal Assurance Criterion eine Wichtung der Freiheitsgrade bezüglich ihrer physikalischen Einheiten durchgeführt. Die großen Unterschiede in den Magnituden, bedingt durch die unterschiedlichen physikalischen Einheiten, führen sonst zu einer einseitigen Wichtung der einzelnen Elemente der Eigenvektoren.

Die nachfolgenden Korrelationskriterien liefern eine **räumliche** Korrelation. Alle Kriterien haben das Ziel, schlecht korrelierende Freiheitsgrade zu identifizieren:

1. **Coordinate Modal Assurance Criterion (COMAC)** [Lieven u. Ewins 1988] Das Ziel des Coordinate Modal Assurance Criterion ist es, die Freiheitsgrade der Eigenvektoren zu identifizieren, welche am stärksten zur schlechten Korrelation der Eigenvektoren beitragen (siehe Kapitel 3.5.2).
2. **Enhanced Coordinate Modal Assurance Criterion (ECOMAC)** [Heylen u. Avitabile 1998] Anders als bei COMAC und FRAC wird das Enhanced Coordinate Modal Assurance Criterion aus der gemittelten Differenz der Eigenvektorelementen gebildet und ist daher sehr viel sensitiver gegenüber Messfehlern (Sensororientierung oder Kalibrierfehler). Dennoch ist es, verglichen mit COMAC, weniger empfindlich gegenüber Freiheitsgraden mit verhältnismäßig kleinen Differenzen.
3. **Coordinate Modal Error Function (COMEF)** [Catbas u. a. 1998] Das COMEF Kriterium entstand, um räumliche Fehler bzw. Schäden in einem dynamischen System zu identifizieren. Bei COMEF werden zwei Eigenvektorsätze miteinander korreliert. Nachdem die Eigenvektorsätze nach Eigenvektor und Freiheitsgrad sortiert wurden, wird der prozentuale Fehler in der Differenz der beiden Eigenvektorsätze berechnet. Eine Wichtung mit der Magnitude der einzelnen Freiheitsgrade findet ebenfalls statt. Auf diese Art und Weise lassen sich lokale Unterschiede in den beiden Eigenvektorsätzen finden.
4. **Coordinate Orthogonality Check (CORTHOG)** [Avitabile u. Pechinsky 1994] Auf Basis der Orthogonalität der Eigenvektoren zu den Systemmatrizen entstand das Coordinate Orthogonality Check Kriterium. Es gibt den Grad der Korrelation der einzelnen Freiheitsgrade im Eigenvektor an. Dabei wird die Differenz zwischen den Ergebnissen des analytischen Orthogonalitätsvergleichs und des Kreuzorthogonalitätsvergleichs gebildet und durch die maximale Differenz der beiden Kriterien gewichtet (Normalisierung). Auf diese Art und Weise identifiziert das CORTHOG Kriterium Unstimmigkeiten an den Freiheitsgraden der Eigenvektoren und zeigt gut und schlecht korrelierende Sensorpositionen an.
5. **Frequency Response Assurance Criterion (FRAC)** siehe Abschnitt 3.5.2.

Durch Kombination zweier Größen wie z.B. Eigenvektor mit Eigenfrequenz oder Eigenvektor mit

Übertragungsfunktion entstehen **hybride** Korrelationskriterien:

1. **Modal Assurance Criterion with Frequency Scales (FMAC)** [Fotsch u. Ewins 2001]  
Diese Erweiterung des MAC Kriteriums berücksichtigt bei der Korrelation der Eigenvektoren auch deren Eigenfrequenz. FMAC zeigt, wie stark die Eigenfrequenzen korrelierender Eigenvektoren voneinander abweichen.
2. **Modal FRF Assurance Criterion (MFAC)** [Fotsch u. Ewins 2000] Bei dem Modal FRF Assurance Criterion wird das MAC Kriterium auf analytische Eigenvektoren und gemessene Betriebsschwingungsformen angewendet. MFAC vereint das MAC und FDAC Kriterium. MFAC überzeugt mit seiner hohen Genauigkeit bei der Korrelation der analytischen Eigenvektoren und der experimentell ermittelten Betriebsschwingungsformen gegenüber FDAC und MAC. MFAC besitzt zwei große Vorteile. Bei leicht gedämpften Strukturen wird keine Dämpfungsannahme bei der Berechnung analytischer Übertragungsfunktionen benötigt, da bei dieser Korrelation nur analytische Eigenvektoren verwendet werden. Ein weiterer Vorteil ist, dass aus den experimentellen Übertragungsfunktionen keine modalen Parameter, wie Eigenvektoren und Eigenfrequenzen, geschätzt werden müssen, da nur gemessene Übertragungsfunktionen bei der Korrelation verwendet werden.

Eine stärkere Sensitivität bezüglich **kleiner Magnituden** bei der Korrelation zweier Vektoren wird bei folgenden Kriterien berücksichtigt:

1. **Modal Correlation Coefficient (MC)** [Samman 1997] Beim Modal Correlation Coefficient wird der MAC Wert mit einer sogenannten Knickfunktion gewichtet. Auf diese Art und Weise lassen sich Fehler in der Struktur lokalisieren oder auch der Zustand der Struktur überwachen. Für diese Anwendungen muss das MAC Kriterium gegenüber kleiner Differenzen in den Eigenvektorelementen sensibilisiert werden. Diese kleinen Differenzen lassen sich auf einen Fehler in der Struktur zurückzuführen.
2. **Inverse Modal Assurance Criterion (IMAC)** [Mitchell 1998] Durch Invertieren der Eigenvektoren wird das MAC Kriterium signifikant sensibler gegenüber Änderungen in den Eigenformen. Kleine Eigenvektorelemente werden durch das Invertieren stärker gewichtet. Dabei dient das IMAC Kriterium weniger der Korrelation der Eigenvektoren, sondern gibt den Grad der Knotenlinienverschiebung zweier Eigenformen an.

Nicht nur Eigenvektoren und Eigenfrequenzen lassen sich mit dem MAC Kriterium korrelieren, sondern auch **andere physikalische Größen**, welche sich in einem Vektor anordnen lassen, können korreliert werden:

1. **Mutal Correspondance Criterion (MCC)** [Milecek 1994] Das Mutal Correspondance Criterion ist das MAC Kriterium angewendet auf Vektoren mit akustischen Informationen, wie Schnelle, Druck oder Intensität.

2. **Complex Correlation Coefficient (CCF)** [Auweraer u. a. 1998] Basierend auf dem FRAC Kriterium identifiziert der Complex Correlation Coefficient zusätzlich noch eine systematische Phasenverschiebung. Dabei wird, anders als beim FRAC Kriterium, der Zähler nicht quadriert. Das Ergebnis ist eine komplexe Zahl, welche die Phasenverschiebung zwischen den Übertragungsfunktionen beschreibt. Dabei ist der Betrag von CCF identisch mit dem Betrag von FRAC.
3. **Frequency Domain Assurance Criterion (FDAC)** siehe Abschnitt 3.5.3.

### A.3. Detaillierte Beschreibung des Testaufbaus

Im Folgenden ist eine detaillierte Beschreibung des Testaufbaus zu finden, mit dem die Messdaten in Kapitel 10 und 11.1 aufgenommen wurden. Der Aufbau wird sowohl für den Kreiszyylinder aus Faserverbundwerkstoff als auch für die MiniCRAFD Teststruktur verwendet.

Abb. A.1 zeigt den gesamten Testaufbau einschließlich Teststruktur (Kreiszyylinder aus Faserverbundwerkstoff siehe Kapitel 10). Der Rahmen, in welchem die Teststruktur aufgehängt wird, besteht aus zwei Türmen und einer handelsüblichen Aluminiumleiter (gelb eingerahmt). Die Türme bestehen aus 4-Punkt Traversen (rot eingerahmt). Auf den beiden Türmen liegt die Aluminiumleiter. In der Mitte der Aluminiumleiter ist über ein kurzes Seil ein gelber massiver Kreuzrahmen (grün eingerahmt) angebunden. An diesem Kreuzrahmen ist die Teststruktur befestigt.

Abb. A.2 (a) zeigt eine detailliertere Ansicht des Kreuzrahmens. An diesem ist die Teststruktur über vier weiße und vier schwarze Kunststoffkabelbinder befestigt. Zwischen den vier weißen und schwarzen Kabelbindern befindet sich jeweils ein Doppelhaken aus Aluminium. Die Länge dieser Doppelhaken lässt sich über ein Gewinde verstellen. Auf diese Art und Weise ist es möglich, die Achse der zylindrischen Teststrukturen mit Hilfe eines Schnurlots senkrecht zum Boden auszurichten. Der gelbe massive Kreuzrahmen ist über Drahtseile an das Seil in der Mitte der Aluminiumleiter befestigt. Zwischen Drahtseil und Kreuzrahmen befinden sich Doppelhaken mit einem Gewinde als zusätzliche Justiermöglichkeit der Aufhängung.

Der Kreiszyylinder aus Faserverbundwerkstoff wird über vier rote Ringschrauben an den vier Enden des gelben Kreuzrahmens befestigt. Die roten Ringschrauben besitzen ein M6 Gewinde und werden in den Aluminiumring am Ende des Kreiszyinders verschraubt. Abb. A.2 (b) zeigt eine Detailansicht der roten Ringschrauben.

Im Inneren der beiden Teststrukturen befindet sich der elektrodynamische Schwingungserreger. Abb. A.3 (a) zeigt den elektrodynamischen Schwingungserreger rot eingerahmt. Der elektrodynamische Schwingungserreger ist in der Mitte des gelben Kreuzrahmens befestigt. Über einem Aluminiumstößel ist der elektrodynamische Schwingungserreger steif mit der Teststruktur verbun-



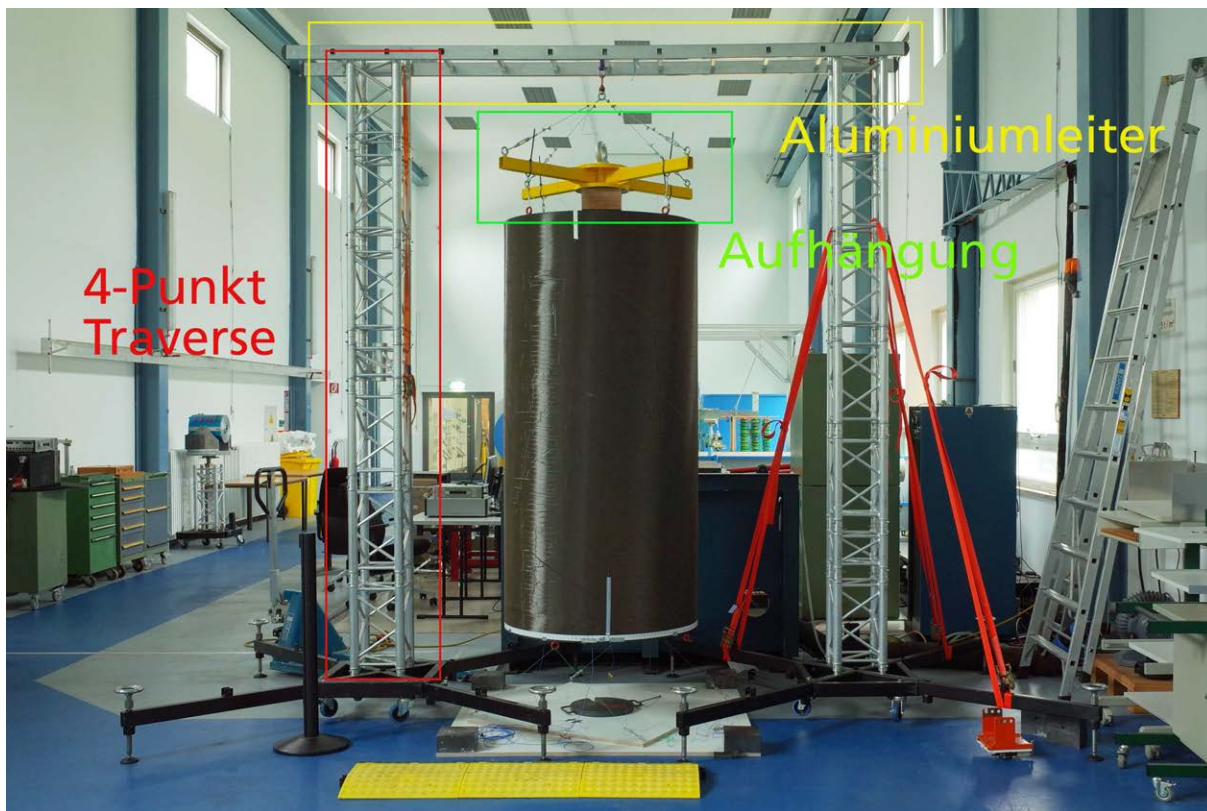


Abbildung A.1.: Gesamter Testaufbau inklusive Teststruktur: Aluminiumleiter (gelb eingerahmt), 4-Punkt Traversen (rot eingerahmt) und Aufhängungsrahmen (grün eingerahmt.)

den. Die Krafteinleitung in die Teststruktur findet über den Stößel statt. Abb. A.3 (b) zeigt den Stößel rot eingerahmt. Der Stößel ist über einen 2-Komponentenkleber (X60) mit der Teststruktur fest verklebt.

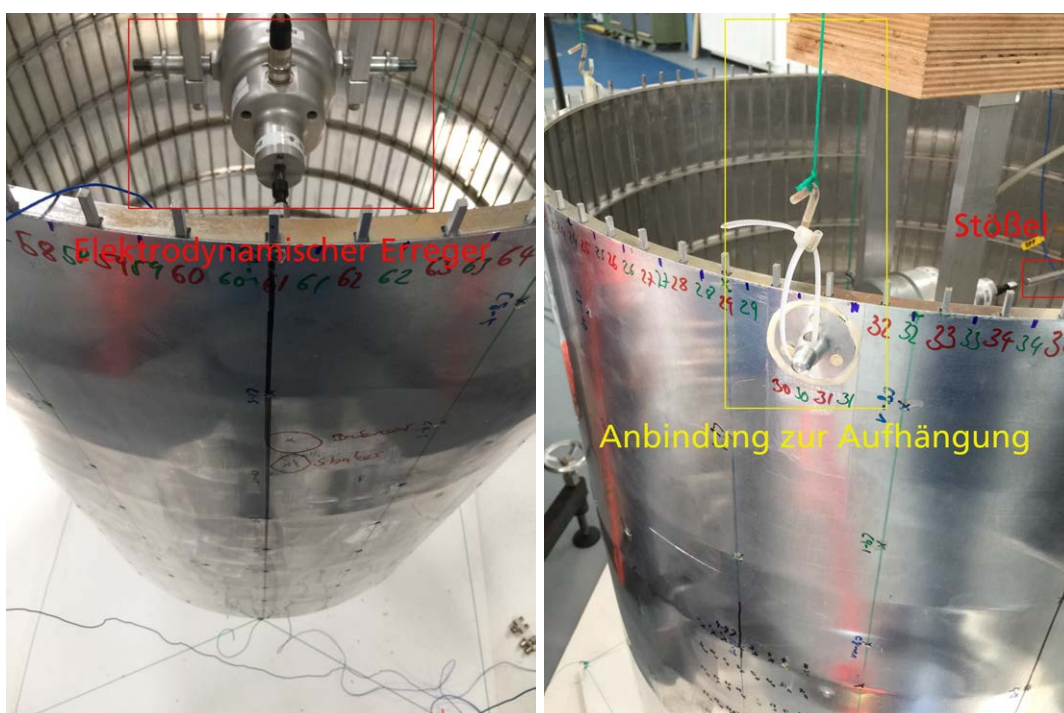
Eine solche Klebverbindung befindet sich auch außen an der MiniCRAFD Teststruktur. Diese Teststruktur besitzt, anderes als der Kreiszylinder aus Faserverbundwerkstoff, keine Bohrungen zur Befestigung. Aus diesem Grund werden an die Außenhaut der MiniCRAFD Teststruktur vier Aluminiumscheiben über X60 fest mit der Teststruktur verklebt. Diese Verbindung ist in Abb. A.3 (b) gelb eingerahmt. Über diese vier Aluminiumscheiben wird die MiniCRAFD Teststruktur mit dem gelben Kreuzrahmen verbunden. Aufgrund der Größe der MiniCRAFD Teststruktur muss eine größere Distanz zum gelben Kreuzrahmen überbrückt werden. Diese Distanz zwischen den weißen Kabelbindern und dem gelben Kreuzrahmen wird mit Fäden überbrückt. In Abb. A.3 (b) sind die grünen Fäden deutlich zu erkennen.



(a)

(b)

Abbildung A.2.: (a) Detailliertere Sicht des Aufhängungsrahmens (b) Ringschrauben mit M6 Gewinde.



(a)

(b)

Abbildung A.3.: (a) Elektrodynamischer Schwingungserreger (rot eingrahmt) (b) Stößel (rot eingrahmt), Anbindung zur Aufhängung (gelb eingrahmt).

## Beschreibung der Testeinrichtung

Abb. A.4 zeigt die Testkonfiguration für die räumlich hochauflösende Schwingungsmessung. Der Computer ist die Benutzerschnittstelle zum Messsystem. Mit Hilfe des Computers lässt sich nicht nur die Messung starten und beenden, sondern auch die gemessenen Daten speichern und nachbearbeiten. Während und nach der Messung wird die Signalverarbeitung und die experimentelle Modalanalyse mit eigens geschriebener Software in MATLAB R2014b durchgeführt. Mit DLR interner MATLAB Software werden die Zeitdaten in den Frequenzbereich transformiert und die Übertragungsfunktionen zwischen gemessener Kraft und Oberflächengeschwindigkeit gebildet.

Die Zeitsignale beider in dieser Arbeit durchgeführten Messungen wurden mit einer Rate von 12 800 Hz abgetastet. An jedem Messpunkt wurde ein Zeitsignal von 5 s Länge gemessen (Geschwindigkeit und Kraft). Für die Berechnung der Auto- bzw. Kreuzleistungsspektren der Antwort- und Kraftsignale wird die Welch-Methode angewendet [Brandt 2011, S. 211 ff.]. Bei der in dieser Methode durchgeführten Fast-Fourier-Transformation der Zeitsignale in den Frequenzbereich wird ein Hanning-Fenster mit einer Überlappung (Overlap) von 80 % verwendet. Die Blockbreite wurde so gewählt, dass sie einer Frequenzauflösung von 2 Hz entspricht. Die Größe der Überlappung erhöht die Anzahl der Mittelungen der Leistungsspektren. Durch die hohe Anzahl an Mittelungen wird die Varianz der Spektren klein gehalten, welche aufgrund von Messrauschen vorhanden ist [Brandt 2011, S. 217 ff.]. Das Hanning-Fenster minimiert den Leck-Effekt (Leakage-Effekt), welcher bei der Fast-Fourier-Transformation einer nicht vollen Anzahl an Perioden des harmonischen Zeitsignals auftritt [Brandt 2011, S. 191 ff.]. Dies führt dazu, dass Frequenzanteile im Signal identifiziert werden, die eigentlich im harmonischen Signal nicht vorhanden sind. Zur Berechnung der Übertragungsfunktion wird der H1-Schätzer verwendet, welcher die Übertragungsfunktion aus dem Verhältnis des Kreuzleistungsspektrums zwischen Antwortsignal und Kraftsignal zum Autoleistungsspektrum des Kraftsignals berechnet [Brandt 2011, S. 286 ff.]. Dieser Schätzer berechnet die Übertragungsfunktion basierend auf der Methode der kleinsten Fehlerquadrate. Ein vernachlässigbares Rauschsignal, welches dem Kraftsignal (Eingangssignal) überlagert ist, wird bei dieser Methode vorausgesetzt. Auf Basis der Übertragungsfunktion der Geschwindigkeitsantwort zur Kraftanregung werden die diskreten kinetischen Energien berechnet. Die resultierenden kinetischen Energieverteilungen sind die Antwort auf eine harmonische Kraftanregung von 1 N. Diese Energieverteilungen lassen sich auch mit dem FE-Modell direkt im Frequenzbereich (NASTRAN SOL 108) vorhersagen.

Die Auswirkungen des Amplitudenfehlers auf die Korrelation der Energien, welcher bei der Anwendung des Hanning-Fensters in den Spektren entsteht, wurde in dieser Arbeit nicht untersucht. Die Amplituden der Spektren können mit einem Fehler bis max. -16 % behaftet sein. Dies lässt sich auf den Lattenzaun-Effekt (Picket-Fence Effect [Brandt 2011, S. 189 ff.]) zurückführen. Dieser Fehler entsteht, sobald die Frequenz der zu messende Sinuskurve nicht mit den Spektrallinien übereinstimmt, sondern zwischen zwei Spektrallinien liegt. Aufgrund der Empfehlung aus der Literatur wurde in dieser Arbeit das Hanning-Fenster verwendet, da es den besten Kompromiss

zwischen Amplitudengenauigkeit und Frequenzauflösung liefert. Untersuchungen bezüglich der Auswirkungen der Fensterfunktionen auf die Energiekorrelation können Bestandteil weiterer Forschungsarbeiten sein.

„The Hanning window should, therefore, be used as a standard window, since it provides a good compromise between amplitude accuracy and frequency resolution.“[Brandt 2011, S. 196]

Eine Schätzung der modalen Parameter wird ebenfalls mit DLR interner Software durchgeführt. Ein Vergleich der gemessenen Schwingungsantworten mit den numerisch ermittelten Schwingungsantworten ist mit eigens geschriebener Software in MATLAB während der Messkampagne möglich.

Die Simulation der Betriebsschwingungsformen und modalen Parameter der Teststrukturen wird mit Hilfe von MD NASTRAN 2011 durchgeführt.

Mit dem Computer wird das Datenerfassungssystem von NATIONAL INSTRUMENTS (NI) gesteuert. Nachdem das Anregungssignal an das NI-System übergeben wurde, wird dieses über den HUBERT Spannungs- und Stromverstärker verstärkt und an den elektrodynamischen Schwingungserreger weitergeleitet. Der elektrodynamische Schwingungserreger leitet die Kraft in Form des Anregungssignals in die Teststruktur ein. Die tatsächlich eingeleitete Kraft wird über die ICP Kraftmessdose von PCB gemessen und über das NI-System an den Computer zum Speichern übergeben.

Das in dieser Arbeit verwendete Anregungssignal ist ein auf ein Frequenzband beschränktes Rauschsignal.

Die OFV-3001 Regeleinheit steuert den OFV-303 Laserdopplervibrometer von POLYTEC. Mit Hilfe des Laserdopplervibrometers lässt sich die Oberflächengeschwindigkeit der Teststrukturen ermitteln. Die gemessenen Zeitsignale der Oberflächengeschwindigkeiten der Teststrukturen werden über die OFV-3001 Regeleinheit an das NI-System weitergeleitet. Vom Computer werden die Zeitdaten erfasst und gespeichert.

Die im DLR intern entwickelte, automatische Laserscanningeinheit wird über eine Datenerfassungssoftware gesteuert. Die Laserscanningeinheit besteht u.a. aus einem Elektromotor, der einen Umlenkspiegel steuert. Durch den Umlenkspiegel wird der Laserstrahl des Laservibrometers auf die Teststruktur abgelenkt und ein Verstellen des Elektromotors ermöglicht das Anfahren und Messen verschiedener Strukturpunkte. Zur Feinjustierung der Laserposition lässt sich zusätzlich ein kleiner Piezomotor, welcher sich hinter dem Spiegel befindet, ansteuern.

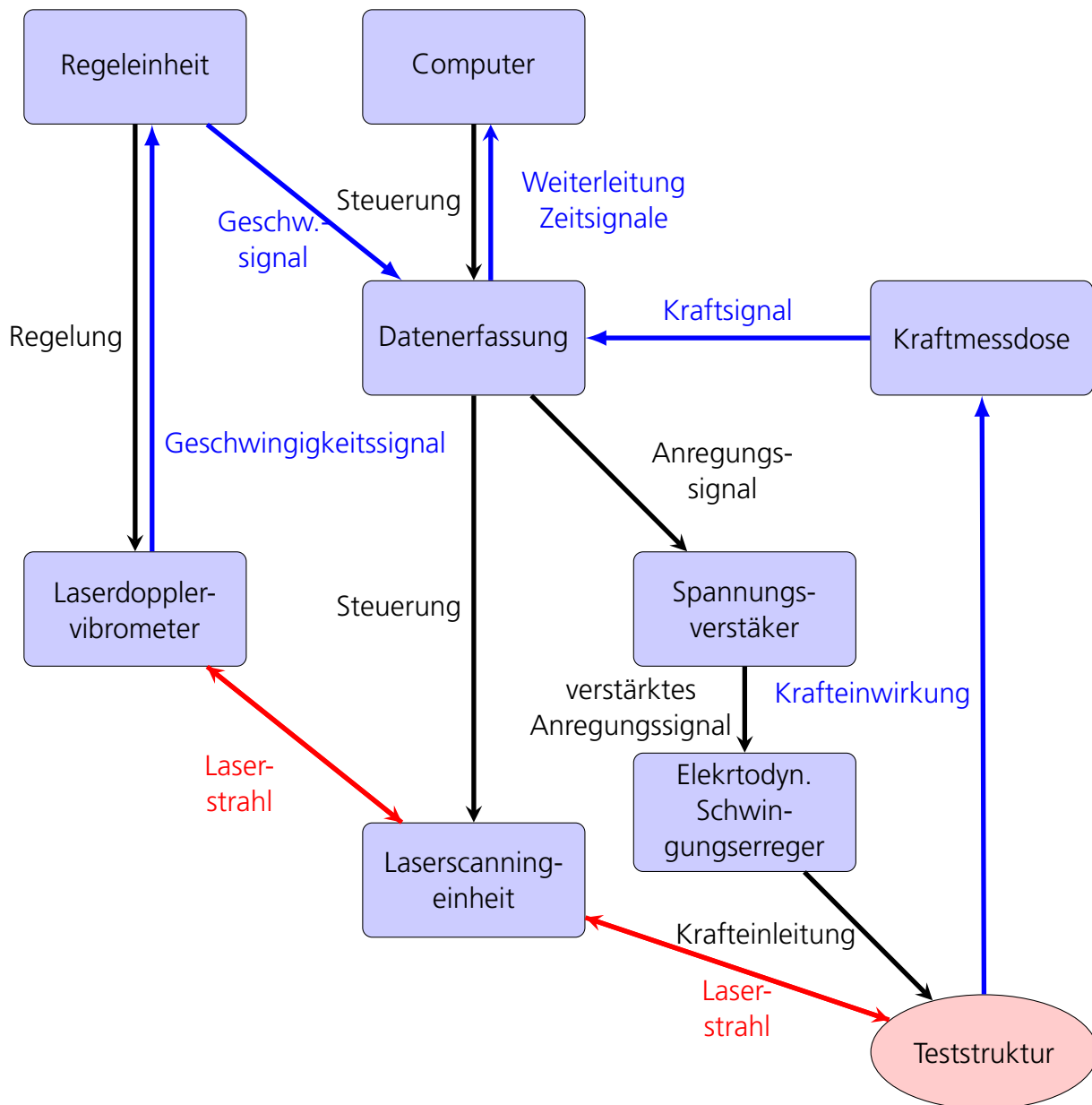


Abbildung A.4.: Testkonfiguration für räumlich hochauflösende Schwingungsmessung (Schwarze Pfeile - Ansteuersignale, blaue Pfeile - Messsignale, rote Pfeile - Laserstrahl).



## DLR Laserscanningeinheit

Der folgende Abschnitt beschreibt die vom DLR entwickelte Laserscanningeinheit. Das folgende Zitat ist aus einer Masterarbeit entnommen, welche am DLR in Göttingen durchgeführt wurde.

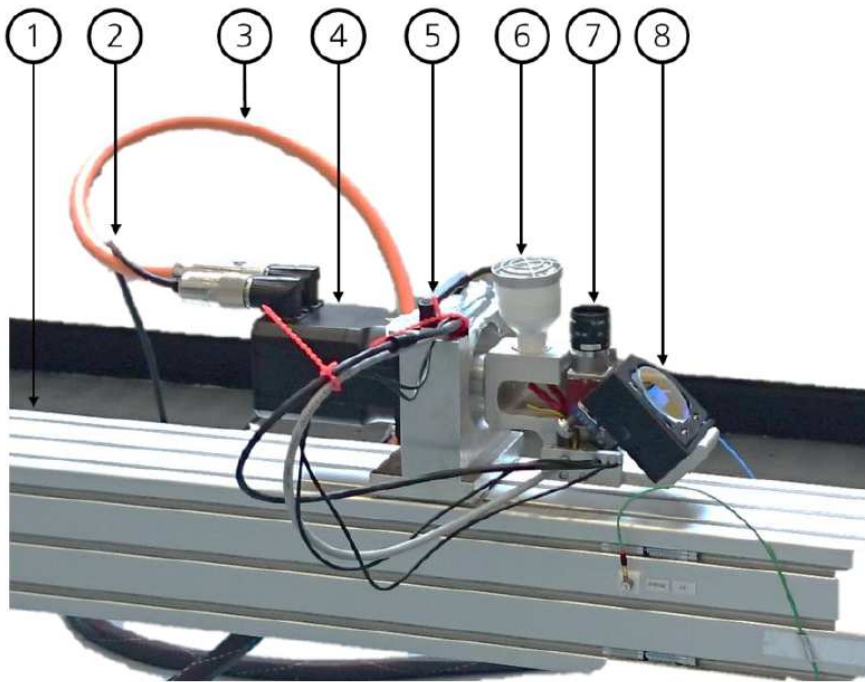


Abbildung A.5.: „4-4 Abbildung: Nahaufnahme des Schwenkmoduls 1) Führungsbalken 2) Encoder-Kabel 3) Leistungskabel 4) Servomotor 5) Schlittengrundkörper mit Gleitschienenführungen und Klemmhebel 6) Beleuchtung 7) Kamera 8) Spiegelhalter mit dielektrischem Spiegel“[Henze 2015]

„Eine Nahaufnahme (Abbildung 4-4) zeigt die Seitenansicht, in der die wesentlichen Komponenten gut sichtbar sind. [...] Unter der Maßgabe, dass Positionen auf wenige mm bei einer Distanz zum Messobjekt von 2000 mm, angefahren werden können, wurde ein Servomotor mit Absolutwertgeber ausgewählt. [...] Der Leistungsteil des Motors besteht aus einem Permanentmagnet erregten Synchronmotor,[...] An den Wellenansatz des Motors wird ein komplexer Adapter geflanscht, der die Beleuchtung, die Kamera und den Spiegelhalter auf geringem Bauraum unterbringt. [...] Der Winkel für den Spiegelhalter beträgt 45°. Die Bohrungen sind so angelegt, dass der Mittelpunkt des Spiegelhalters koaxial zur Welle des Motors liegt. [...] Der Spiegelhalter besteht aus einer Aufnahme für 2" Optiken an der Frontplatte

und zwei Piezoträgheitsmotoren, die durch Federn vorgespannt werden. Die Piezomotoren versetzen eine Feingewindeschraube in Bewegung und verursachen so eine Translationsbewegung. Dieses Prinzip zeichnet sich besonders durch seine hohe Steifigkeit aus. Als Spiegel wird ein dielektrischer Spiegel mit 50 mm Durchmesser verwendet. Der Spiegel ist im Einfallswinkel von  $45^\circ$  für die Wellenlänge 633 nm verspiegelt.“[Henze 2015]

### Spezifikation der Testeinrichtung (Liste aller verwendeten Geräte)

#### Elektrodynamischer Schwingungserreger

Hersteller:	DLR
Typ:	Bonner
Max. Kraft:	16N
Mitschwingende Masse:	0,088 kg

#### Polytec Laservibrometer

##### *OFV-3001 Regeleinheit*

Hersteller:	Polytec
Netzspannung:	100/115/230 VAC , 50/60 Hz
Leistungsaufnahme:	max. 150W
Betriebstemperatur:	5°C bis +40°C
Relative Luftfeuchtigkeit:	max. 80%
Abmessungen:	450 mm × 355 mm × 135 mm
Gewicht:	10.8 kg

##### *Signal Spannungsausgang*

Ausgangsimpulse:	20 V <sub>p-p</sub>
Ausgangsimpedanz:	50 Ohm

**OFV-303 Laserdopplervibrometer**

Lasertyp:	Helium Neon
Wellenlänge:	633 nm
Resonatorlänge:	203 mm
Laser Sicherheitsklasse:	2
Laser Ausgangsleistung:	< 1 mW
Leistungsverbrauch:	ca. 15 W
Betriebstemperatur:	0°C bis +40°C
Relative Luftfeuchtigkeit:	max. 80%
Abmessungen:	ca. 343 mm × 120 mm × 80 mm
Gewicht:	3.7 kg

**ICP Kraftmessdose 208C03**

Hersteller:	PCB
Sensitivität ( $\pm 15\%$ ):	2248 mV/kN
Messbereich (Druck):	2.224 kN
Messbereiche (Zugspannung):	2.224 kN
Maximale statische Kraft(Druck):	13.5 kN
Maximale statische Kraft (Zugspannung):	2.224 kN
Tieffrequenz Antwort (-5 %):	0.0003 Hz
Ober Frequenzgrenze:	36 kHz
Betriebstemperatur:	-54°C bis +121 °C
Abmessungen:	15.88 mm x 15.88 mm x 12.7 mm
Gewicht:	0.0227 kg
Gehäusematerial:	Edelstahl

**4-Quadranten Spannungs- und Stromverstärker A1110-05-E**

Hersteller:	Hubert
Ausgangsspannung:	bis 75 $V_{peak}$
Ausgangsstrom:	bis 11 $A_{peak}$
Monitorausgang:	Spannung / Strom
Netzspannung:	230 VAC , 50 Hz
Versteuerung:	USB Ethernet (Option)
Betriebstemperatur:	10 °C bis 55 °C
Relative Luftfeuchtigkeit:	80%





Kühlung	Luft
Abmessungen:	449 mm × 133 mm × 495 mm

## Computer

Hersteller:	Dell
Prozessor:	Intel Core i7-4770 @ 3.40GHz
Arbeitsspeicher:	16GB
Betriebssystem:	Windows 7
Speicher:	2x 500GB SSD (Raid-Modus)
Systemtyp:	64-Bit
Grafikkarte:	NVIDIA Quadro K600
Netzwerkadapter:	2
Anschlüsse:	COM,USB 2.0 / USB 3.0 / Displayport / DVI

## Datenerfassungssystem: National Instruments

### *NI cDAQ-9188 Ethernet-Chassis*

Anzahl von Steckplätzen:	8
Betriebssystem / Zielsystem:	Windows
Gesamter verfügbarer Strom:	15 W
Eingangsspannungsbereich:	9 V bis 30 V
Systemgröße:	32 bit
Abmessungen:	25.4 cm × 8.81 cm × 5.89 cm
Gewicht:	0.9 kg
Betriebstemperatur:	-20 °C bis +55 °C
Max. Höhe:	5000 m

### *NI 9474 Digitalausgangsmodule*

Produktfamilie:	Digital I / O Industrial I / O
Output-Only-Kanäle:	8
Max. Taktrate:	1 MHz
Logikpegel:	> 24 V
Ausgangsstromstärke (ein Kanal):	1 A
Ausgangsstromstärke (alle Kanäle):	8 A
Max. Spannungsbereich:	5 V bis 30 V
Abmessungen:	9 cm × 2.3 cm

I / O-Steckverbinder:	Schraubklemmenanschlüsse
Betriebstemperatur:	-40 °C bis +70 °C

*NI 9234 I/O*

Produktfamilie Industrial:	Input / Output BNC
Messtyp:	Accelerometer / Microphone
Betriebssystem / Zielsystem:	Windows
Differenzielle Kanäle:	4
Auflösung am Analogeingang:	24 bit
Max. Spannungsbereich:	-5 V bis 5 V
Erregerstrom:	2 mA
Maximum Bandwidth:	23.04 kHz
Eingangsimpedanz:	305 kOhm
Signalkonditionierung:	Filter für die Kantenglättung Stromerregung
Abmessungen:	9 cm × 2.3 cm
I / O-Steckverbinder:	BNC-Anschlüsse
Betriebstemperatur:	-40 °C bis +70 °C

*NI 9263 Analogausgangsmodule*

Produktfamilie:	Industrial I / O
Messtyp:	Spannung
Betriebssystem / Zielsystem:	Windows
Anzahl von Kanälen:	4
Auflösung:	16 bit
Max. Spannungsbereich:	-10 V bis +10 V
Genauigkeit:	0.11 V
Min. Spannungsbereich:	-10 V bis +10 V
Genauigkeit:	0.11 V
Ausgangsstromstärke (ein Kanal):	1 mA
Ausgangsstromstärke (alle Kanäle):	4 mA
Abmessungen:	9 cm × 2.3 cm
I / O-Steckverbinder:	Schraubklemmenanschlüsse
Betriebstemperatur:	-40 °C bis +70 °C

*NI 9402 Hochgeschwindigkeits-Digital-I/O-Modul*

Produktfamilie:	Digital I / O und Industrial I / O
Messtyp:	Digital
Bidirektionale Kanäle:	4



Max. Taktrate:	20 MHz
Digitaleingabe Max. Spannungsbereich:	0 V bis 5 V
Digitalausgabe Max. Spannungsbereich:	0 V bis 3.4 V
Abmessungen:	3 cm × 4 cm
I / O-Steckverbinder:	BNC-Anschlüsse
Betriebstemperatur:	-40 °C bis +70 °C

**DLR automatische Laserscanningeinheit**

<i>Baugruppe</i>	<i>Typ</i>	<i>Bezeichnung</i>
Führung	Konstruktionsprofil	Profil 8 120x120, natur (item GmbH)
Passive Lagerung	PUR-Schaum	Cellasto MH 24-35 (Elastogran GmbH)
Untergestell	Konstruktionsprofil	Profil 8, 80x80 E natur (item GmbH)
Schlitten Basiskörper	Aluminium	Schlitten, Rotor (DLR e.V.)
Rotationsaktuator	Servomotor	NN3-0115-30-320/T1-S2-ECN1325
Beleuchtung	Energiesparleuchte	
Kamera	GigE Vision CCD	AVT MAKO G-032B POE (Stemmer Imaging GmbH)
Shutter	Elektromechanisch	SH-10-5 (Laser 2000 GmbH)
Optomechanik mit dielektrischem Spiegel (Spiegelhalter mit Piezo-Trägheitsmotoren) von PiezoSTAR 2" (LIOP-TEC GmbH)		



## **Tabellarischer Lebenslauf**

*Jörn Young-Cheol Biedermann*  
geboren am 11.02.1987 in Hamburg  
verheiratet

### **Schulbildung:**

2006	Abitur
2007 - 2010	Bachelor in Maschinenbau (B.Eng) Entwicklung und Konstruktion an der HAW Hamburg
2010 - 2012	Master in Maschinenbau (M.Eng) Berechnung und Simulation an der HAW Hamburg

### **Zivildienst:**

01.08.2006 - 10.03.2007	Deutsches Rotes Kreuz
-------------------------	-----------------------

**Berufserfahrung:**

21.09.2010 - 17.06.2012	Werkstudent in der Akustikabteilung für Innen- und Nahfeldlärm der Airbus Operations GmbH
18.06.2012 - 31.10.2012	Werkvertrag als Ingenieur bei der Airbus Operations GmbH über Heinkel Engineering GmbH and Co KG
01.11.2012 - 31.10.2015	Jungwissenschaftler beim Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V. in Göttingen (Patenschaft Airbus)
seit dem 01.11.2015	Mitarbeiter im wissenschaftlichen Dienst beim Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V. in Göttingen





**1434-8454**

**ISRN DLR-FB--2016-21**